宜城一中 枣阳一中 曾都一中 襄阳六中 南漳一中 老河口一中

**2023—2024学年下学期高一期中考试**

**数学试题**

主命题学校：南漳一中

命题老师：邹国富 喻致勋 耿纯勇 郭仕杰

试卷满分：150分 考试用时：120分钟

**注意事项：**

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号﹑座位号填写在试卷和答题卡上，并认真核准准考证号条形码上的信息，将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．选择题用2B铅笔在答题卡上把所选答案的标号涂黑；非选择题用黑色签字笔在答题卡上作答；字体工整，笔迹清楚。

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知向量，，若，则（ ）

A．5 B．2 C．3 D．4

2．已知点落在角的终边上，则（ ）

A．1 B． C． D．

3．函数（，，）的部分图象如图示，则图象解析式为（ ）



A． B． C． D．

4．若两个单位向量，的夹角为，则（ ）

A．2 B． C．1 D．

5．化简得（ ）

A． B． C． D．

6．我国古代的数学著作《九章算术》中的一个问题，现有一个“圆材埋壁”模型，其截面如图所示．若圆柱材料的截面圆的半径长为3，圆心为*O*，墙壁截面*ABCD*为矩形，且劣弧的长等于半径*OA*长的2倍，则圆材埋在墙壁内部的阴影部分截面面积是（ ）



A． B． C． D．9

7．已知*O*是平面上一定点，*A*，*B*，*C*是平面上不共线的三个点，且，当时，则（ ）

A．64 B．32 C．24 D．8

8．如图，在钝角△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别是*a*，*b*，*c*，，过点*A*作与垂直的单位向量*j*，将*j*与向量表达式两边进行数量积的运算，即，化简后得到的结论是（ ）



A． B． C． D．

**二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分．部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．下列说法正确的是（ ）

A．已知，为平面内两个不共线的向量，则可作为平面的一组基底

B．已知两个非零向量，，若，则与同向

C．在△*ABC*中，若，，则△*ABC*为等边三角形

D．若向量，满足，则存在唯一实数，使得

10．把函数（）的图象向左平移个单位长度，得到的函数图象恰好关于*y*轴对称，则下列说法正确的是（ ）

A．的最小正周期为

B．在区间上单调递增

C．当时，的值域为

D．若在区间上至少存在六个零点，则实数*a*的取值范围为

11．在△*ABC*中，，，，点*D*在线段*AB*上，下列结论正确的是（ ）

A．若*CD*是中线，则 B．若*CD*是高，则

C．若*CD*是角平分线，则 D．若，则*D*是线段*AB*的三等分点

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．已知向量，，则向量在向量上的投影向量为 （用坐标表示）．

13．已知，则 ．

14．定义：．已知*a*，*b*，*c*分别为△*ABC*的三个内角*A*，*B*，*C*所对的边，若，且，则边*c*的最小值为 ．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（本小题满分13分）

已知，．

（1）求与的夹角的余弦值；

（2）若，求值．

16．（本小题满分15分）

已知，，且，，，，求：

（1）的值；

（2）的值．

17．（本小题满分15分）

在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且．

（1）求角*A*的大小；

（2）若，*D*是线段*AC*上的一点，，，求边*c*．

18．（本小题满分17分）

在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且*BC*，*AC*边上的两条中线*AM*，*BN*相交于点*P*．



（1）令，，用，表示；

（2）证明：；

（3）若，，，求*MPN*的余弦值．

19．（本小题满分17分）

已知*O*为坐标原点，对于函数，称向量为函数的相伴特征向量，同时称函数为向量的相伴函数．

（1）记向量的相伴函数为，若且，求的值；

（2）设（），试求函数的相伴特征向量，并求出与方向相反的单位向量﹔

（3）已知，，，为函数（）的相伴特征向量，，请问在的图象上是否存在一点*P*，使得？若存在，求出点*P*的坐标；若不存在，说明理由．

**2023—2024学年下学期高一期中考试**

**数学试题**

**参考答案及评分标准**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | B | C | D | B | C | A | B | A | ABC | BCD | AC |

12．

13．

14．

15．解：

（1），

∴，



（2）

∴

∴

16．解：

（1）∵，，

∴

，

∴



（2）由（1）可得

∴

又∵

∴

17．解：

（1）因为，

所以由正弦定理可得，

即，

所以，

因为，所以

（2）设（），

则，

所以，

解得，

所以，

由正弦定理，，

所以

18．解：

（1）连接*MN*，则*MN*平行于*AB*且*MN*为中位线，

所以

（2）△*ABC*中，由余弦定理得

△*ABM*中，由余弦定理得



（3）∵

，







19．解：

（1）由题意知，向量的相伴函数为

由题意，且，，，

故

（2）因为

故函数的相伴特征向量，

则与反向的单位向量为

（3）因为，

其相伴特征向量，

故，

所以，

则，



设点，

又，，

所以，，

若，

则，

即，，

因为，，

故，

又，

故当且仅当时，成立

故在的图象上存在一点，使得