2024届高三第三次模拟考试

理科数学

考试时间120分钟，满分150分

注意事项：

1.答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号和考籍号用0.5毫米的黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。

2.选择题使用2B铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用0.5毫米的黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3.考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设全集，若集合满足，则

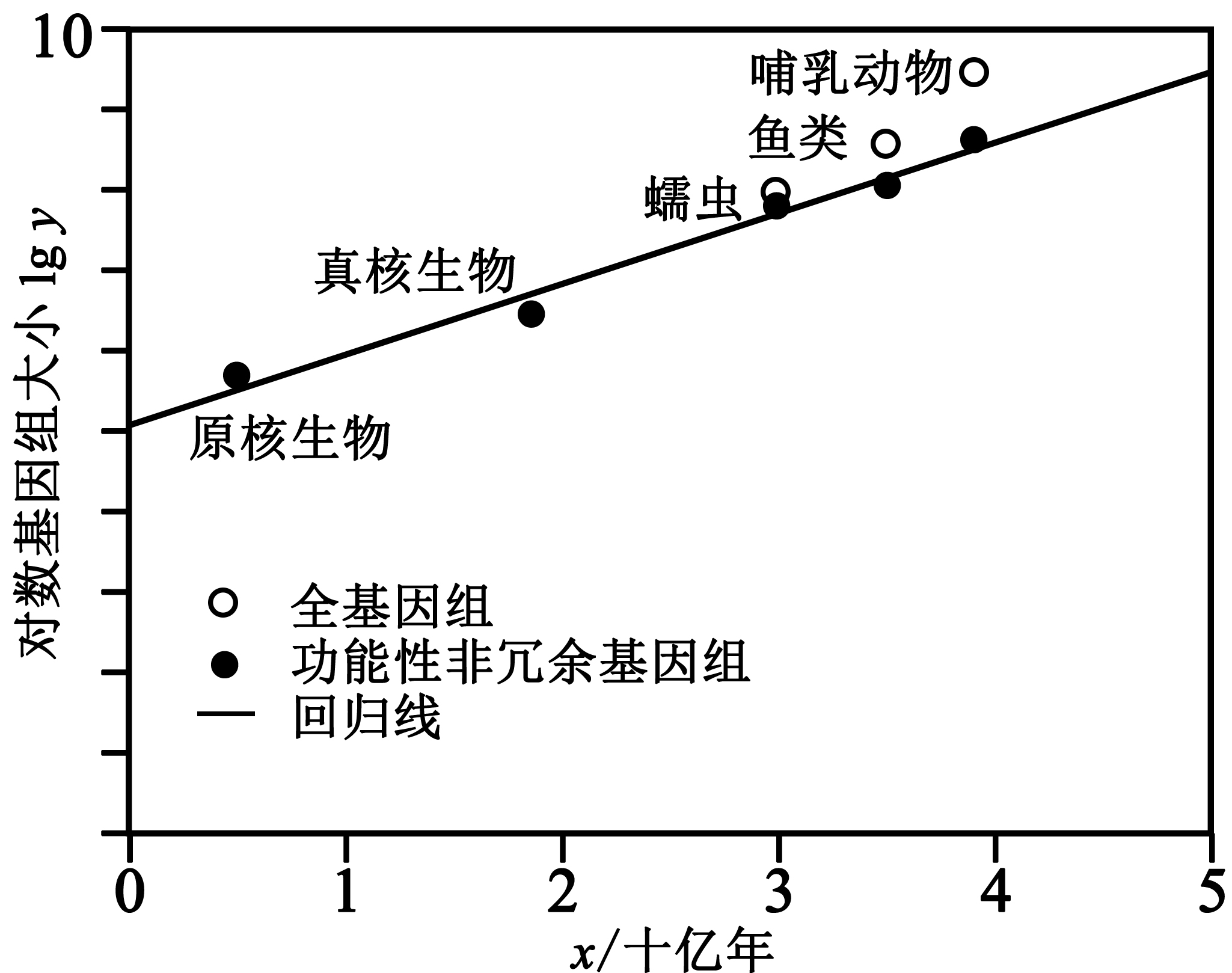
A． B． C． D．

2．若复数满足，则

A． B． C． D．

3．，，，四个数中最大的数是

A．  B． C． D．

4．地球生命来自外星吗？一篇发布在《生物学快讯》上的文章《基因库的增长是生命起源和演化的时钟》可能给出了一种答案．该论文的作者根据生物功能性基因组里的碱基排列数的大小定义了基因库的复杂度（单位：1），通过研究各个年代的古代生物化石里基因库的复杂度，提出了一个有趣的观点：生物基因库的复杂度近似是随时间呈指数增长的，只要知道生物基因库的复杂度就可以推测该生物体出现的年代．如图是该论文作者根据生物化石（原核生物、真核生物、蠕虫、鱼类、哺乳动物）中的基因复杂度的常用对数与时间（单位：十亿年）的散点图及回归拟合情况（其中回归方程为：，相关指数）．根据题干与图中的信息，下列说法错误的是

A．根据信息生物基因库的复杂度近似是随时间呈指数增长的情况，不同于作者采取

取常用对数的做法，我们也可采用函数模型来拟合

B．根据回归方程可以得到，每过10亿年，生物基因库的复杂度一定增加到原来的倍

