**2024-2025学年河南省部分名校高二下学期3月大联考**

**数学试卷**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知函数，为的导函数，且，则实数(    )

A. B. C. D.

2.双曲线的渐近线方程为(    )

A. B. C. D.

3.已知是等比数列，若，，则的公比(    )

A. B. C. D.

4.已知矩形的边所在直线的方程为，顶点，则顶点的坐标为(    )

A. B. C. D.

5.若存在，使得直线与圆相切，则实数的取值范围为(    )

A. B.   
C. D.

6.在正四棱柱中，，，分别为，的中点，点为上底面的中心，则直线与夹角的余弦值为(    )

A. B. C. D.

7.已知某圆柱的表面积为，则该圆柱的体积的最大值为(    )

A. B. C. D.

8.已知，函数，，当时，函数的图象始终在函数的图象下方所有点均不重合，则实数的取值范围为(    )

A. B. C. D.

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.记为等差数列的前项和，已知，，则下列结论正确的有(    )

A. B.   
C. D. 数列中有且仅有一个最小项

10.已知函数，则下列结论正确的有(    )

A. 当，时，只有最大值，无最小值

B. 当，时，有两个极值点  
C. 当，时，是的极大值点  
D. 当，时，，

11.已知点在曲线上，点，则下列结论正确的有(    )

A. 曲线关于原点对称  
B.   
C. 的最小值为  
D. 曲线与轴的非负半轴、直线所围成区域的面积大于

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.已知，向量，，若，则          ．

13.已知圆与圆的相交弦所在直线为，若与抛物线交于，两点，则          ．

14.数列的通项公式为，则的前项和为          用含的式子表示．

四、解答题：本题共**5**小题，共**60**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

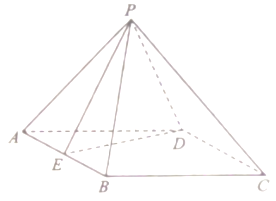
15.本小题分

已知函数，曲线在处切线的斜率为．

求实数的值

研究的单调性

求的极值．

16.本小题分  
如图，四棱锥的底面为菱形，，且侧面是边长为的等边三角形取的中点，连接，．  


证明：平面

证明：为直角三角形

若，求直线与平面所成角的正弦值．

17.本小题分

已知正项数列中，，．

证明：数列是等比数列

求数列的通项公式

设，证明：．

18.本小题分

已知椭圆的下焦点为，其离心率为．

求椭圆的标准方程

过的直线与椭圆交于，两点直线与坐标轴不垂直，过，作轴的垂线，垂足分别为，，若直线与交于点，证明：点的纵坐标为定值．

19.本小题分

定义函数满足，且的定义域均为，已知函数

求的解析式和定义域

求的最小值

若，是的两个实根，证明：．

**参考答案**

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

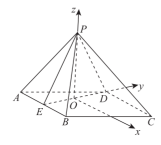
11.

12.

13.

14.

15.解：，所以，由题意可知，，  
解得或舍去，故实数的值为；  
的定义域为，  
由可知，，  
令，解得，当时，，当时，，  
故在，上单调递减，在上单调递增，  
由知，在上单调递减，在上单调递增，  
故在处取得极小值，极小值为，无极大值．

16.证明：因为侧面是等边三角形，为的中点，所以．  
因为四边形为菱形，且，所以．  
又，，平面，平面，所以平面．  
证明：因为，所以平面．  
又平面，所以，故为直角三角形．  
解：因为平面，故由可知，平面平面，易求，  
又，所以为等边三角形，  
取的中点，连接，则，  
因为为平面与平面的交线，平面，  
所以平面．  
以为坐标原点，平行于的直线为轴，直线，分别为轴、轴，建立如图所示的空间直角坐标系，  
  
则，，，，，，，  
设平面的法向量为，由  
取，得．  
设直线与平面所成的角为，则，，  
故直线与平面所成角的正弦值为．

17.证明：由得，，  
则，  
因为，所以，  
又，故数列是首项为，公比为的等比数列．  
解：由可知，，故．  
证明：由得，，  
当时，，不等式成立  
当时，，不等式成立  
当时，，  
所以，  
综上可知，．

18.解：由题意可知，解得，，  
故椭圆的标准方程为；  
证明：设直线的方程为，，，则，，  
由得，显然，，  
则，，  
易知直线与的斜率均存在，则直线的方程为，  
直线的方程为，  
联立消去得，  
，  
故点的纵坐标为定值．

19.解：由题意得，，故，  
又，所以，  
故，的定义域为．  
，  
令，解得，  
当时，，单调递减当时，，单调递增，  
故；  
证明：因为，是的两个实根，  
所以，，  
则，，  
所以，  
要证，  
只需证，  
即证，  
即证，  
令，则只需证，  
设，  
则  
，  
所以在上单调递增，  
则，所以成立，  
故．