**2025届高三期中学业质量监测试卷**

**数学**

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置，在其他位置作答一律无效.**

**3.本卷满分150分，考试时间为120分钟.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知复数，则实数（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的除法运算结合复数的概念运算求解即可.

【详解】因为，

若，即，

可得，解得.

故选：B.

2. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用交集、补集的概念计算即可.

【详解】由题意可知，所以，则.

故选：A

3. 在中，，，则（ ）

A. 30° B. 45° C. 60° D. 135°

【答案】B

【解析】

【分析】根据正切函数单调性可知，即，结合两角和差公式求即可得结果.

【详解】因为，，可知，

则，

且，所以.

故选：B.

4. 函数的极大值为（ ）

A.  B. 0 C. 1 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】求函数的导数，求解以及，得到函数的单调区间，判断极大值点代入，从而求出极大值.

【详解】解：，

令，则，令，则或，

所以在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

所以在处取得极大值.

故选：D

5. 在三棱锥中，，与平面所成角的大小为，则（ ）

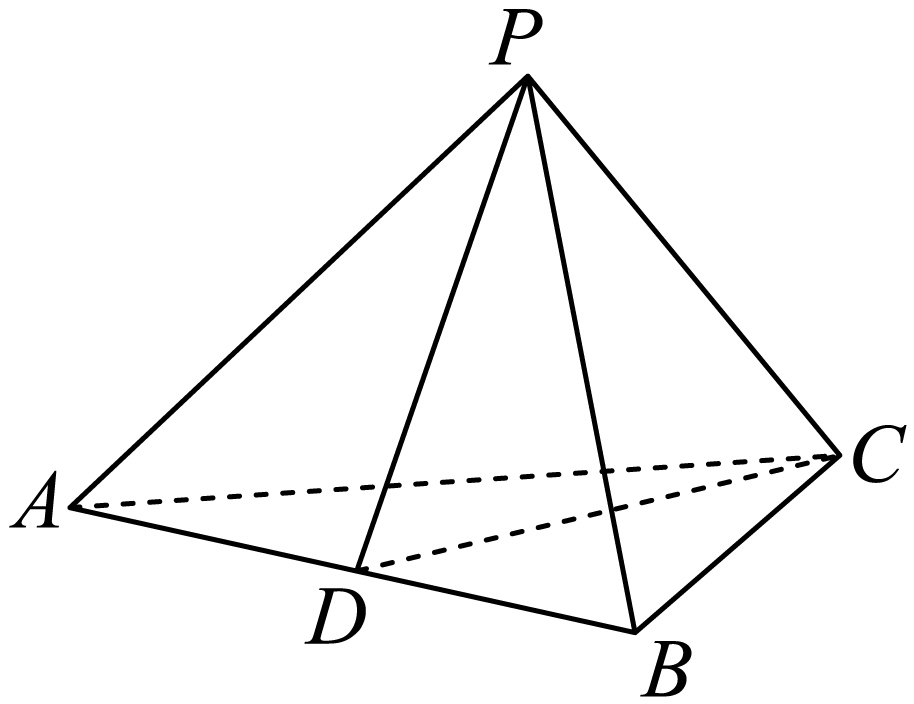
A. 1 B.  C.  D. 2

【答案】C

【解析】

【分析】取的中点，可证平面平面，结合面面垂直的性质可知点在平面内的投影落在线段内，即，即可得结果.

【详解】取的中点，连接，



因为，则，

且，平面，可得平面，

又因为平面，所以平面平面，

且平面平面，

由面面垂直的性质可知：点在平面内的投影落在直线上，

且，可知点在平面内的投影落在线段内，

又因为与平面所成角的大小为，则，

可知为等边三角形，所以.

故选：C.

6. 曲线与的交点中，与*y*轴最近的点的横坐标为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先构造关于*x*的三角方程，利用辅助角公式求得*x*的值，进而求得与*y*轴最近的点的横坐标.

【详解】由，可得，

即，则，

则，即，

故取最小值时，.

