**大题冲刺篇·9个高考重点务必要破解！**

**三角函数与解三角形**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年份 | 2022 | | 2023 | | 2024 | |
| 角度 | 题号 | 角度 | 题号 | 角度 | 题号 |
| 新高考Ⅰ卷 | 求三角形的角与代数式的最值 | 18 | 求三角形的角的正弦值与高 | 17 | 求三角形的角与边 | 15 |
| 新高考Ⅱ卷 | 求三角形的边与面积 | 18 | 求三角形的角的正切值与边 | 17 | 求三角形的角与周长 | 15 |



【典例**1**】(13分)(规范解答)(2024·新高考*Ⅰ*卷)记△*ABC*的内角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,已知sin *C*=cos *B*,*a*2+*b*2-*c*2=*ab.*

(1)求*B*;

(2)若△*ABC*的面积为3+,求*c.*

【审题思维】

(1)利用余弦定理结合*a*2+*b*2-*c*2=*ab*,求得*C*,再由sin *C*=cos *B*算出cos *B*,结合*B*∈(0,π),可得角*B*的大小;

(2)设△*ABC*的外接圆半径为*R*,由△*ABC*的面积为3+,建立关于*R*的方程,解出*R*的值,进而利用正弦定理算出边*c*的值*.*

**【解析】(1)因为*a*2+*b*2-*c*2=*ab*,所以cos *C*===,结合*C*为三角形的内角,可得*C*=*.*** …………**3分**

**因为sin *C*=cos *B*=,所以cos *B*=,结合*B*∈(0,π),得*B*=;** ……**6分**

**(2)由(1)可知*A*=π-*B*-*C*=,设△*ABC*的外接圆半径为*R*,由正弦定理得*b*=2*R*sin *B*=*R*,*c*=2*R*sin *C*=*R*,** …………**9分**

**由*S*△*ABC*=*bc*sin *A*=3+,得·*R*·*R*·sin =3+,** ……**11分**

**即·=3+,解得*R*2=4,所以*R*=2(舍负),可得*c*=*R*=2*.*** ……**13分**

【题后反思】

本题考查正弦定理、余弦定理、三角形的面积公式及其应用*.*

(1)若条件式中含有角的余弦或边的二次式,常选择使用余弦定理,若条件式中含有角的正弦或边的一次式,常选择使用正弦定理*.*

(2)要根据已知条件灵活选用三角形的面积公式*.*

【典例**2**】(2024·盐城模拟)在△*ABC*中,已知角*A*,*B*,*C*所对的边分别为*a*,*b*,*c*,*a*sin2+*b*sin2=*.*

(1)求角*C*的大小;

(2)若△*ABC*为锐角三角形,求的取值范围*.*

【审题思维】

(1)由二倍角的正弦和余弦公式,结合余弦定理将角转化为边,可将式子变形为*a*2+*b*2-*c*2=*ab*,再利用余弦定理求解;

(2)利用正弦定理将边转化为角,再结合三角恒等变换可得=2sin(*A*+),根据锐角三角形可得*A*的取值范围,结合三角函数的图象和性质求解*.*

**【解析】(1)在△*ABC*中,*a*sin2+*b*sin2=+=-**

**=-(*a*cos *B*+*b*cos *A*)=-(*a*×+*b*×)=,**

**因为*a*sin2+*b*sin2=,所以=,**

**化简得*a*2+*b*2-*c*2=*ab*,由余弦定理得cos *C*==,**

**又*C*∈(0,π),所以*C*=;**

**(2)由正弦定理知===(sin *A*+cos *A*+sin *A*)**

**=(sin *A*+cos *A*)**

**=2(sin *A*+cos *A*)=2sin(*A*+),**

**由△*ABC*为锐角三角形可知,而*C*=,**

**所以,**

**得<*A*<,所以<*A*+<,**

**所以<sin(*A*+)≤1,**

**即<2sin(*A*+)≤2,**

**则的取值范围为*.***

【题后反思】

本题考查正弦定理、余弦定理、三角恒等变换公式及其应用*.*

(1)三角函数变形的三个统一原则:统一角的大小,统一函数名称,统一结构形式*.*

(2)解三角形中的最值或范围问题常用的方法:基本不等式法与三角函数性质法*.*



1*.*★★★☆☆(2024·新高考*Ⅱ*卷)记△*ABC*的内角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,已知:sin *A*+cos *A*=2*.*

(1)求*A*;

