**湖北省部分高中协作体2024--2025学年下学期期中联考**

**高三数学试题**

**本试卷共4页，19题，全卷满分150分，考试用时120分钟.**

**注意事项：**

**1、答题前，请将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的制定位置.**

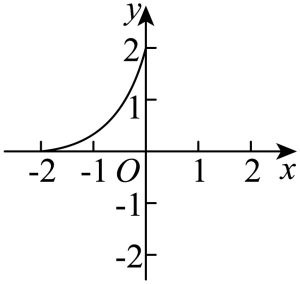
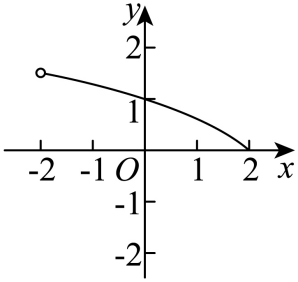
**2、选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

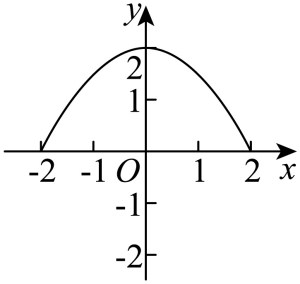
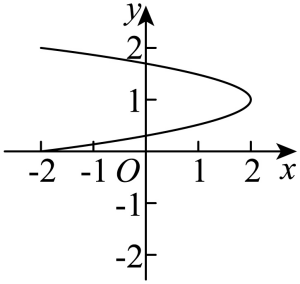
**3、非选择题作答：用黑色签字笔直接答在答题卡对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**4、考试结束后，请将答题卡上交.**

**一、选择题：本题共8小题，每题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若函数 的定义域为 ，值域为 ，则函数的图象可能是（　　）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数的概念以及定义域与值域判断各个选项的图象即可.

【详解】解：函数的定义域为 ，值域为 ，

可知A图象定义域不满足条件；

B图象不满足函数的值域；

C图象满足题目要求；

D图象，不是函数的图象；

故选：C．

2. 已知，则的值为（ ）

A.  B. 

C.  D. －

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由诱导公式化简，即可得到结果.

【详解】

.

故选：B

3. 已知为所在平面内一点，是的中点，动点满足，则点的轨迹一定过的（ ）

A. 内心 B. 垂心 C. 重心 D. 边的中点

【答案】C

【解析】

【分析】由动点满足，且，得到三点共线，进而得到答案.

【详解】由动点满足，且，

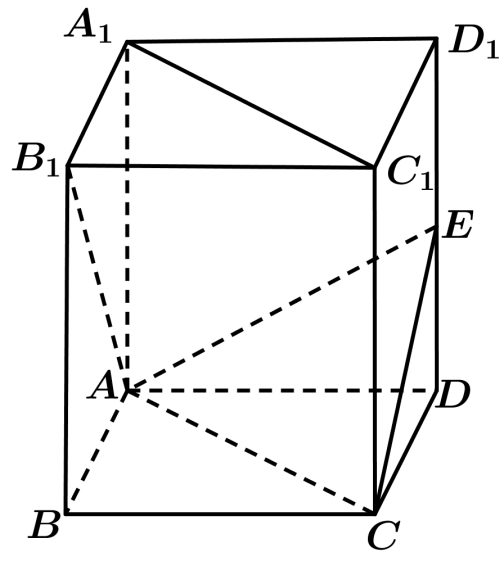
所以三点共线，

又因为为的中点，所以为的边的中线，

所以点的轨迹一定过的重心.

故选：C.

4. 如图，若正四棱柱的底边长为1，，*E*是的中点，则到平面*EAC*的距离为（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，根据正四棱柱的底边长为1，且，求得正四棱柱的高，再求得平面*EAC*的一个法向量 ，将到平面*EAC*的距离转化为点到平面*EAC*的距离，由求解.

【详解】建立如图所示空间直角坐标系：



因为正四棱柱底边长为1，且，

所以，

则，

所以 ，

设平面*EAC*的一个法向量为 ，

则 ，即 ，

令 ，则 ，

因为，且平面*EAC*， 平面*EAC*，

所以平面*EAC*，

所以到平面*EAC*的距离即为点到平面*EAC*的距离，

即，

故选：D

5. 已知为直线上的动点，点满足，记的轨迹为，则（ ）

A. 是一个半径为的圆

B. 是一条与相交的直线

C. 上的点到的距离均为.

D. 是两条平行直线

【答案】C

【解析】

【分析】设，由可得点坐标，由在直线上，将点坐标代入，得轨迹，结合选项即可得出正确答案.