C．虽然拟合相关指数为，但是样本点只有5个，不能很好地阐释其统计规律，所以增加可靠的样本点可以更好地完善回归方程

D．根据物理界主流观点：地球的形成始于45亿年前，及拟合信息：地球在诞生之初时生物的复杂度大约为，可以推断地球生命可能并非诞生于地球

5．若正实数，满足，则的最大值为

A． B． C． D．

6．若，是平面上两个非零的向量，则“”是“”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

7．在平面直角坐标系中，角，的始边均为，终边相互垂直，若，则

A． B． C． D．

8．已知公比不为1的等比数列的前项和为，若数列是首项为1的等差数列，则

A． B． C． D．

9．某电子竞技队伍由1名队长、1名副队长与3名队员构成，按需要担任第1至5号位的任务，由于队长需要分出精力指挥队伍，所以不能担任1号位，副队长是队伍输出核心，必须担任1号位或2号位，则不同的位置安排方式有

A．种 B．种 C．种 D．种

10．已知正方体以某直线为旋转轴旋转角后与自身重合，则不可能为

A． B． C． D．

11．若函数大于的零点有且只有一个，则实数的值为

A． B． C． D．

12．已知点，分别是抛物线和圆上的动点，若抛物线的焦点为，则的最小值为

A． B． C． D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若双曲线的渐近线方程为，则双曲线的标准方程可以是\_\_\_\_\_\_\_（写出一个你认为正确的答案即可）．

14．若圆锥的侧面展开图是半径为2的半圆，则该圆锥的高为\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知函数是定义在上的奇函数，且当时，，则当时，的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_\_．