(2)若*a*=2,*b*sin *C*=*c*sin 2*B*,求△*ABC*的周长*.*

**【解析】(1)2**(**sin *A*+cos *A***)**=2,sin**(***A*+**)**=1,**

**所以*A*+=,所以*A*=*.***

**(2)因为sin *B*sin *C*=sin *C*sin 2*B*,所以=2cos *B*,所以cos *B*=,**

**所以*B*=,*C*=*.***

**由==得==,**

**所以*b*=2,*c*=+,△*ABC*的周长为2++3*.***

2*.*★★★☆☆(2024·芜湖三模)已知*a*,*b*,*c*分别为△*ABC*三个内角*A*,*B*,*C*的对边,且*b*cos *A*+*b*sin *A*=*a*+*c.*

(1)求*B*;

(2)若*b*=2,△*ABC*的面积为,*D*为*AC*边上一点,满足*CD*=2*AD*,求*BD*的长*.*

**【解析】(1)由正弦定理有sin *B*cos *A*+sin *B*sin *A*=sin *A*+sin *C*,**

**因为sin *C*=sin(*A*+*B*)=sin *A*cos *B*+cos *A*sin *B*,**

**所以sin *B*cos *A*+sin *B*sin *A*=sin *A*+sin *A*cos *B*+cos *A*sin *B*,化简得sin *B*sin *A*=sin *A*+sin *A*cos *B*,**

**由*A*∈(0,π),sin *A*≠0有sin *B*=1+cos *B*,可得sin**(***B*-**)**=,**

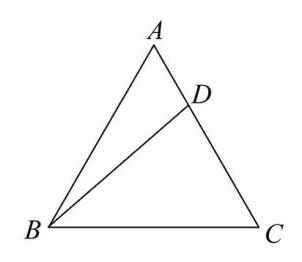
**因为*B*∈(0,π),*B*-∈**(**-,**)**,**

**所以*B*-=,则*B*=*.***

**(2)由*B*=,*S*=*ac*sin *B*=有*ac*=4,又*b*2=*a*2+*c*2-2*ac*cos *B*可得*a*2+*c*2=8,**

**联立,解得*a*=*c*=2,所以△*ABC*为正三角形,所以*AD*=,*A*=,在△*ABD*中,由余弦定理得*BD*2=22+**()**2-2×2××=*.***

**故*BD*的长为*.***

****

3*.*★★★☆☆(2024·北京高考)在△*ABC*中,*a*=7,*A*为钝角,sin 2*B*=*b*cos *B.*

(1)求*A*;

(2)从条件①、条件②和条件③这三个条件中选择一个作为已知,求△*ABC*的面积*.*

①*b*=7;

②cos *B*=;

③*c*sin *A*=*.*

注:如果选择条件①、条件②和条件③分别解答,按第一个解答计分*.*

**【解析】(1)因为sin 2*B*=*b*cos *B*=2sin *B*cos *B*,cos *B*≠0,**

**所以sin *B*=*b*,**

**在△*ABC*中,由正弦定理得=,**

**因为*a*=7,所以sin *A*=,**

**因为*A*为钝角,所以*A*=*.***

**(2)若选条件①,因为*b*=7,*a*=7,**

**所以*B*=*A*=与*A*+*B*+*C*=π矛盾,故不合题意,舍去;**

**若选条件②,因为cos *B*=,所以sin *B*==,在△*ABC*中,由正弦定理得=,**

**所以*b*=·sin *B*=×=3,又sin *C*=sin(*A*+*B*)=sin *A*cos *B*+cos *A*sin *B***

**=×+(-)×=,**

**所以△*ABC*的面积*S*=*ab*sin *C*=×7×3×=;**

**若选条件③,由(1)知*A*=,**

**因为*c*sin *A*=,所以*c*=5,**

**由余弦定理得*a*2=*b*2+*c*2-2*bc*cos *A*,**

**即72=*b*2+52-2*b*×5×cos ,解得*b*=3,**

**所以*S*△*ABC*=*bc*sin *A*=×3×5×sin =*.***

4*.*★★★☆☆(2022·新高考*Ⅰ*卷)记△*ABC*的内角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,已知=*.*

(1)若*C*=,求*B*;

(2)求的最小值*.*

**【解析】(1)因为===,即sin *B*=cos *A*cos *B*-sin *A*sin *B*=cos(*A*+*B*)=-cos *C*=,**

**而0<*B*<,所以*B*=;**

**(2)由(1)知,sin *B*=-cos *C*>0,**

**所以<*C*<π,0<*B*<,**

**而sin *B*=-cos *C*=sin(*C*-),**

**所以*C*=+*B*,即有*A*=-2*B.***

**所以==**

**==4cos2*B*+-5≥2-5=4-5*.***

**当且仅当cos2*B*=时取等号,所以的最小值为4-5*.***