故选：B

7. 在中，，，，.若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

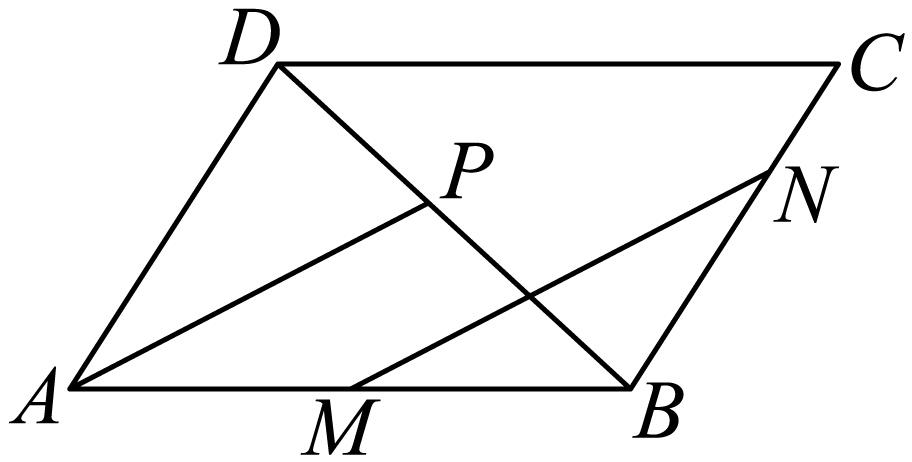
【解析】

【分析】以为基底表示向量，因为，则，建立与的等量关系，求解即可.

【详解】因为，，所以，

又，所以，

则，解得：，.



故选：C

8. 在正四棱柱中，，*P*是线段上靠近*C*的三等分点，过点*C*与直线垂直的平面将正四棱柱分成两部分，则较大部分与较小部分的体积比为（ ）

A.  B. 2 C.  D. 3

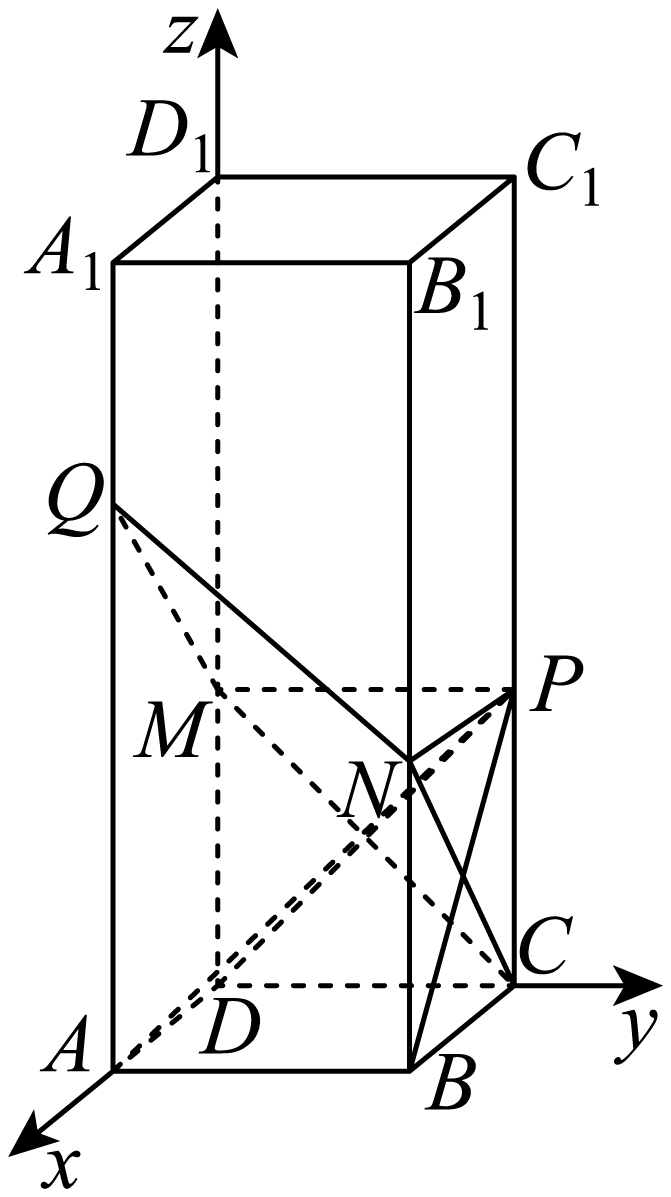
【答案】B

【解析】

【分析】分别取，，对应三等分点，，，利用空间向量证明共面，再通过向量数量积证明平面，最后采用割补法求解出较小部分的体积，从而体积比可求.

