**2024级高一年级12月学情检测试题**

**数学**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 已知函数在区间上的图象是连续不断的，设，在区间中至少有一个零点，则是的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 下表是某次测量中两个变量一组数据,若将表示为关于的函数,则最可能的函数模型是

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 0.63 | 1.01 | 1.26 | 1.46 | 1.63 | 1.77 | 1.89 | 1.99 |

A. 一次函数模型 B. 二次函数模型 C. 指数函数模型 D. 对数函数模型

4. 函数的零点个数是（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

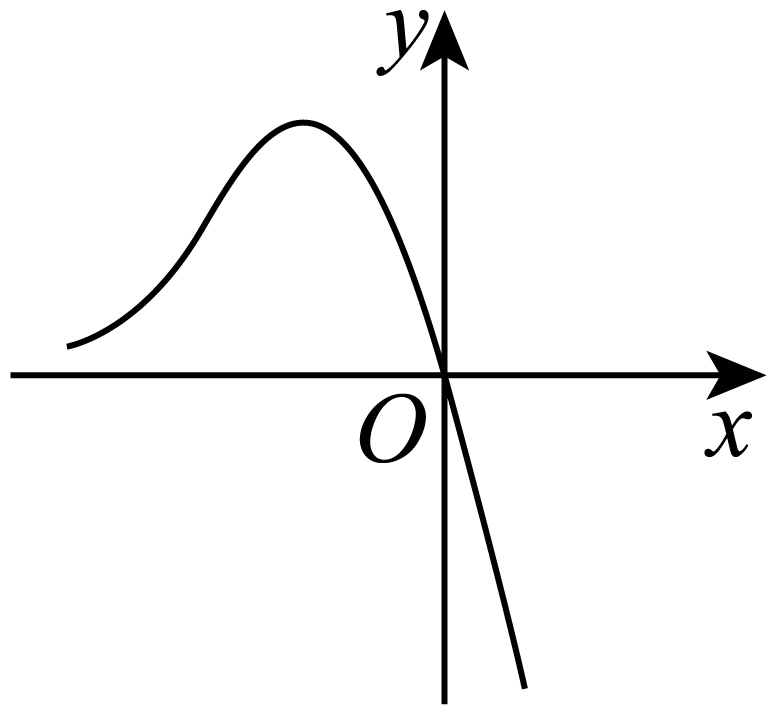
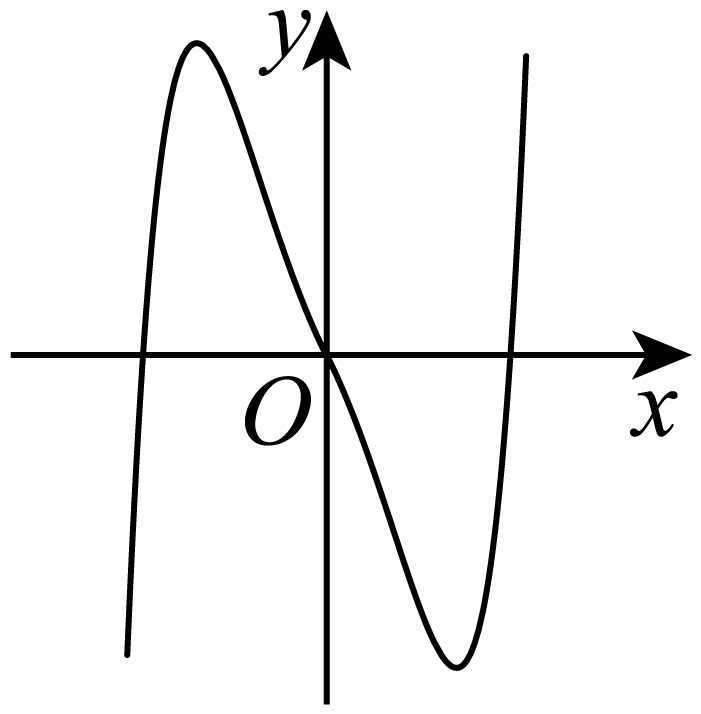
5. 已知，则的最小值是（ ）