【详解】设，由，则，

由在直线上，故，

化简得，即的轨迹为直线且与直线平行，

上的点到的距离，故A、B、D错误，C正确.

故选：C.

6. 某跳水运动员离开跳板后，他达到的高度与时间的函数关系式是*h*（*t*）＝10﹣4.9*t*2+8*t*（距离单位：米，时间单位：秒），则他在0.5秒时的瞬时速度为（　 　）

A. 9.1米/秒 B. 6.75米/秒 C. 3.1米/秒 D. 2.75米/秒

【答案】C

【解析】

【分析】此类运动问题中瞬时速度问题的研究一般借助函数的导数求其某一时刻的瞬时速度，解答本题可以先的导数，再求得秒时的导数，即可得到所求的瞬时速度.

【详解】函数关系式是

，

在秒的瞬时速度为

故选：．

【点睛】本题考查变化快慢与变化率，正确解答本题关键是理解导数的物理意义，即了解函数的导数与瞬时速度的关系．本题是导数在物理的应用，属于容易题．

7. 设等差数列的前*n*项和为，若，则（ ）

A. 4 B. 17 C. 68 D. 136

【答案】C

【解析】

【分析】由等差数列的通项公式得出，再由求和公式得出.

【详解】设数列的公差为*d*，

因为，所以，即，.

故选：C

8. 10名工人某天生产同一零件，生产的件数是15、17、14、10、15、17、17、16、14、12，设其平均数为，中位数为，众数为，则有（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】借助平均数、中位数与众数定义计算即可得.

【详解】将这些数从小到大重新排列为：10、12、14、14、15、15、16、17、17、17，

故其中位数，众数，

平均数，

故.

故选：B.

**二、选择题：本题共3小题，每题6分，共18分，在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】当时，由得，，当时，由得，，可判断 A D；由得，且与同号，即可判断BC.

【详解】由得，

当时，由得，即，可得，

当时，由得，即，所以，故 A D正确；.

由得，且与同号，即，

所以与异号，即与同号，由得，故B错误；故C正确；

故选：ACD.

10. （多选题）下列命题正确的是（ ）

A. 零向量是唯一没有方向的向量

B. 零向量的长度等于0

C. 若都为非零向量，则使成立的条件是与反向共线

D. 若则

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据零向量、单位向量、共线向量的定义，以及向量的性质，逐项判断即可.

【详解】对于A，零向量是有方向的，其方向是任意的，故A错误；

对于B，由零向量的定义知，零向量的长度为0，故B正确；

对于C，因为与都是单位向量，所以只有当与是相反向量，即与是反向共线时，才成立，故C正确；

对于D，由向量相等的定义知结论正确，故D正确.

故选：BCD.

11. 已知(*a*＋*b*)*n*的展开式中第5项的二项式系数最大，则*n*的值可以为（ ）

A. 7 B. 8

C. 9 D. 10

【答案】ABC

【解析】

【分析】若为偶数，则展开式中间一项的二项式系数最大；若为奇数，则展开式中间两项与的二项式系数和相等，且最大.

【详解】若展开式只有第五项的二项式系数最大，则，解得：*n*＝8；若展开式第四项和第五项的二项式系数最大，则，解得：*n*＝7；若展开第五项和第六项的二项式系数最大，则，解得：*n*＝9；

故选：ABC

**三、填空题：本题共3小题，每题5分，共15分**

12. 已知直线和平面，若，且直线在平面内，则直线与平面的位置关系是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】或.

【解析】

【分析】利用线面平行的判定定理可推导出结论.

【详解】当时，由得；

当时，满足题中条件.

综上，直线与平面的位置关系是或.

故答案：或.

13. 已知点，则过点且与原点的距离为2的直线*l*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】或

【解析】

【分析】对直线的斜率分类讨论，再利用点到直线的距离公式及其点斜式即可得出答案.