【详解】分别取靠近的三等分点，取靠近的三等分点，取靠近的三等分点，

连接，建立如下图所示空间直角坐标系，



不妨设，

所以，

所以，所以，且不共线，所以共面，

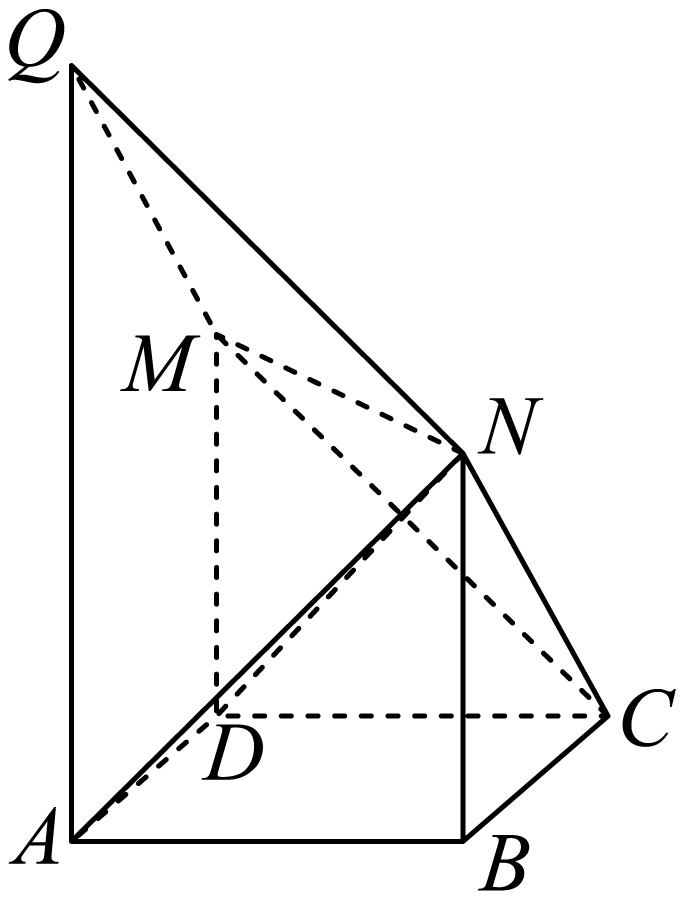
又因为，所以，

因为，所以，

因为，所以，且，

所以平面，

较小部分的几何体如下图所示，



其体积为，

由正四棱柱结构特点易知平面，平面，

所以，

所以较大部分体积，

所以较大部分与较小部分的体积比为，

故选：B.

【点睛】关键点点睛：本题求解的关键一方面是确定平面与正四棱柱各条棱的交点，根据交点坐标和空间向量运算能更高效说明线面垂直，另一方面是采用割补法求解几何体的体积，将复杂几何体转化为简单几何体再去计算.

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 在空间中，设是三条直线，，，是三个平面，则下列能推出的是（ ）