16．若实数，是方程在区间上不同的两根，则\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

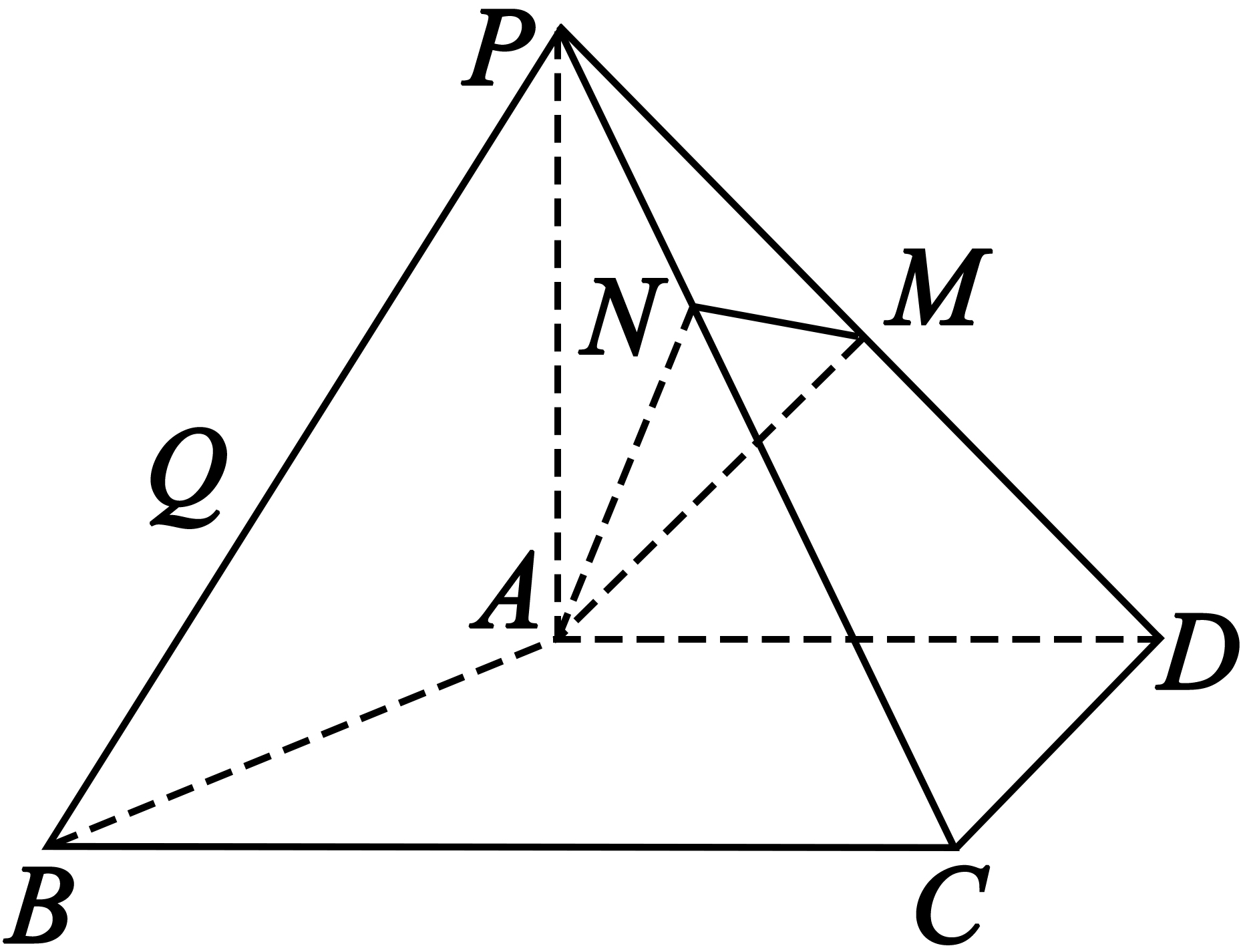
17．（12分）

在中，，，．

（1）求的长；

（2）求边上的高．

18．（12分）

已知在四棱锥中，平面，四边形是直角梯形，满足，，若，，点为的中点，点为的三等分点（靠近点）．

（1）求证：平面；

（2）若线段上的点在平面内，求的值．

19．（12分）

RAID 10是一种常见的独立冗余磁盘阵列，因为先做镜像存储再做条带存储，使得RAID 10同时具有RAID 0的快速与RAID 1的可靠的优点，同时阵列中若有几块磁盘损坏可以通过阵列冗余备份进行数据恢复．某视频剪辑公司购进100块拆机磁盘组建一台存储服务器，考虑到稳定性，拟采取RAID 10组建磁盘阵列，组建之前需要对磁盘进行坏道扫描，每块需要2小时，若扫描出磁盘有坏道，则更换为没有坏道的正常磁盘．现工作小组为了提升效率，打算先扫描其中的10块，再根据扫描情况，决定要不要继续扫描剩下的所有磁盘，设每块磁盘有坏道的概率为（），且每块磁盘是否有坏道相互独立．