【详解】①当的斜率不存在时显然成立，此时的方程为．

②当的斜率存在时，

设，即，

由点到直线的距离公式得，，解得，

．

故所求的方程为或．

故答案为：或．

14. 满足，且关于的方程有实数解的有序数对的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】由于关于的方程有实数根，分两种情况：当时，方程为，此时一定有解；当时，方程为一元二次方程，那么它的判别式大于或等于0，由此即可求出，从而得到有序数对的个数．

【详解】解：当时，方程为，此时一定有解；

此时，0，1，2；即，，，四种；

当时，方程为一元二次方程，

△，则．

当，1，2时，此时，的对数为，，，

，，，，，，共9种，

关于的方程有实数解的有序数对的个数为13种，

故答案为13．

【点睛】本题考查函数零点与方程根的关系，考查了一元二次方程根的情况与判别式△的关系，在解题时要注意分类讨论思想运用，是中档题．

**四、解答题：本题共5小题，共75分**

15. 小王大学毕业后，决定利用所学专业进行自主创业．经过市场调查，生产某小型电子产品需投入年固定成本为3万元，每生产*x*万件，需另投入流动成本为万元．在年产量不足8万件时，万元；在年产量不小于8万件时，万元，每件产品售价为5元．通过市场分析，小王生产的商品当年能全部售完．

（1）写出年利润万元关于年产量*x*万件的函数解析式；(注：年利润=年销售收入-固定成本-流动成本)

（2）年产量为多少万件时，小王在这一商品的生产中所获利润最大？最大利润是多少？

【答案】（1）

（2）年产量为10万件时，小王在这一商品的生产中所获利润最大，最大利润是15万元

【解析】

【分析】（1）根据已知，分以及，分别求解，即可得出函数解析式；

（2）分为以及两种情况，根据二次函数的性质以及基本不等式，即可得出答案.

【小问1详解】

因为每件产品售价为5元，则*x*（万件）商品销售收入为5*x*万元，依题意得：

当时，，

当时，，

∴．

【小问2详解】

当时，，

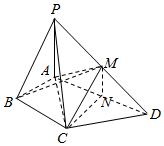
当时，取得最大值9；

当时，，

此时，当即时，取得最大值.

综上所述，年产量为10万件时，小王在这一商品的生产中所获利润最大，最大利润是15万元.

16. 如图，在四棱锥P-ABCD中，∠ABC=∠ACD=90°，∠BAC=∠CAD=60°，PA⊥平面ABCD，PA=2，AB=1．设M，N分别为PD，AD的中点．

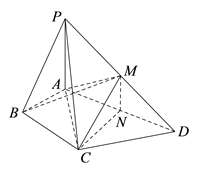


（1）求证：平面CMN∥平面PAB；

（2）求三棱锥P-ABM的体积．

【答案】（1）证明见解析 （2）三棱锥的体积

【解析】

【详解】

试题分析：（1）由中位线定理可得∥ ∥平面. 再证得∥∥平面平面∥平面； （2）由（1）知，平面∥平面点到平面的距离等于点到平面的距离.

试题解析：（1）证明：∵分别为的中点，

则∥. 又∵平面，平面，

∴∥平面.

在中，，∴.

又∵， ∴∥

∵平面，平面，∴∥平面.

又∵， ∴平面∥平面.

（2）由（1）知，平面∥平面，

∴点到平面的距离等于点到平面的距离.

由已知，，，，∴，

∴三棱锥的体积.

17. 已知直线*l*：*kx*－*y*＋1＋2*k*＝0（*k*∈*R*）．

（1）证明：直线*l*过定点；

（2）若直线*l*不经过第四象限，求*k*的取值范围；

（3）若直线*l*交*x*轴负半轴于点*A*，交*y*轴正半轴于点*B*，*O*为坐标原点，设△*AOB*的面积为*S*，求*S*的最小值及此时直线*l*的方程．

【答案】（1）证明见解析；（2）；（3）*S*的最小值为4，直线*l*的方程为*x*－2*y*＋4＝0．

【解析】

【分析】（1）直线方程化为*y*＝*k*（*x*＋2）＋1，可以得出直线*l*总过定点；

（2）考虑直线的斜率及在y轴上的截距建立不等式求解；

（3）利用直线在坐标轴上的截距表示出三角形的面积，利用均值不等式求最值，确定等号成立条件即可求出直线方程.