A. ，

B. ，，

C. ，，，

D. ，，，

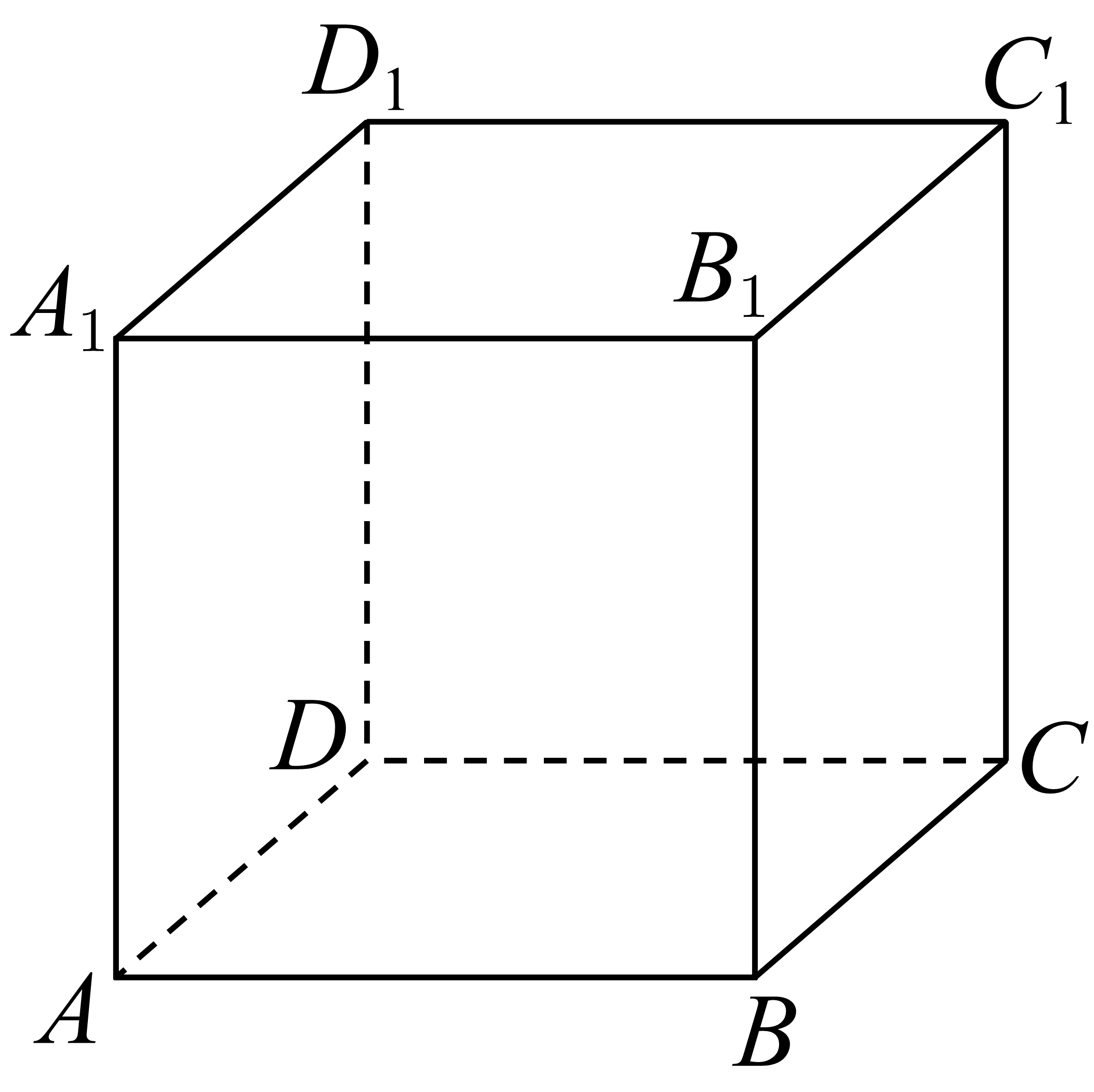
【答案】BD

【解析】

【分析】选项A和C，可以在正方体中，通过取平面和直线，满足条件，但得不到，从而判断出A和C的正误，选项B和D，利用线面平行的判定定理和性质定理，即可判断出选项B和D的正误.

【详解】对于选项A，如图，在正方体中，取直线为，直线为，直线为，

显然有，，但，所以选项A错误，



对于选项B，由线面平行的性质可知，选项B正确，

对于选项C，如图，在正方体中，取平面为，平面为平面，平面为，

显然满足，，又，，且，即相交，所以选项C错误，

对于选项D，因为，则，又，则，，又，

显然有，所以，又，，所以，故选项D正确，

故选：BD.

10. 已知函数，则（ ）

A. 的最大值为1 B. 是曲线的对称中心

C. 在上单调递减 D. 的最小正周期为

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A：结合余弦函数的值域分析判断；对于B：根据对称性的定义分析判断；对于C：举反例说明即可；对于D：根据题意结合最小正周期的定义分析判断.

【详解】由题意可知：的定义域为，

对于选项A：因为，则，

且，所以的最大值为1，故A正确；

对于选项B：因为，

即，所以是曲线的对称中心，故B正确；

对于选项C：因为，且在上连续不断，

所以在上不单调，故C错误；

对于选项D：因为，

由选项B可知，可得，即，

则，

可知为的一个周期，

若，则，可得，

当，则，，此时，

可知对任意，，即，

所以不为的一个周期；

综上所述：的最小正周期为，故D正确；

故选：ABD.

11. 设为上的增函数，满足：，，则（ ）

A.  B. 为奇函数

C. ， D. ，

【答案】ABD

【解析】

【分析】选项A，根据条件，通过赋值，即可求解；选项B，由，得到，进而得到，而又由可得，得到，即可判断选项B的正误；选项C，根据条件得，，再利用，得到当时，，再结合的单调性，即可求解；选项D，构造函数，利用导数与函数单调性间的关系，得到，从而有，再结合条件，即可求解.

【详解】对于选项A，因为，令，得到，

又，令，得到，所以，故选项A正确，

对于选项B，因为，得到，所以，

又，所以，

又由可得，所以，

又的定义域为，定义域关于原点对称，所以为奇函数，故选项B正确，

对于选项C，因为，令，得到，由选项A知，

又由选项B知，且为奇函数，则当时，，

所以当时，不存在，使成立，

当，因为为上的增函数，则（其中表示不超过的最大整数），所以选项C错误，

对于选项D，令，则，由，得到，

所以当时，，当时，，

即在区间上单调递减，在区间上单调递增，

所以，即，当且仅当时取等号，

由选项B知，又为上的增函数，

所以，当且仅当时取等号，故选项D正确，

故选：ABD.

【点睛】关键点点晴：本题的关键在于选项C和D，选项C，关键在于结合条件得到当时，，再利用的单调性，当，有（其中表示不超过的最大整数），即可求解；选项D，构造函数，利用导数与函数的单调性间的关系得到，结合条件，得到，即可求解.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知函数的一个单调减区间为，则\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 2 ②. ##

【解析】

【分析】根据三角函数的单调性和周期性等图象性质易得结果.

【详解】由题意，周期，所以，

此时，

当时，可得，

则，解得，

又，所以

故答案为：2；.

