**杭州学军中学2024学年第二学期期中考试**

**高二数学试卷**

**命题人：徐政 审题人：龙崎钢**

**一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. “”是“直线与直线互相垂直”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数，若在是减函数，则实数*a*的取值范围为（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 已知圆的方程为，直线与圆交于两点，直线与圆交于两点，则（为坐标原点）等于（ ）

A. 4 B. 8

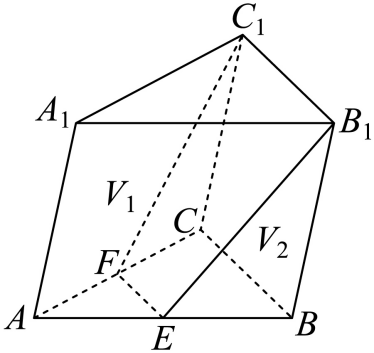
C. 9 D. 18

5. 已知函数（，）最小正周期是，将函数的图象向左平移个单位长度后所得的函数图象过点，则函数

A. 有一个对称中心 B. 有一条对称轴

C. 在区间上单调递减 D. 在区间上单调递增

6. 如图，在三棱柱中，*E*，*F*分别为*AB*，*AC*的中点，平面将三棱柱分成体积为，两部分，则（ ）



A. 1∶1 B. 4∶3 C. 6∶5 D. 7∶5

7. 甲、乙、丙、丁4人参加活动，4人坐在一排有12个空位的座位上，根据要求，任意两人之间需间隔至少两个空位，则不同的就座方法共有（ ）

A 120种 B. 240种 C. 360种 D. 480种

8. 已知函数满足：对，都有，，若，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9. 下列说法正确的是（    ）

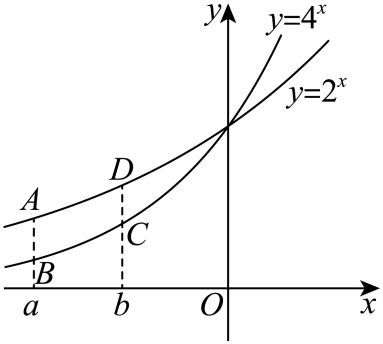
A. 数据1，2，3，5，7，9的中位数大于平均数

B. 数据0，1，0，1，0，1的标准差大于方差

C. 在相关分析中，样本相关系数的绝对值越大，线性相关程度越强

D. 已知随机变量*X*服从正态分布且，则

10. 如图，已知直线，与函数，的图象分别交于，，，四点，且为平行四边形，则（ ）



A.  B. 

C.  D. 

11. 在中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若，则下列正确的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**三、填空题：本大题共3小题，每题5分，共15分.**

12. 展开式中常数项是\_\_\_\_\_\_（用数字作答）．

13. 已知椭圆的右焦点为*F*，*P*，*Q*在椭圆上且关于原点对称，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 箱子中有大小相同的6个小球，分别标有数字1，1，2，2，3，4．甲、乙两人进行三轮比赛，在每轮比赛中，两人依次从箱子中随机摸出1球，甲先摸，乙后摸，摸出的球不放回，并比较摸出的球的标号大小，数字大的人得1分，数字小的人不得分，如果数字一样，则都不得分.经过三轮比赛后，箱子中的球被摸完，此时甲的累计得分比乙的累计得分大的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四．解答题：本大题共5小题，共77分．解答应写出文字说明．证明过程或演算步骤．**

15. 数列的前项和为，已知且．

（1）求的通项公式；

（2）设数列满足，求的最大值．

16. 某工厂为了解员工绩效分数达标情况与员工性别的关系，随机对该厂男、女各30名员工的绩效分数达标情况进行调查，整理得到如下列联表：单位：人

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 性别 | 绩效分数达标情况 | | 合计 |
| 未达标 | 达标 |
| 男 | 20 | 10 | 30 |
| 女 | 5 | 25 | 30 |
| 合计 | 25 | 35 | 60 |

（1）根据上表数据，依据小概率值的独立性检验，能否据此推断绩效分数达标情况与性别有关联？

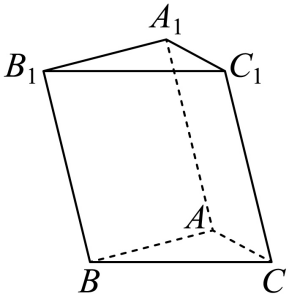
（2）该厂为激励员工，规定每月绩效分数的第一名奖励1千元，其他名次无奖励.甲为该厂员工，他在工厂开工的第一个月赢得奖励的概率为，从第二个月开始，若上个月没有赢得奖励，则这个月赢得奖励的概率为；若上个月赢得奖励，则这个月仍赢得奖励的概率为，求甲在前两个月所得奖金总额*X*（单位：千元）的分布列和数学期望.

附：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.01 | 0.001 |
|  | 2.706 | 6.635 | 10.828 |

参考公式：，其中.

17. 在三棱柱中，，平面平面.



（1）证明：；

（2）若，且与平面所成角为，求与所成角余弦值．

18. 已知点是直线外的一个动点，，垂足为，且在线段外，，记点的轨迹为曲线．不过原点的直线交于两点，关于轴的对称点为，直线和的斜率之积为．

（1）求的方程；

（2）判断是否过定点，若是则求出该定点，若不是则说明理由；

（3）证明：不可能为锐角三角形．

19. 阅读下列材料：

定义1：设是两个（项数有限的）实数数列．数列*A*和*B*的项满足以下三个条件：

（i）且；

（ii）对于任意的，有；

（iii）．

那么我们就说数列优超于数列，写成或．

定义2：对函数，若它的导函数的导函数，就称下凸．

定理：若函数下凸，且数列优超于数列，即，则．

根据以上材料，回答下列问题：

（1）判断数列与数列是否有优超关系，并证明你结论．

（2）若数列超于数列，即，证明：的方差一定大于的方差．

（3）若函数，证明：．