【详解】（1）证明：

直线*l*的方程可化为*y*＝*k*（*x*＋2）＋1，故无论*k*取何值，直线*l*总过定点（－2，1）．

（2）直线*l*的方程为*y*＝*kx*＋2*k*＋1，则直线*l*在*y*轴上的截距为2*k*＋1，要使直线*l*不经过第四象限，则解得*k*≥0，故*k*的取值范围是．

（3）依题意，直线*l*在*x*轴上的截距为，在*y*轴上的截距为1＋2*k*，

∴*A*，*B*（0，1＋2*k*）．

又且1＋2*k*＞0，

∴*k*＞0．

故*S*＝|*OA*||*OB*|＝××（1＋2*k*）＝≥×（4＋）＝4，

当且仅当4*k*＝，即*k*＝时，取等号．

故*S*的最小值为4，此时直线*l*的方程为*x*－2*y*＋4＝0．

18. 已知函数*f*(*x*)＝ln *x*－*ax*(*a*∈***R***).

（1）当*a*＝时，求*f*(*x*)的极值；

（2）讨论函数*f*(*x*)在定义域内极值点的个数.

【答案】（1）*f*(*x*)极大值＝ln 2－1，无极小值；（2）答案见解析.

【解析】

【分析】（1）当*a*＝时，*f*(*x*)＝ln *x*－*x*，求导得到*f*′(*x*)＝－＝，然后利用极值的定义求解.

（2）由（1）知，函数的定义域为(0，＋∞)，*f*′(*x*)＝－*a*＝ (*x*>0)，然后分*a*≤0和*a*>0两种情况讨论求解.

【详解】（1）当*a*＝时，*f*(*x*)＝ln *x*－*x*，函数的定义域为(0，＋∞)且*f*′(*x*)＝－＝，

令*f*′(*x*)＝0，得*x*＝2，

于是当*x*变化时，*f*′(*x*)，*f*(*x*)的变化情况如下表.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | (0，2) | 2 | (2，＋∞) |
| *f*′(*x*) | ＋ | 0 | － |
| *f*(*x*) | 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ | ln 2－1 | 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ |

故*f*(*x*)在定义域上的极大值为*f*(*x*)极大值＝*f*(2)＝ln 2－1，无极小值.

（2）由（1）知，函数定义域为(0，＋∞)，

*f*′(*x*)＝－*a*＝ (*x*>0).

当*a*≤0时，*f*′(*x*)>0在(0，＋∞)上恒成立，

即函数在(0，＋∞)上单调递增，此时函数在定义域上无极值点；

当*a*>0时，当*x*∈时，*f*′(*x*)>0，

当*x*∈时，*f*′(*x*)<0，

故函数在*x*＝处有极大值.

综上可知，当*a*≤0时，函数*f*(*x*)无极值点，

当*a*>0时，函数*y*＝*f*(*x*)有一个极大值点，且为*x*＝.

【点睛】本题主要考查导数与函数的极值以及极值点的个数问题，还考查了分类讨论的思想和运算求解的能力，属于中档题.

19. 已知等差数列的前*n*项和记为（），满足．

（1）若数列为单调递减数列，求的取值范围；

（2）若，在数列的第*n*项与第项之间插入首项为1，公比为2的等比数列的前*n*项，形成新数列，记数列的前*n*项和为，求．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）设等差数列的公差为，由已知可得，求得，由数列的单调性列不等式即可得的取值范围；

（2）由（1）得，对数列进行分组分析，即可知其前项的构成部分，结合等差数列与等比数列的求和公式即可求得.

【小问1详解】

设等差数列的公差为，由于，

所以，解得，

所以，

若数列为单调递减数列，则对于恒成立，

所以在上恒成立，

则，所以，又数列为递增数列，所以，即，

故的取值范围为；

【小问2详解】

若，则，

根据题意数列为：

第一组为：1，；

第二组为：，，；

第三组为：，，，；

……

第组为：，，，，…，；

则前组一共有项，当时，项数为.

故相当于是前组的和再加上这五项，即：



设，则可看成是数列的前项和

所以.