13. 在平面直角坐标系中，曲线上的两点*A*，*B*满足，线段的中点*M*在*x*轴上，则点*M*的横坐标为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】设，根据向量垂直可得，由中点坐标公式可得，代入运算求解即可.

【详解】设，则，

若，则，

又因为线段的中点*M*在*x*轴上，则，

可得，即，

则，解得，即或，

即可得或，

所以点*M*的横坐标为.

故答案为：.

14. 已知圆*O*的半径为2，点*A*，*B*在圆*O*上，点*C*在圆*O*内，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】将分别表示为，然后根据向量数量积的定义表示出，再分析的夹角即可求解出的最小值.

【详解】因为，所以，

又

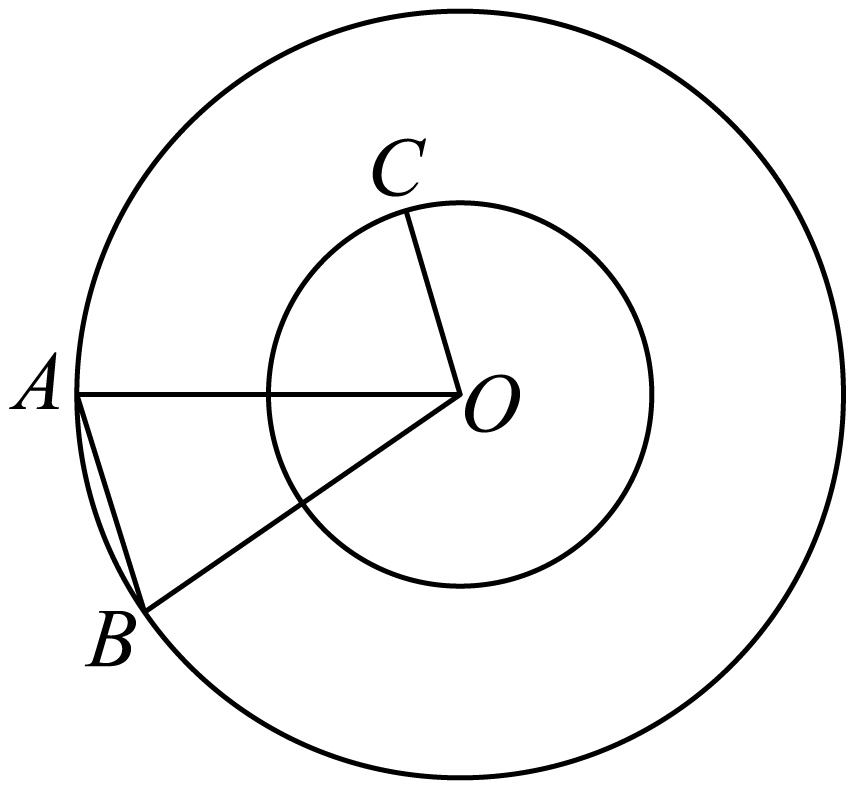


，

当且仅当时取等号，

所以的最小值为，

故答案为：.



**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 已知*a*，*b*，*c*分别为的内角*A*，*B*，*C*的对边，且.

（1）求*A*；

（2）若的面积为，周长为6，试判断的形状.

【答案】（1）

（2）等边三角形

【解析】

【分析】（1）利用正弦定理和诱导公式及特殊角三角函数值即可求得*A*的值；

（2）利用三角形面积公式和余弦定理求得的三边长，进而判断出的形状.

【小问1详解】

由正弦定理，可化为



又中，,

则上式可化为，

又中，，则，

则上式可化为，即，

则，又，

则，故

【小问2详解】

由，可得，

又由，可得，

则可化为，

整理得，

又由，则，可化为，

解之得，则，解之得，

则的形状为等边三角形.

16. 设抛物线的焦点为*F*，准线为*l*，点*P*在*C*上，记*P*在*l*上的射影为*H*.

（1）能否为正三角形?若能，求点*P*的坐标；若不能，请说明理由；

（2）设*C*在点*P*处的切线与*l*相交于点*Q*，证明：.

【答案】（1）能，或；

（2）证明见解析.

【解析】

【分析】（1）由题可得*HP*中点*M*纵坐标为1，且，即可得答案；

（2）由导数知识可得*C*在点*P*处的切线方程，后可表示出*Q*坐标，后验证，可证明结论.

【小问1详解】

设，因，则.

又由题可得的焦点为，准线为.

则*P*在*l*上的射影*H*为.要使为正三角形，

则应满足*HP*中点*M*纵坐标为1，且.

即，即当或时，

能使为正三角形；

【小问2详解】

由题可得满足.