（1）将扫描的10块中恰有2块有坏道的概率表示成关于的函数，并求该函数的最大值点；

（2）现扫描的10块中恰有2块有坏道，考虑到安全性，工作小组决定用（1）中的作为值来预测．已知有坏道磁盘直接投入使用会造成该盘上的数据丢失或损坏，每块投入使用的有坏道磁盘需要10.5小时进行更换和数据恢复，请根据现有扫描情况，以整个组建过程所花费的时间的期望为决策依据，判断是否需要扫描剩下的所有磁盘．

20．（12分）

已知椭圆:上的点到焦点，的距离之和为．

（1）求椭圆的方程；

（2）过点的直线交于，两点，直线，分别交直线于，两点，求证：．

21．（12分）

已知函数，若数列的各项由以下算法得到：

①任取（其中），并令正整数；

②求函数图象在处的切线在轴上的截距；

③判断是否成立，若成立，执行第④步；若不成立，跳至第⑤步；

④令，返回第②步；

⑤结束算法，确定数列的项依次为，，，．

根据以上信息回答下列问题：

（1）求证：；

（2）是否存在实数使得为等差数列，若存在，求出的值；若不存在，请说明理由．参考数据：．

（二）选考题：共10分。请考生在22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4－4：坐标系与参数方程]（10分）

在平面直角坐标系中，直线的参数方程为（为参数），曲线的参数方程为（为参数），以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系．

（1）求与的极坐标方程；

（2）若与的两不同交点，满足，求的值．

23．[选修4－5：不等式选讲]（10分）

已知函数，．

（1）当时，解不等式；

（2）若，成立，求的取值范围．

2024届高三第三次模拟考试

理科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| A | D | B | B | A | A | C | C | B | C | D | C |

