**问津教育联合体2025年2026届高二3月联考**

**数学试卷**

**考试时间：2025年3月20日上午8：00-10：00 试卷满分：150分**

**一、单选题：（本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）**

1. 物体运动方程为（位移单位：m，时间单位：s），若，则下列说法中正确的是（ ）

A. 18m/s是物体从开始到3s这段时间内的平均速度

B. 18m/s是物体从3*s*到这段时间内的速度

C. 18m/s是物体在3s这一时刻的瞬时速度

D. 18m/s是物体从3s到这段时间内的平均速度

【答案】C

【解析】

【分析】由瞬时变化率的物理意义判断．

【详解】是物体在这一时刻的瞬时速度，是物体从到这段时间内的平均速度的极限值，即是是物体在这一时刻的瞬时速度.

故选：C

2. 是等比数列，是方程的两根，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用一元二次方程的根与系数的关系及等比数列的性质即可求解.

【详解】设等比数列公比为，

因为，是方程的两根，

所以，所以，

由等比数列的性质可知

所以.

故选：C.

3. 已知数列满足：，则（ ）

A. 1 B. 3 C. 7 D. 9

【答案】B

【解析】

【分析】根据数列的递推公式列出数列的前几项.

【详解】由题意：，，.

故选：B

4. 已知等差数列中，，，则数列的前2025项和为（ ）

A. 1012 B. 1013 C. 2025 D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先根据等差数列的通项公式求，再利用并项求和法求数列的前2025项和.

【详解】设数列的公差为*d*，则，解得.所以．

设，

所以，，…，

所以数列的前2025项和为：

．

故选：D

5. 设等差数列的前项和为，公差为，若，，则下列结论不正确的是（ ）

A.  B. 当时，取得最大值

C.  D. 使得成立的最大自然数是15

【答案】D

【解析】

【分析】根据等差数列定义及其通项可判断公差，得出数列中各项的符号可得B正确，再由等差数列性质可判断C正确，由等差数列前项和公式可判断D正确.

【详解】对于A，因为等差数列中，，，

所以，，，A正确；

对于B，由题意可知数列为递减数列，且当时，，当时，；

所以可得时，取得最大值，B正确；

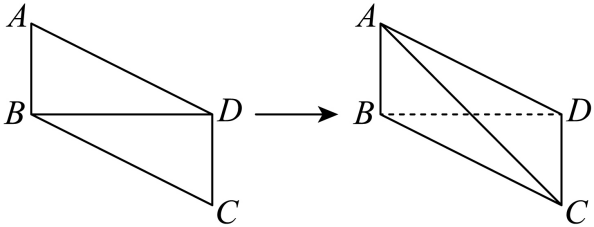
对于C，由A知，数列前8项都大于0，所以，C正确；

对于D，易知，，

故成立的最大自然数，D错误．

故选：D．

6. 如图，已知平行四边形，，且，沿对角线将折起，当二面角的余弦值为时，则*A*与*C*之间距离为（ ）



A. 2 B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用空间向量的线性运算及数量积公式计算模长即可.

【详解】已知平行四边形，，且，

，，

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ vcQkc+dhyH/p2W+Da2wOPw==平面与平面所成角的余弦值为，

，

，

，

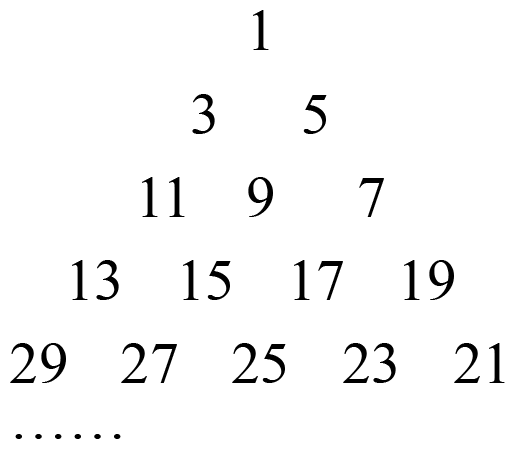


，

则，即与之间距离为，

故选：C．

7. 已知从1开始的连续奇数蛇形排列形成宝塔形数表，第一行为1，第二行为3，5，第三行为7，9，11，第四行为13，15，17，19，如图所示，在宝塔形数表中位于第行，第列的数记为，例如，，，若，则（ ）



A. 64 B. 65 C. 68 D. 72

【答案】C

【解析】

【分析】由题意，根据奇数数列的通项，明确为个奇数，根据宝塔数表的排列性质，通过计算，求得所在的位置，可得答案.