注意到，

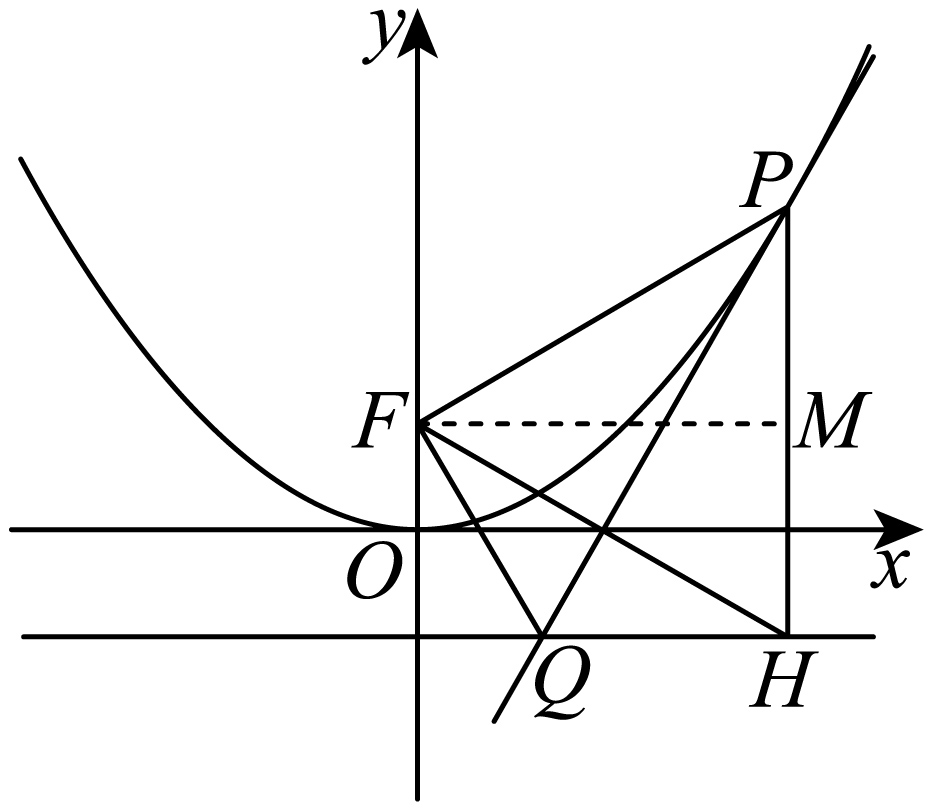
则点处的切线斜率为：，则相应切线为：.

代入，可将切线方程化简为：.

