**绝密★考试结束前**

**2023 学年第二学期浙江 G5 联盟期中联考**

**高二年级数学学科 试题**

**考生须知：**

**1． 本卷共4 页满分150分， 考试时间120分钟．**

**2． 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字．**

**3． 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效．**

**4． 考试结束后，只需上交答题纸．**

**选择题部分**

**一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5分，共 40 分． 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．**

1. 一个三层书架，分别放置语文类读物 6 本，数学类读物 7 本，英语类读物 8本，每本图书各不相同，从中取出1本，则不同的取法共有（ ）

A. 3种 B. 21种 C. 336种 D. 12种

【答案】B

【解析】

【分析】由分类加法计数原理即可求解.

【详解】一个三层书架，分别放置语文类读物 6 本，数学类读物 7 本，英语类读物 8本，每本图书各不相同，从中取出1本，则不同的取法共有种.

故选：B

2. 已知某随机变量， ， 则（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】利用方差公式，即可求解.

【详解】因为，所以，

故选：D

3. 在 的展开式中，第四项为（ ）

A. 240 B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据二项展开式的通项公式可得，令计算即可求解.

【详解】由题意知，展开式的通项公式为，

令，得，

即第四项为.

故选：D

4. 已知， 则在处的导数值为（ ）

A.  B. 0 C.  D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】求出函数的导数，再求出导数值即可.

【详解】函数，求导得，

所以在处的导数值为.

故选：B

5. 已知事件 *A*、*B*、*C*，满足 则*P*(*B*∪*C*|*A*)=（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据给定条件，利用条件概率结合概率的基本性质计算即得.

【详解】依题意，.

故选：A

6. 已知  则 的值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定条件，利用二项式定理分别求出，再求和得解.

【详解】显然，

在的展开式中，，，

所以.

故选：C

7. 若 则 （ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】先化简，构造函数，求导、研究单调性、极值、最值比较大小即可.

【详解】由题意知：，令，

，由，解得，

在，在，

所以在上单调递增；在上单调递减.

因为，所以，即，也就是，

又，因为在上仅有一个极大值，

所以，即最大，所以.

故选：A.

8. 某学校高二年级开设 4 门校本选修课程，某班男生 201 寝室的 5 名同学选修，每人只选 1 门，恰有1门课程没有同学选修，则该寝室同学不同的选课方案有 （ ）

A. 360种 B. 600种 C. 960种 D. 972种

【答案】B

【解析】

【分析】从4门课程中取出3门课程，再把5名同学分成3组，并分配课程，列式计算即得.

【详解】从4门课程中取出3门课程，有种方法，

把5名同学分成3组，按分组有种方法，按分组有种方法，

把3门课程分配给上述分成的每一组有种方法，

所以该寝室同学不同的选课方案有（种）.

故选：B

【点睛】方法点睛：不同元素的分配问题，往往是先分组再分配．在分组时，通常有三种类型：①不均匀分组；②均匀分组；③部分均匀分组，注意各种分组类型中，不同分组方法的求法．

**二、多选题：本题共 3 小题，每小题6分，共 18分． 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求． 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9. 对于的展开式中，只有第4项的二项式系数最大，下列说法正确的是（ ）

A. 展开式共有9项 B. 展开式中的常数项是240

C. 展开式的二项式系数之和为256 D. 展开式的各项系数之和为1

【答案】BD

【解析】

【分析】利用二项式系数的性质求出，再逐项分析判断得解.

【详解】由二项式的展开式中，只有第4项的二项式系数最大，得展开式共有7项，，

对于A，展开式共有7项，A错误；

对于B，展开式中的常数项是，B正确；

对于C，展开式的二项式系数之和为，C错误；

对于D，取，得展开式的各项系数之和为1，D正确.

故选：BD

10. 下列等式正确的是（ ）

A.  B. 若则

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据排列数的运算性质判断A；根据组合数的性质即可判断B；根据组合数的运算性质可得，即可判断C；根据的展开式和计算即可判断D.

【详解】A：，故A正确；

B：由组合数的性质知，若，则或，故B错误；

C：

，

又，所以，故C正确；

D：，故D正确.