【详解】由题意，令，解得，则是第个奇数，

∵宝塔形数表第行有个数，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ vcQkc+dhyH/p2W+Da2wOPw==前行共有个数，

，在宝塔形数表的第行中，

为第行从左往右数第个数，即，

.

故选：C.

【点睛】方法点睛：本题通过观察宝塔形数表，归纳出一般规律来考查归纳推理及等差数列求和公式，属于难题题.归纳推理的一般步骤：一、通过观察个别情况发现某些相同的性质. 二、从已知的相同性质中推出一个明确表述的一般性命题(猜想）.常见的归纳推理分为数的归纳和形的归纳两类：(1)数的归纳包括数的归纳和式子的归纳，解决此类问题时，需要细心观察，寻求相邻项及项与序号之间的关系，同时还要联系相关的知识，如等差数列、等比数列等；(2)形的归纳主要包括图形数目的归纳和图形变化规律的归纳.

8. 已知双曲线的左、右焦点分别为 ，左、右顶点分别为，以为直径的圆与双曲线的一条渐近线交于点 ，且，则双曲线的离心率为（ ）

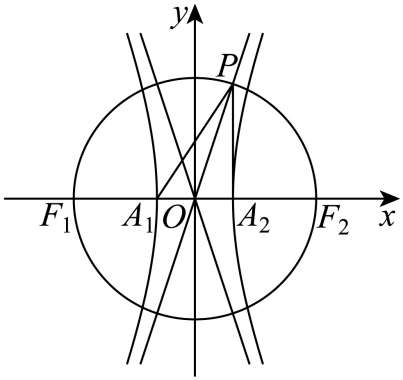
A.  B. 2

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用双曲线渐近线确定，由余弦定理可得，再由勾股定理得，又由确定得，最后根据求得离心率 .

【详解】

根据题意可知：点在以为圆心为半径的圆上，所以；

根据双曲线渐近线方程为有，

即，在中，，，

余弦定理有，解得；

由双曲线中即所以；

在中，，，所以，

所以双曲线离心率.

故选：D

**二、多选题（本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．）**

9. 下列求导运算正确的是（ ）

A  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】利用求导法则进行计算，对四个选项逐个判断即可.

【详解】，故A正确；

，故B错误；

，故C错误；

，故D正确.

10. 过抛物线的焦点的直线与相交于*A*，*B*两点，为坐标原点，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用已知可得，可判断A；联立直线与抛物线方程，可得可得判断B；求得判断C；可判断D.

【详解】对于A：因为直线经过点，可得，即，所以，故A正确；

对于B：设由，所以，

所以所以

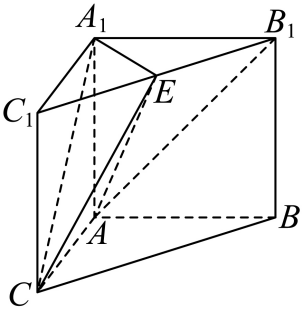
所以所以与不垂直，故B不正确；

，故C正确；

对于D：，故D正确.

故选：ACD.

11. 已知直三棱柱中，，点为的中点，则下列说法正确的是（ ）



A. 

B. 平面

C. 异面直线与所成的角的余弦值为

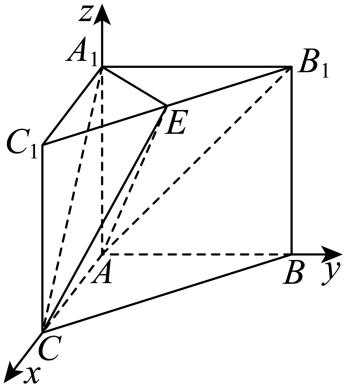
D. 直三棱柱的外接球的表面积为

【答案】ABD

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，计算的坐标和的坐标即可判断A，计算平面的法向量，计算即可判断B，由分别计算即可判断C，对于D先计算出外接球的半径，根据球的表面积公式即可判断D.

【详解】如图，建立空间直角坐标系，



则.