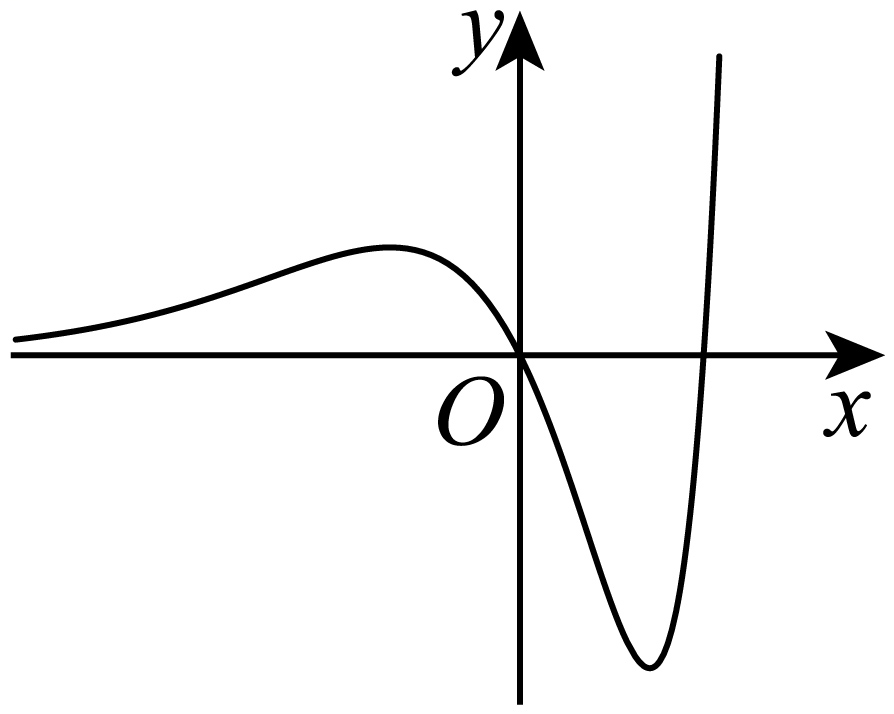
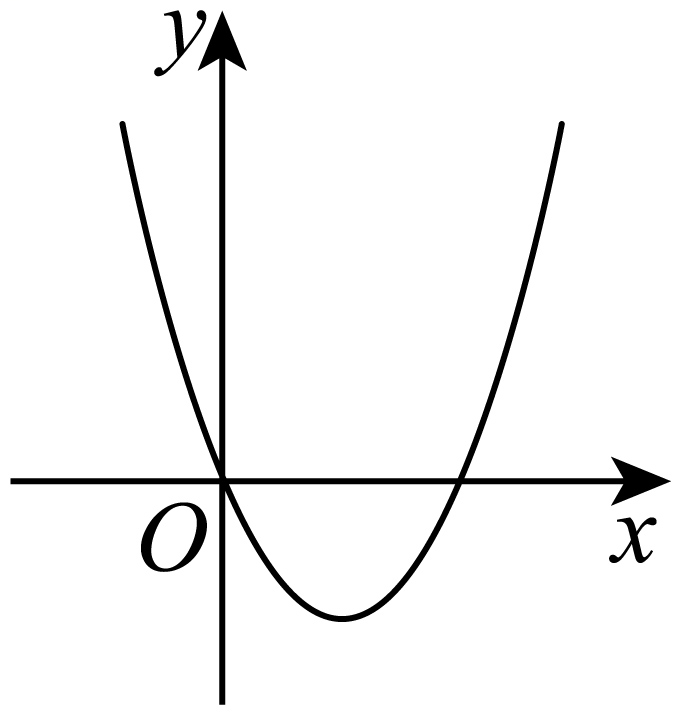
A. 9 B.  C. 4 D. 2

6. 若存在满足，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

7. 函数的图象大致是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

8. 已知函数，关于的方程有8个不相等的实数根，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 下列说法正确的是（ ）

A. 命题“，”的否定是“，”

B. 命题“，”是真命题

C. “”是“”的充分条件

D. “”是“”的充分不必要条件

10. 下列函数中，既是奇函数，又在区间上单调递增的有（ ）

A.  B. 

C.  D. 

11. 已知是函数的零点（其中为自然对数的底数），则下列说法正确的有（ ）

A  B. 

C.  D. 

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知函数，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13. 物体在常温下的温度变化可以用牛顿冷却规律来描述：设物体的初始温度是，经过一段时间后的温度是，则，其中表示环境温度，称为半衰期.现有一杯用热水冲的速溶咖啡，放在的房间中，如果咖啡降温到需要，那么降温到，需要的时长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 我们知道，函数的图象关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数为奇函数，有同学发现可以将其推广为：函数的图象关于点成中心对称图形的充要条件是函数为奇函数.

（1）请写出函数图象的对称中心\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（2）利用题目中的推广结论，若函数的图象关于点对称，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15. 计算：

（1）求值：计算

（2）求值：.

（3）已知，求值：.

16. 已知

（1）求证：在上存在零点；

（2）若对任意，不等式恒成立，求实数的取值范围.

17. 已知函数偶函数，.

（1）求实数的值；

（2）当时，求函数的零点；

（3）若的最小值为4，求实数的值.

18. 随着城市地铁建设的持续推进，市民的出行也越来越便利，根据大数据统计，某条地铁线路运行时，发车时间间隔（单位：分钟）满足: ，平均每班地铁的载客人数 （单位：人）与发车时间间隔近似地满足函数关系：，

（1）若平均每班地铁的载客人数不超过1560人，试求发车时间间隔的取值范围；

（2）若平均每班地铁每分钟的净收益为（单位：元），则当发车时间间隔为多少时，平均每班地铁每分钟的净收益最大？并求出最大净收益.

19. 若函数在区间上有意义，对于给定的，存在，使得，则称为上的“阶等值函数”.

（1）判断，是否是上的“阶等值函数”，并说明理由；

（2）若二次函数满足，证明：是上的“阶等值函数”；

（3）证明：是上“阶等值函数”，并求的最大值.