故选：ACD

11. 一个不透明的箱子中装有5个小球，其中白球3个，黑球2个，小球除颜色不同外，材质大小全部相同，现投掷一枚质地均匀的硬币，若硬币正面朝上，则从箱子里抽出一个小球且不再放回；若硬币反面朝上，则不抽取小球；重复该试验，直至小球全部取出，假设试验开始时，试验者手中没有任何小球，下列说法正确的有（ ）

A. 经过两次试验后，试验者手中恰有1个白球1个黑球的概率为 

B. 若第一次试验抽到一个黑球，则第二次试验后，试验者手中有黑白球各1个的概率为 

C. 经过7次试验后试验停止的概率为

D. 经过7次试验后试验停止的概率最大

【答案】AB

【解析】

【分析】利用条件概率公式计算判断AB；利用独立重复试验的概率公式计算判断C；设实验次结束的概率为，令，由C项化简得即可判断D.

【详解】记事件“一次实验硬币正面朝上”，则“一次实验硬币反面朝上”，则，

从箱子中不放回地抽球，记“第次抽到白球”，记“第次抽到黑球”，“第次硬币正面朝上且抽到白球”，“第次硬币正面朝上且抽到黑球”，

对于A，，，

经过两次实验后，试验者手中恰有1个白球1个黑球的概率为：



，A正确；

对于B，第一次抽到黑球后，第二次抽到白球的概率为：，B正确；

对于C，实验7次结束，则前6次有4次硬币正面朝上，第7次硬币正面朝上，

则其概率为：，C错误；

对于D，实验次结束的概率为，则，，

令，得化简可得，解得，即，

所以经过8次或9次实验后小球全部取出的概率最大，D错误.

故选：AB

【点睛】关键点睛：解决试验终止时概率最大问题关键是理解试验停止时的条件，从而求得实验次结束的概率，利用作商法求得中的最大项即可.

**非选择题部分**

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12. 四名男生和两名女生排成一排，要求两位女生不相邻，则不同排法的种数是\_\_\_\_\_\_\_.（结果用数字作答）

【答案】

【解析】

【分析】利用插空法，先排男生再排女生求解即可.

【详解】先排男生，再将女生排到5个空位里，有种情况.

故答案为：

13. 从 1， 3， 5， 7中任取 2个不同数字， 从 0， 2， 4， 6， 8中任取 2个不同的数字， 组成没有重复数字的四位数，则所组成的四位数是偶数的概率为\_\_\_\_\_．(用最简分数作答)

【答案】

【解析】

【分析】针对选出的4个数中有0和无0进行分类讨论，分别求出两种情况下组成四位数的个数及偶数的个数，结合古典概型的概率个数计算即可.

【详解】若选出的4个数中有0，

则组成四位无重复的数字共有个，其中偶数有个；

若选出的4个数中无0，

则组成的四位无重复的数字共有个，其中偶数有个，

所以的四位数为偶数的概率为.

故答案为：

14. 已知函数  对有 则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】根据题意设，不妨设，由已知化简可得即在上递增,进而判断可得结果.

【详解】根据题意设，

不妨设，，任意有 可得即可得在上递增,

因为，，

当时，恒成立，即在上递增.

当时，不能恒成立，即在不符合单调递增.

综上，实数*a*的取值范围为.

故答案为：

**四、解答题：本题共5小题，共 77分． 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15. 设 

（1）求函数的单调递减区间；

（2）若方程有3个不同的实根， 求*a*的取值范围．

【答案】（1）；

（2）.

【解析】

【分析】（1）求出函数的导数，再解导函数小于0的不等式即得.

（2）求出函数的极小、极大值，再利用三次函数的图象与性质求出*a*的取值范围.

【小问1详解】

函数的定义域为**R**，求导得，

由，得，

所以函数的单调递减区间是.

小问2详解】

由（1）知，当时，或，因此函数在上单调递增，

函数在处取得极大值，在处取得极小值，

显然当时，直线与函数的图象有3个公共点，

所以方程有3个不同的实根，*a*的取值范围是.

16. 已知关于的二项式的二项系数之和为32，其中．

（1）若，求展开式中系数最大的项；

（2）若展开式中含项系数为40，求展开式中所有有理项的系数之和．

【答案】（1）和

（2）

【解析】

【分析】（1）利用，解得，求出展开式的通项公式，即可得到展开式中系数最大的项；

（2）利用展开式中含项系数为40，解得，利用的指数为整数，求出展开式中所有有理项，从而得到有理项的系数之和.

【小问1详解】

由于关于的二项式的二项式系数之和为32，所以，解得，

则二项式的展开式的通项公式为：，

当时，，所以当或时，展开式的系数最大，

故系数最大项为和

【小问2详解】

由（1）可得二项式的展开式的通项公式为：，

令，解得：，

因为展开式中含项系数为40，所以，由，得，

所以二项式的展开式的通项公式为：，

当为整数，可取0，2，4，

所以展开式中所有有理项为，，，

故展开式中所有有理项的系数之和为.