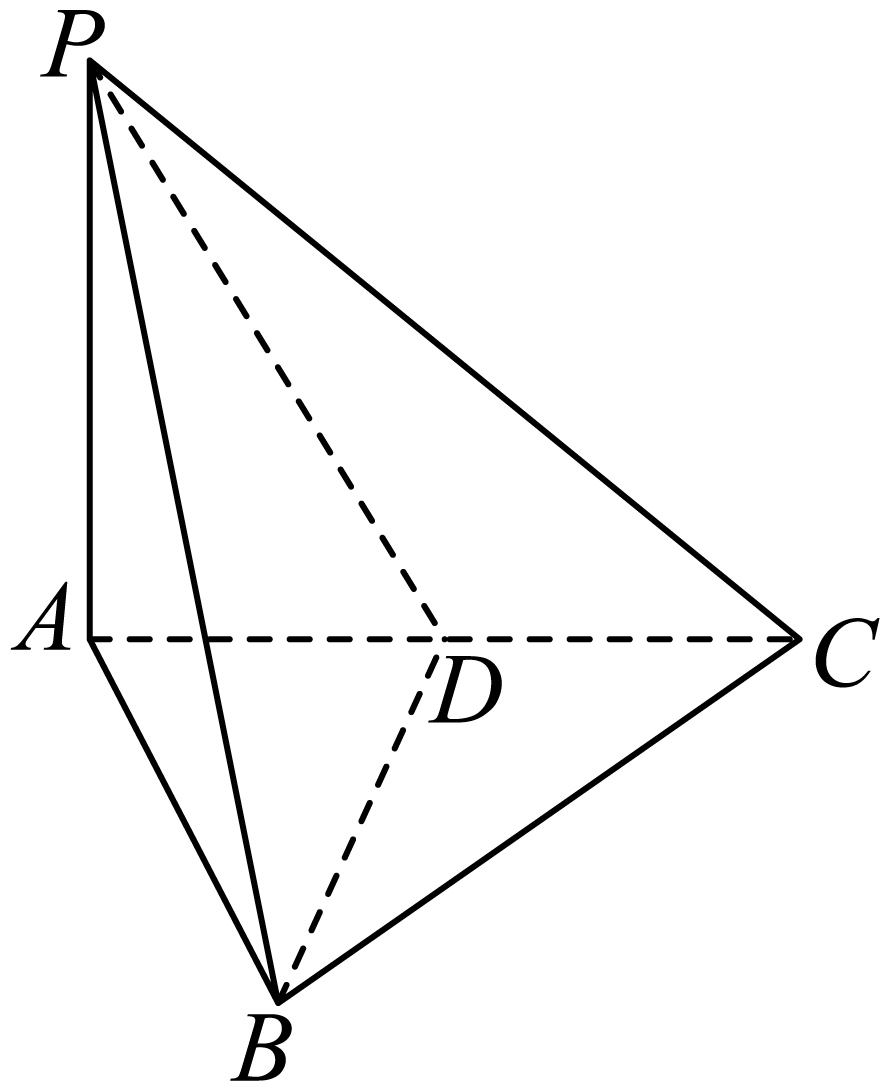
令，可得.又，

则，

得，又，则.



17. 如图，在三棱锥中，平面，*D*是的中点，平面平面，且.



（1）求点*A*到平面的距离；

（2）求平面与平面的夹角的正弦值.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）作于点，证明平面，求出得解；

（2）以点为坐标原点，过点垂直于的为轴，分别为轴的空间直角坐标系，求出平面与平面的一个法向量，利用向量法求解.

【小问1详解】

如图，作于点，

因为平面平面，平面平面，平面，

所以平面，

在中，，

所以点到平面的距离为.

