**河东区2024～2025学年度第一学期期末质量检测**

**高三数学**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟．**

**第Ⅰ卷（选择题 共45分）**

**一、选择题：（本题共9个小题，每小题5分，共45分．每小题给出的四个选项只有一个符合题目要求）**

1. 设集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据交集、补集的定义可求.

【详解】由题设可得，故，

故选：B.

2. 若，则“”是“”成立的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据分式不等式和一元二次不等式的解法，结合充分条件和必要条件的定义即可得解.

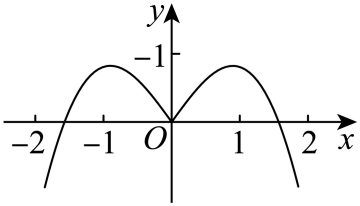
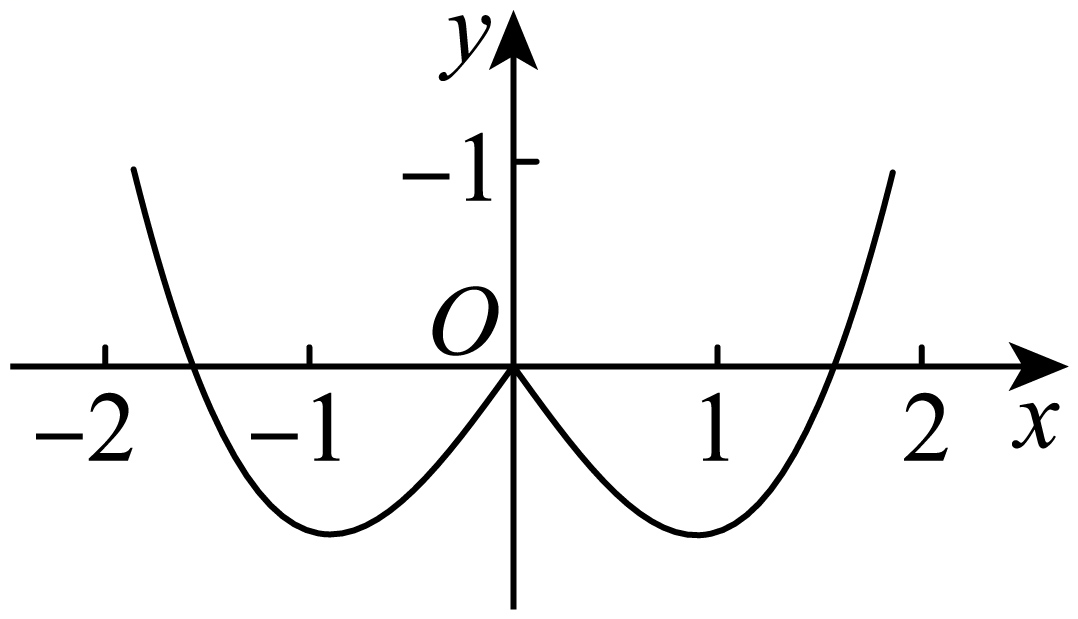
【详解】由，解得，

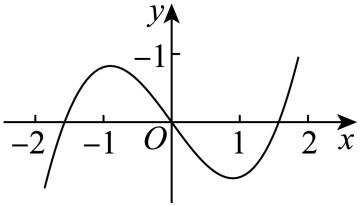
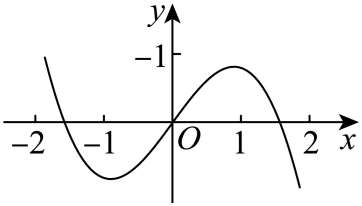
由，解得，

所以“”是“”成立的充分不必要条件.

故选：A.

3. 函数的图象大致为（ ）

A  B. 

C  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用函数的奇偶性排除两个选项，再取一个特殊值即可得到正确选项即可.

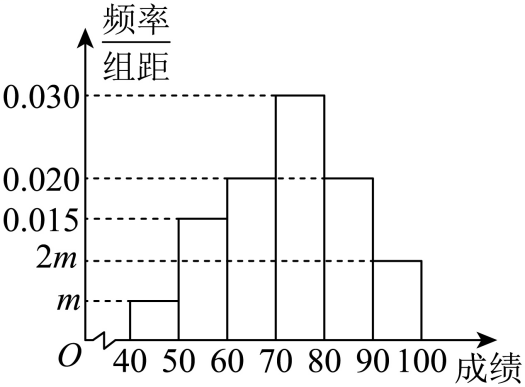
【详解】由可得：是奇函数，

故A,B是错误的；

又由，故D是错误的；

故选：C.