对于A：，

所以，故A正确；

对于B：，

设平面的一个法向量为，

则，令，则，所以，

所以，即，又平面，所以平面，故B正确；

对于C：，则，

所以，

即异面直线与所成的角的余弦值为，故C错误；

对于D：因为，直三棱柱的外接球的半径为，

则有，

所以直三棱柱的外接球的表面积为，故D正确.

故选：ABD.

**三、填空题（本题共3小题，每小题5分，共15分．）**

12. 已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】先求函数的导函数，当得，得，进而可得.

【详解】由可得，

故，得，

故，，

故答案：

13. 在等差数列中，，记，则数列的前30项和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】755

【解析】

【分析】根据分组求和，结合等差求和公式求解.

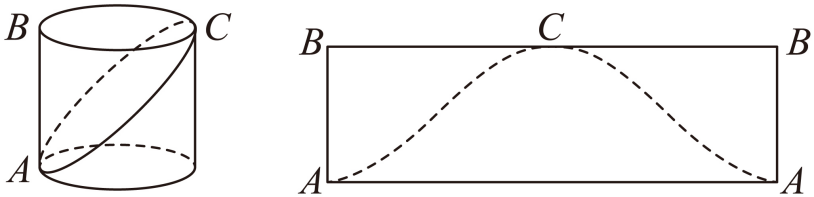
【详解】当时，，当时，，

故

．

故答案为：755

14. 如图，已知圆柱的斜截面是一个椭圆，该椭圆的长轴*AC*为圆柱的轴截面对角线，短轴长等于圆柱的底面直径．将圆柱侧面沿母线*AB*展开，则椭圆曲线在展开图中恰好为一个周期的正弦曲线．若该段正弦曲线是函数一个周期的图像，且其对应的椭圆曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】##0.5

【解析】

【分析】由正弦型函数的最值和周期可得圆锥的高和底面半径，根据题意可得椭圆的长轴和短轴，即可得离心率.

【详解】因为函数的值域为，最小正周期，

可知圆柱的高，

设圆柱的底面半径为，则，可得，

由题意可知：椭圆短轴长，即，

椭圆的长轴长，即，

所以椭圆曲线的离心率.

故答案为：.

**四、解答题：（本题共5小题．共77分．解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）**

15. 已知等比数列的公比，，．

（1）求；

（2）设，若，求．

【答案】（1）；

（2）.

【解析】

【分析】（1）由题设结合等比数列通项公式列出等比数列首项和公比的方程组即可求解；

（2）先求出的通项公式，再由等差数列前项和公式结合题设列出等量关系式计算即可求解.

【小问1详解】

由题意得，

所以.

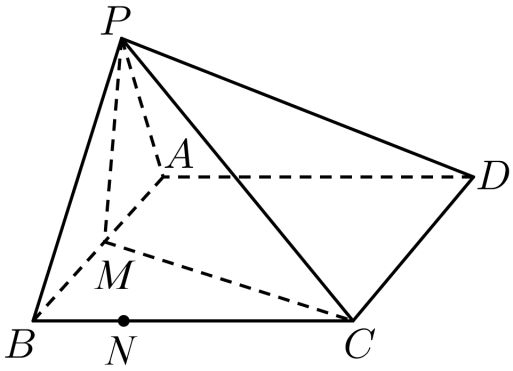
【小问2详解】

由（1）得，

所以，

解得或（舍去）.

16. 如图，在四棱锥*P*-*ABCD*中，底面*ABCD*是平行四边形，，，，，点*M*是*AB*的中点，点*N*是线段*BC*上的动点．



（1）证明：平面*PAB*；

（2）若点*N*到平面*PCM*的距离为，求的值．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）连接*AC*，通过证明，即可得平面*PAB*；

（2）过点作，垂足为，利用可得的值，则可得答案.

【小问1详解】

证明：连接*AC*

在中，因为，，，

所以，

因为，，所以是等边三角形．

因为点是的中点，所以，

在中，，，，

满足，所以，

而，所以平面；

【小问2详解】

过点作，垂足为，

由（1）可知平面，

因为平面，

所以平面平面，平面平面，

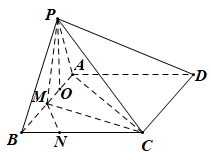
所以平面．

由得，

，

解得，

所以.