【小问2详解】

由（1），平面，平面，所以，

又平面，平面，所以，

又平面，，所以平面，

又，，所以，

如图，以点为坐标原点，过点垂直于的为轴，分别为轴的空间直角坐标系，

则，，，，，

所以，，，

设平面的一个法向量为，

则，即，令，则，，

，

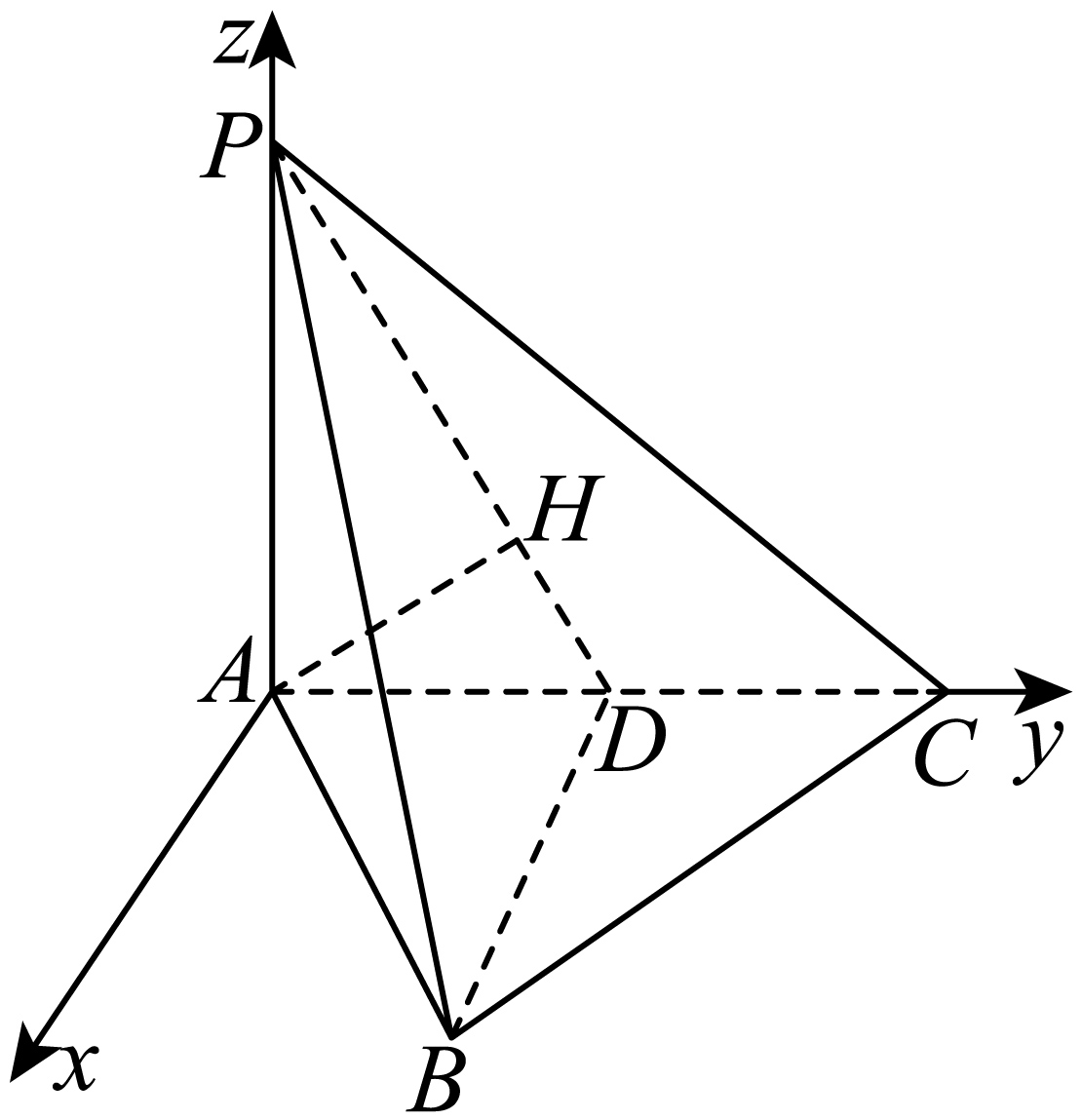
又平面，且，

设平面与平面的夹角为，

，

.

所以平面与平面的夹角的正弦值为.



18. 已知函数，其中.

（1）若曲线在点处的切线过原点，求*a*；

（2）当时，证明：；

（3）若在上单调递增，求*a*取值范围.

【答案】（1）

（2）证明见详解 （3）

【解析】

【分析】（1）求导，根据导数的几何意义求切线方程，代入原点运算求解即可；

（2）构建，利用导数分析其单调性和最值，即可分析证明；

（3）分类讨论的符号，可知在上恒成立，构建，结合端点效应分析证明.

【小问1详解】

因为，则，

则，，

即切点坐标为，切线斜率，则切线方程为，

若切线过原点，则，解得.

【小问2详解】

若，则，

构建，

则，

令，则，

即恒成立，则在上单调递增，且，

当时，，即；当时，，即；

可知在内单调递减，在内单调递增，

则，所以.

【小问3详解】

若在上单调递增，

当，则在上单调递增，符合题意；

当，则在上单调递增，符合题意；

当，由（1）可知：，则在上恒成立，

设，则，

且，则，解得，

若，可知在上单调递增，

则，

可知在上单调递增，则，符合题意；

综上所述：*a*的取值范围为.

【点睛】方法点睛：两招破解不等式的恒成立问题

（1）分离参数法

第一步：将原不等式分离参数，转化为不含参数的函数的最值问题；

第二步：利用导数求该函数的最值；

第三步：根据要求得所求范围．

（2）函数思想法

第一步：将不等式转化为含待求参数的函数的最值问题；

第二步：利用导数求该函数的极值；

第三步：构建不等式求解．

19. 如果数列，，，…，（）是首项为1，各项均为整数的递增数列，且任意连续三项的和都能被3整除，那么称数列，，，…，是数列.

（1）写出所有满足的数列；

（2）证明：存在数列是等比数列，且有无穷个；

（3）对任意给定的，都存在，，，使得数列，，，，是数列，求整数*t*的最小值.

【答案】（1）1，2，3，7；1，2，6，7；1，3，5，7；，1，5，6，7.

（2）证明见解析； （3）13.

【解析】

【分析】（1）由所给信息，找到满足题意的数列即可；

（2）即证明存在无穷多个整数，使能被3整除；

（3）将正整数集合按被3除余数分为3类，分类讨论所属集合，确定，，所属集合，

并写出相应的数列，后由可确定最小值，即可得答案.

【小问1详解】

由题可得，

令，为使任意连续三项的和都能被3整除，则或；

令，则；令，则不存在满足题意；，则.

综上，满足的数列为：1，2，3，7；1，2，6，7；1，3，5，7；，1，5，6，7；

【小问2详解】

证明：设这样的数列对应的公比为，

则相应的四项，从小到大排列为.

要使任意连续三项的和都能被3整除，

则能被3整除，即被3整除即可.

考虑集合，当时，

一定能被3整除，

因中元素有无穷多个，

则存在数列等比数列，且有无穷个；

【小问3详解】

设.

因都能被3整除，，则.

若，因都能被3整除，则；

则要使能被3整除，有.

令，为使最小，应让间的差值最小，

则，

又，则，即当时，最小值为5；

若，因都能被3整除，则；

结合，则要使能被3整除，有.

令，为使最小，应让间的差值最小，

则，

又，则，即当时，最小值为13；

若，因都能被3整除，则；

结合，则要使能被3整除，有.

令，为使最小，应让间的差值最小，

则，

又，则，即当时，最小值为9.

综上，当存在，，，使得数列，，，，是数列，整数*t*的最小值是13.

【点睛】关键点睛：本题关键为读懂题意，以及由题目中提及的“被3整除”想到将整数按照被3除的余数分为3类.