4. 某校根据学生情况将物理考试成绩进行赋分，目的是为了更好地对新高考改革中不同选科学生的考试成绩进行横向对比，经过对全校300名学生的成绩统计，可得到如图所示的频率分布直方图，则这些同学物理成绩大于等于60分的人数为（ ）



A. 270 B. 240 C. 180 D. 150

【答案】B

【解析】

【分析】根据频率之和为1得到方程，求出，进而求出物理成绩大于等于60分的人数.

【详解】，解得，

故物理成绩大于等于60分的人数为.

故选：B.

5. 已知，，，则这三个数的大小顺序是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】可以得出，然后即可得出，，的大小顺序．

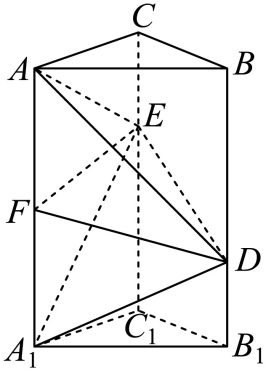
【详解】解：，，，

．

故选：．

【点睛】本题考查了对数函数和指数函数的单调性，函数单调性的定义，考查了计算和推理能力，属于基础题．

6. 如图，正三棱柱的底面边长为1，高为3，已知为棱的中点，分别在棱上，，记四棱锥，三棱锥与三棱锥的体积分别为，则（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据条件分别计算出的值，即可求解.

【详解】由题意知：，

，

.

，，.

故选：C.

7. 已知函数，则下列说法中，正确的是（ ）

A. 的最小值为

B. 在区间上单调递增

C. 的最小正周期为

D. 的图象可由的图象向右平移个单位得到

【答案】D

【解析】

【分析】根据选项的内容，我们可以利用辅助角公式把函数解析式化为余弦型函数形式，结合余弦型函数的最值性质、单调性性质、最小正周期公式、图象平移的性质逐一判断即可.

【详解】.

A：当时，即当时，

函数的最小值为，所以本选项说法不正确；

B：由，显然不是的子集，

所以本选项说法不正确；

C：的最小正周期为，因此本选项说法不正确；

D：的图象向右平移个单位得到

，所以本选项说法正确，

故选：D

8. 抛物线的焦点是双曲线的右焦点，点是曲线的交点，点在抛物线的准线上，是以点为直角顶点的等腰直角三角形，则双曲线的离心率为

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

先由题和抛物线的性质求得点P的坐标和双曲线的半焦距c的值，再利用双曲线的定义可求得a的值，即可求得离心率.

【详解】由题意知，抛物线焦点，准线与x轴交点，双曲线半焦距，设点 是以点为直角顶点的等腰直角三角形，即，结合点在抛物线上，

所以抛物线的准线，从而轴，所以，



即

故双曲线的离心率为

故选A

【点睛】本题考查了圆锥曲线综合，分析题目，画出图像，熟悉抛物线性质以及双曲线的定义是解题的关键，属于中档题.

9. 已知且，则的最小值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】将变形为，借鉴“1”的妙用的处理方式，以及基本不等式求解即可.

【详解】

因为，

故；

当且仅当，且，也即，且时取得等号.

故的最小值为.

故选：B.

【点睛】关键点点睛：本题处理的关键是能够观察到三者之间的关系，同时要熟练掌握“”的妙用的处理方式.

**二、填空题（本大题共6个小题，每小题5分，共30分）**

10. 已知为虚数单位，复数，则复数的虚部为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】##

【解析】

【分析】根据复数四则运算直接化简，再根据复数的相关定义可得解.

【详解】，

所以复数的虚部为.

故答案为：.

11. 在的展开式中，的系数是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】写出已知二项式展开式的通项，进而写出对应项，即可得系数.

【详解】已知二项式的展开式通项公式为，，

令，可得，则.

故答案为：

12. 已知圆与抛物线的准线交于两点，且，则的值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】4

【解析】

【分析】根据题意得到，再利用勾股定理求出，由圆心到准线的距离可得答案.

【详解】设圆的圆心坐标为，连接，

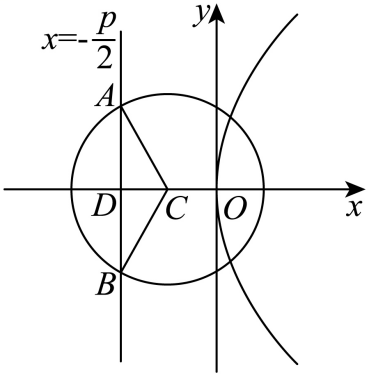
抛物线准线与轴交于点，则，

所以，

所以圆心到准线的距离为，

解得，或（舍去）.

故答案为：4.



13. 某厂产品有的产品不需要调试就可以出厂上市，另的产品经过调试以后有能出厂，则该厂产品能出厂的概率\_\_\_\_\_\_；任取一出厂产品，求未经调试的概率\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】答题空一：根据题意设出事件，利用全概率公式即可求解；答题空二：利用空一结果，根据贝叶斯公式即可求解.