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（或其它合理答案） 14． 15． 16．

三、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）

解：（1）设角，，所对的边分别为，，，

由余弦定理，将，代入， ………………2分

得，化简得，

解得或（舍）； ………………6分

（2）因为， ………………8分

由正弦定理得：， ………………10分

设边上的高为，． ………………12分

18．（12分）

解：（1）由题易知，又，

又因为，，平面，

所以平面， ………………2分

又因为平面，所以，

又因为，点为中点，所以，

又因为，，平面，

所以平面，所以， ………………4分

在中，点为中点，点为三等分点（靠近点），

所以，

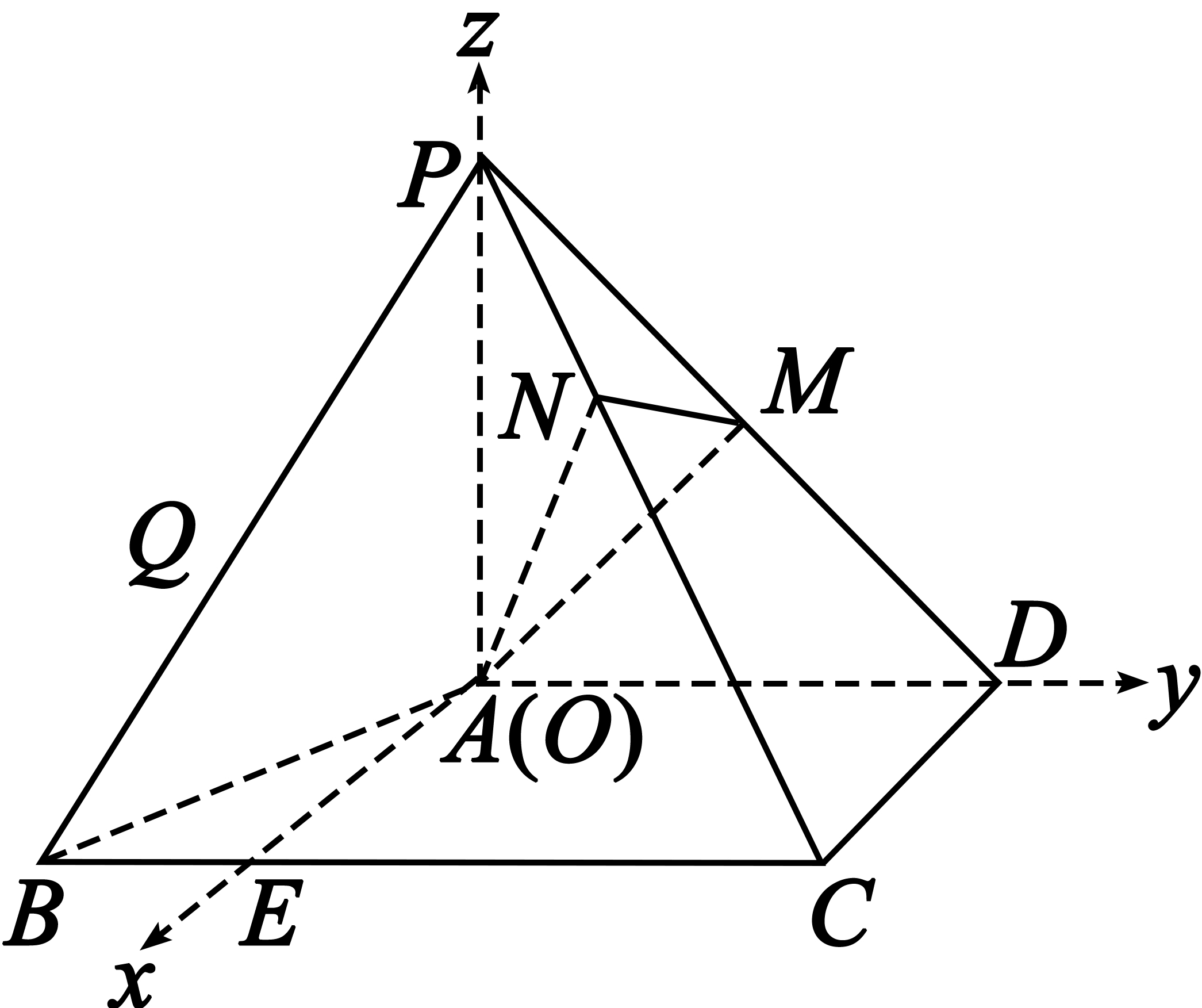
所以，所以，即，

又因为，，平面，

所以平面； ………………6分

（2）在平面上过点作的垂线交于点，

以*A*为原点，分别以直线，，为轴，轴，轴，建立如图所示空间直角坐标系，

由（1）知平面，所以是平面的法向量，

又， ………………9分

设，又因为，

，

若线段上的点在平面内，则，

即，

解得，则的值为． ………………12分

19．（12分）

解：（1）由题意知，设10块磁盘中恰有两块有坏道的概率为，

则，， ………………2分

因为的导函数

又因为，所以，令，得， ………………4分

且当时，，函数为增函数，

当时，，函数为减函数，

所以的最大值为，所以函数的最大值点为； ………………6分

（2）由（1）知，

设剩余90块磁盘中有块有坏道，

且不扫描剩下磁盘的情况下整个组建过程所花费时间为小时，

由题意知， ………………7分

由题意得，随机变量的期望块，

所以随机变量的期望小时， ………………10分

若对剩下的所有磁盘都进行扫描，整个组建过程所花费时间为小时，

所以应该对剩下的所有磁盘进行扫描． ………………12分

20．（12分）

解：（1）由椭圆的定义知，所以，

将代入椭圆的方程得，所以，

所以椭圆的方程为； ………………4分

（2）①当直线与轴重合时，可设，，

由相似三角形的性质得，，

所以； ………………6分

②当直线不与轴重合时，设的方程为，

同时设点，的坐标分别为，，

由题意，直线不过点和，所以，

联立得，

由题意知，所以，且，， ………………8分

由题意知，直线，的斜率存在，则，

当时，，

同理可得， ………………10分

所以，

又因为，

所以，

所以，

综上所述，． ………………12分

21．（12分）

解：（1）由题得，曲线在点处的切线方程为

，即， ………………2分

令得，此切线交轴于点，

所以； ………………4分

（2）若为等差数列，设其公差为，

则，，

令，则，

当时，，单调递增，

当时，，单调递减，

所以，

因此最多有两不同的根，即最多3项成等差数列， ………………7分

若，，成等差数列，即，

由（1）知，所以，又，

记函数，则，

所以当时，，所以在上单调递增，

又，

又，

所以存在唯一，使得，即，