17 已知函数 .

（1）讨论的单调性；

（2）已知函数， 若 恒成立，求的取值范围.

【答案】（1）答案见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）求导得，分类讨论、两种情况下的单调性即可；

（2）将问题转化为在上恒成立，利用导数讨论函数的单调性可得，即可求解.

【小问1详解】

由题意，，

当时，，在**R**上单调递增；

当时，令，得，令，得，

所以在上单调递减，在上单调递增；

综上，当时，在**R**上单调递增；

当时，在上单调递减，在上单调递增.

【小问2详解】



，

令，则，

即在上恒成立，

令，则，

令，得，令，得，

所以在上单调递减，在上单调递增，则，

所以，即实数*a*的取值范围为.

【点睛】方法点睛：利用导数证明不等式的恒成立问题的求解策略：

形如的恒成立的求解策略：

1、构造函数法：令，利用导数求得函数的单调性与最小值，只需恒成立即可；

2、参数分离法：转化为或恒成立，即或恒成立，只需利用导数求得函数的单调性与最值即可；

3、数形结合法：结合函数的图象在的图象的上方（或下方），进而得到不等式恒成立.

18. 每年的 3 月 14 日是“国际圆周率日”，这是为纪念中国古代数学家祖冲之发现圆周率而设立的.2024 年 3月 14日，某班级为纪念这个日子，特举办数学题答题比赛． 已知赛题共 6道(各不相同)，其中 3 道为高考题，另 3 道为竞赛题，参赛者依次不放回地从 6 道赛题中随机抽取一题进行作答，答对则继续，答错(或不答) 或者 6道题都答对即停止并记录答对题数．

（1）举办方进行模拟抽题，设第次为首次抽到竞赛题，求的分布列；

（2）同学数学成绩优异，但没有参加过竞赛培训，高考题答对的概率为，竞赛题答对的概率为．

①求同学停止答题时答对题数为1的概率；

②已知同学停止答题时答对题数为2，求这两题抽到竞赛题题数的均值．

【答案】（1）分布列见解析

（2）①；②

【解析】

【分析】（1）写出可能取值，并分别求出对应的概率，列出分布列即可；

（2）①设出事件，分析可能的情况，并求出概率即可；②写出可能的取值，并计算出各个取值的概率，列出分布列并计算出数学期望.

【小问1详解】

由题意知：可能取，

，，

，.

所以的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X |  |  |  |  |
| P |  |  |  |  |

【小问2详解】①设“同学停止答题时答对题数为”为事件，

“同学第一次抽中高考题，第二次抽中竞赛题并答错”为事件，

“同学第一次抽中竞赛题并答对，第二次还抽中竞赛题并答错”为事件，

则；；

所以.

②由同学停止答题时答对题数为，

设事件“第次选中竞赛题没答对”；“第次选中竞赛题并答对”；

“第次选中高考题”.

答题结束时答对 2 题的概率为





，

易知可能取，

；

；

.

的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
| P |  |  |  |

所以.

【点睛】关键点点睛：本题解决的关键是，熟练掌握全概率公式与贝叶斯公式求得的分布列，从而得解.

19. 已知函数 

（1）当 时， 求以点为切点的切线方程；

（2）若函数有两个零点，且 ，

①求实数*k*的取值范围；

②证明：.

【答案】（1）；

（2）①；②证明见解析.

【解析】

【分析】（1）求出导数，利用导数几何意义求出切线方程.

（2）①由函数零点的意义变形，构造函数，利用导数探讨方程有两个根的值范围；②利用零点的意义变形得，借助函数单调性，结合分析法探讨，构造函数推理论证即可.

【小问1详解】

函数，求导得，则，而，

所以切线方程为：.

【小问2详解】

①由，得，

令函数，则有，求导得，

由，得，在上单调递增；

在单调递减，于是，

显然，当时，恒成立，因此，即，

所以实数*k*的取值范围是.

②由，得，两式相加变形得：，

由，得，由，得，

不等式

，

令函数，则，函数在上单调递增，

因此原不等式等价于，

由，得，即，则，而在上单调递减，

因此

，

令函数，求导得，

令函数，求导得，则在上单调递增，

则，即，则函数在上单调递减，因此，

所以成立.

【点睛】思路点睛：已知函数的零点或方程的根的情况，求解参数的取值范围问题的本质都是研究函数的零点问题，求解此类问题的一般步骤：

①转化，即通过构造函数，把问题转化成所构造函数的零点问题；

②列式，即根据函数的零点存在定理或结合函数的图象列出关系式；

③得解，即由列出的式子求出参数的取值范围．