【详解】设事件表示产品能出厂上市，事件表示产品不需要调试，表示产品需要调试，

则有，，，，

由全概率公式可得：

；

由贝叶斯公式可得：

.

故答案为：；

14. 在等腰梯形中，，是腰的中点，则的值为\_\_\_\_\_\_；若是腰上的动点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①. ②. 

【解析】

【分析】作出辅助线，求出各边长，建立平面直角坐标系，得到，求出，设，，故，求出，故，从而得到最小值.

【详解】过点作⊥于点，

因为等腰梯形中，，

所以，由勾股定理得，

以为坐标原点，所在直线分别为轴，建立空间直角坐标系，

故，

是腰的中点，故，

所以，

设，，，

则，故，，

故，

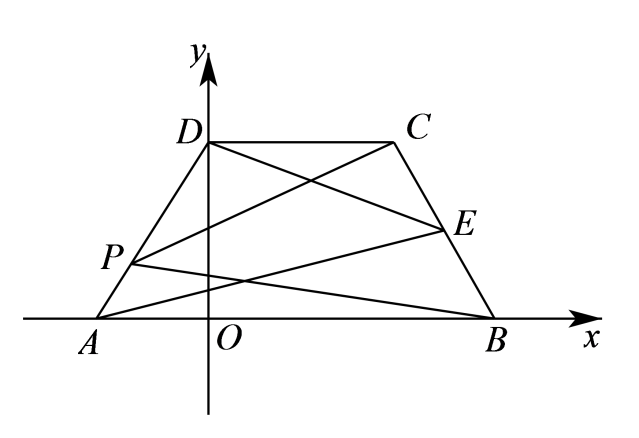


，

故

，

故当时，取得最小值，最小值为.



故答案为：，

15. 已知函数，若有三个不等零点，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】函数有三个不等零点转化为方程有三个不等实根. 分两种情况讨论：当时，，令，结合的单调性讨论根的情况；当时，得，当时，显然方程无实根；当时，，令，利用导数研究函数的性质，作出函数图象，数形结合得答案．

【详解】由有三个不等零点，等价于有三个不等实根，

当时，，

由，得，

即，

令，

由于在上单调递增，故，

故当时，方程无实根；

当时，方程在上有一实根．

当时，，由，得

当时，显然方程无实根；

当时，，令，，

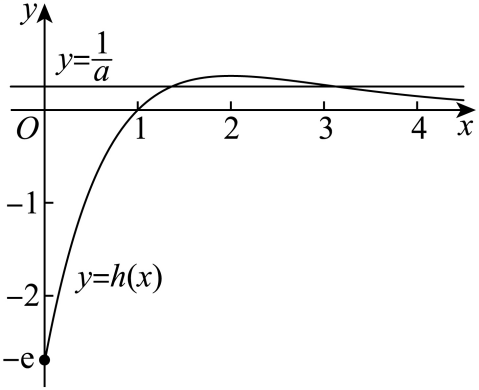
当时，，所以上单调递增；

当时，，所以在单调递减；

即当时，函数取得极大值

；；当时，；当时，，

作出函数的图象如图，



要使有三个不等实根，需满足：在上有一实根，在上有两个实根．

由图可知与的图象有两个交点时，，即，

综上，，即实数的取值范围是．

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：对于零点问题常转化成方程根的个数问题，分离常数后构造函数，讨论单调性，数形结合利用两函数图像的交点得到参数的范围.

**三、解答题：（本大题5个题，共75分）**

16. 的内角的对边分别为，已知，．

（1）求；

（2）若，求．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据正余弦定理角化边即可得出答案；

（2）先利用余弦定理求出,再根据同角三角函数的关系求出，以及二倍角公式求出和，最后再根据正弦的差角公式即可得出答案.

【小问1详解】

因为，由余弦定理有：，所以；

因为，由正弦定理得：，所以，

所以．

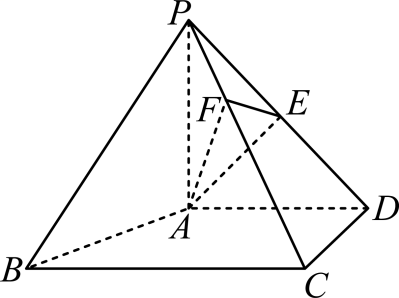
【小问2详解】

因为，所以，

，

．

17. 如图，在四棱锥中，平面，，，，，为中点，点在线段上，且.