17. 已知函数是曲线和一条公切线．

（1）求实数的值；

（2）过点可作曲线的三条不同的切线，求实数的取值范围．

【答案】（1），

（2）或或

【解析】

【分析】（1）根据导数的几何意义，结合一元二次方程根的判别式进行求解即可；

（2）根据导数的几何意义，结合一元二次方程根的判别式进行求解即可

【小问1详解】

设直线与曲线的切点坐标为，

，，

又直线的斜率为，，

且点同时在直线和曲线上，

满足，联立以上两式可得，  
故直线的方程为，

联立，可得，

又直线与曲线相切，  
，解得．

小问2详解】

由（1）得，，

设切点为，

则曲线在点的切线方程为，  
又切线过点，

，

即方程有两个不相等的实数根，且，

，

解得或或，

所以实数的取值范围为或或．

【点睛】关键点睛：本题关键是利用导数的几何意义，结合一元二次方程根的判别式进行求解.

18. 已知等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且*S*5＝*S*2，*a*2*n*＝2*an*＋1，*n*∈**N**\*.

（1）求数列{*an*}的通项公式；

（2）若，令*cn*＝*an*·*bn*，求数列{*cn*}的前*n*项和*Tn*.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据已知条件求得数列的首项和公差，由此求得.

（2）结合分组求和法、错位相减求和法求得.

【小问1详解】

设等差数列的首项为，公差为，

依题意有，

解得，所以.

【小问2详解】

，

设，

，

两式相减得

，

所以.

设，

所以.

19. 已知椭圆的右焦点为抛物线的焦点，过点的直线交椭圆于两点，当直线垂直于轴时，.

（1）求椭圆的方程；

（2）当直线不垂直于轴时，过分别作轴的垂线，垂足分别为，记直线与的交点为.

（i）证明：点在定直线上，并求出的方程；

（ii）若的面积为，设直线与抛物线交于两点，求.

【答案】（1）

（2）（i）证明见解析，；（ii）.

【解析】

【分析】（1）设，得，求出通径，根据，即可求解；

（2）（ⅰ）设出直线的方程，与曲线的方程联立，得到根与系数的关系，根据点斜式写出直线的方程，联立直线的方程，可得的坐标.，即可求解.

（ii）解法一：令在轴上方，借助面积公式，结合韦达定理，得到，分类讨论，得到直线的方程，与抛物线方程联立，设，结合韦达定理计算即可；

解法二：运用弦长公式，结合到的距离算出面积，解得，分类讨论，得到直线的方程，与抛物线方程联立，设，结合韦达定理计算即可.

【小问1详解】

设，依题意得，

当时，，

又，所以，

故椭圆的标准方程为：.

【小问2详解】

（i）因为直线与坐标轴不垂直，设直线的方程为，

设，

由，得，

则，可得，

又由条件知直线的斜率均存在，

则直线的方程为，

直线的方程为，

联立直线和的方程，消去，得交点的横坐标为

，

同理，消去，得交点的纵坐标为，

所以的坐标为.

所以点在定直线上，且定直线的方程为.

（ii）解法一：依题意不妨令在轴上方，

则



，

由，得，

解得（舍去），

所以，得直线的方程为，

同理当时，直线的方程为，

联立，消去得，设，

得，

根据对称性得，当直线的方程为时，也有.

综上所述.

解法二：，

又因为到的距离为，

所以，

得，解得（舍去），

所以，得直线的方程为或，

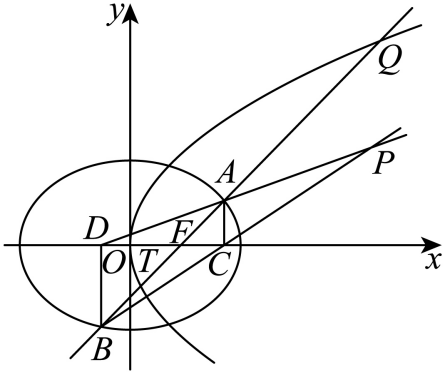
联立，消去得到，

设，则，

得，

根据对称性得，当直线的方程为时，也有.

综上所述.



【点睛】方法点睛：圆锥曲线中定点问题的两种解法.

（1）引进参数法：先引进动点的坐标或动线中系数为参数表示变化量，再研究变化的量与参数何时没有关系，找到定点.

（2）特殊到一般法：先根据动点或动线的特殊情况探索出定点，再证明该定点与变量无关.