（1）求证：平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值；

（3）求平面与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）以为原点，建立空间直角坐标系，由已知写出、、的坐标，由点坐标可得，，的坐标，即有，，根据线面垂直的判定即可证平面；

（2）由已知点坐标及，可写出、的坐标，进而求面的一个法向量，根据直线方向向量与平面法向量夹角的坐标表示，求直线与平面所成角的正弦值；

（3）由坐标系易知为平面的法向量，结合（2）所得法向量，根据两个平面法向量夹角的坐标表示，即可求二面角的余弦值，进而求其正弦值．

【小问1详解】

证明：如图，以为原点，分别以，为轴，轴,过*D*作*AP*平行线为z轴，建立空间直角坐标系，

则，，，得，，，

所以，，即，，又，所以平面；

【小问2详解】

解：由可是，

由，可得，所以，

设为平面的法向量，

则不妨设，则，故，

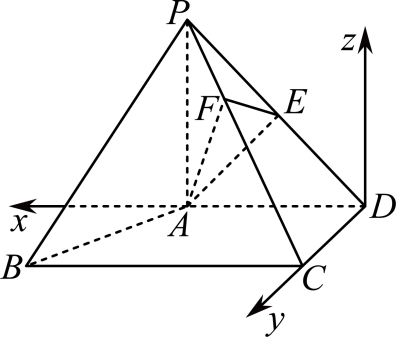
设直线与平面所成角为，所以，

则直线与平面所成角的正弦值为；

【小问3详解】

解：因为为平面的法向量，设二面角的大小为，

所以，所以.则二面角的正弦值为．



18. 已知椭圆一个顶点，以椭圆的四个顶点为顶点的四边形面积为．

（1）求椭圆*E*的方程；

（2）过点*P*(0，-3)的直线*l*斜率为k的直线与椭圆E交于不同的两点*B*，*C*，直线*AB*，*AC*分别与直线交于点*M，N*，当|*PM*|+|*PN*|≤15时，求*k*的取值范围．

【答案】（1）；（2）．

【解析】

【分析】（1）根据椭圆所过的点及四个顶点围成的四边形的面积可求，从而可求椭圆的标准方程.

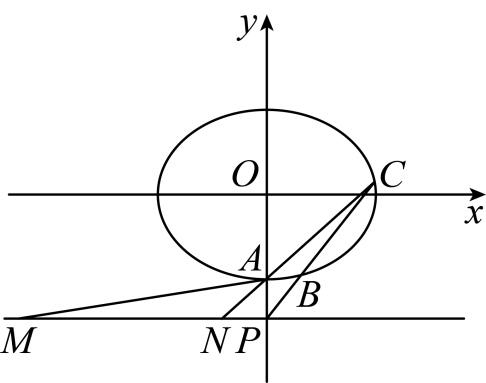
（2）设，求出直线的方程后可得的横坐标，从而可得，联立直线的方程和椭圆的方程，结合韦达定理化简，从而可求的范围，注意判别式的要求.

【详解】（1）因为椭圆过，故，

因为四个顶点围成的四边形的面积为，故，即，

故椭圆的标准方程为：.

（2）



设，

因为直线的斜率存在，故，

故直线，令，则，同理.

直线，由可得，

故，解得或.

又，故，所以

又



故即，

综上，或.

19. 设是等差数列，是等比数列，公比大于0，已知，．

（1）求和的通项公式；

（2）设数列的前项和．记，求；

（3）求．

【答案】（1）；

（2）；

（3）.

【解析】

【分析】（1）根据已知及等差、等比数列的通项公式求基本量，进而写出和的通项公式；

（2）根据已知有，结合（1）即可得；

（3）应用错位相减法、等比数列前*n*项和公式求和.

【小问1详解】

设数列是公差为*d*的等差数列，数列是公比为*q*的等比数列，公比大于0，其前*n*项和为．

已知，所以，解得，则，

由于，所以，，解得，则.

【小问2详解】

由（1）知：，所以，

所以.

【小问3详解】

由（2）得，设，

所以①，②，

①②得：，

整理得.

20. 已知函数与为函数的极值点．

（1）求的值；

（2）求在点处的切线方程；

（3）若恒成立，求实数的取值范围．

【答案】（1）

（2）

（3）

【解析】

【分析】(1)根据极值点与导数的关系，得，解得答案；

(2)根据导数的几何意义得出切线斜率，点斜式得切线方程；

(3)由参变分离得，利用导数求出函数的最小值，的答案.

【小问1详解】

由题意可为，的定义域为

因为在处取得极值，所以，解，

当时，单调递增；当时，单调递减，

经检验，符合题意,

所以.

【小问2详解】



所以切线方程为．

.

【小问3详解】

若恒成立，则，

由，

因为，所以，

令，则，

令，则，

所以在区间上单调递增，

因为，，

所以存在唯一，使得，

即，即

令，则，

所以函数在上单调递增，

因为，则，，由，

则，所以，

当时，，，单调递减，

当时，，单调递增，

所以，

则，

所以实数的取值范围为

【点睛】方法点睛：函数恒成立问题求解方法：

(1)首先参变分离；

(2)利用导数求得分离后函数的最值；

(3)根据函数的最值得到参数范围.