所以存在，使得，，为等差数列， ………………10分

①此时，易知，又因为，

所以集合，即， ………………11分

②同时，

令，，的导数，

所以在区间上为减函数，，

又因为集合，，

综上所述，所以存在实数使得为等差数列，

此时． ………………12分

22．（10分）

解：（1）将，代入的参数方程得，

即的极坐标方程为，， ………………2分

将，代入的参数方程得，

化简得曲线的极坐标方程为； ………………5分

（2）设，，联立直线与曲线的极坐标方程，

得，化简为，

因为判别式，即， ………………8分

又因为，所以，解得，

同时，所以，解得，，

所以，结合，解得． ………………10分

23．（10分）

解：（1）时，即解不等式， ………………1分

当时，不等式为，解得， ………………2分

当时，不等式为，不等式恒成立， ………………3分

当时，不等式为，解得， ………………4分

综上所述：不等式的解集为； ………………5分

（2）即为，

①当时，不等式为，

即，不等式恒成立， ………………7分

②当时，对时，不等式为，

此时不等式对不恒成立， ………………9分

综上所述：的取值范围为． ………………10分

**解析：**

1．【命题意图】涉及集合的表示方法，集合间的基本关系与基本运算，考查学生的逻辑推理能力。

【解析】因为，所以，选A．

2．【命题意图】涉及复数的表示、四则运算，考查学生的符号意识与运算能力。

【解析】，选D．

3．【命题意图】考查学生对数的直观感知能力，以及对基本初等函数的性质的理解。

【解析】，，，，选B．

4．【命题意图】考查学生阅读能力，快速获取信息能力，要求学生有直观感知图象、数学抽象的核心素养。

【解析】与是相关关系，B选项中的“一定”用词不当，选B．

5．【命题意图】本题考查不等关系与不等式，探究两个正实数的平方和与和之间的关系，因为含有参数，需要学生对均值不等式有一定的理解。

【解析】，当且仅当“”时，取“=”，选A．

6．【命题意图】考查学生对向量的四则运算、模、数量积的理解，培养学生知识迁移能力，同时提高学生数学思考水平。

【解析】设，两边平方得，又，即，；，即，故或，故前者是后者的充分不必要条件，选A．

7．【命题意图】涉及三角函数的定义，垂直的两角的三角函数值的数量关系，二倍角公式；培养学生良好的数感、量感。

【解析】因为，所以，所以，选C．

8．【命题意图】对数列必备知识有一定要求，对等差、等比数列性质的综合性应用较高，考查学生数学运算的核心素养。

【解析】因为数列是等差数列，所以，化简得，由等比数列的性质得，解得（舍去1），又，所以，所以，所以，选C．

9．【命题意图】查计数原理，需要分情况讨论，考查学生的数据分析能力，数学运算能力。

【解析】当副队长担任1号位时，不同的安排方式有种，当副队长担任2号位时，将队长安排至第3至5号位，剩下队员安排至剩下位置有种，共有42种，选B．

10．【命题意图】涉及空间几何体的结构特点，点、线、面之间的关系，需要学生有一定空间观念，空间想象能力，考查学生直观想象，数学建模，数学运算的核心素养。

【解析】当直线经过正方体对面中心时，正方体绕直线旋转时，与自身重合；当直线经过正方体的体对角线时，正方体绕直线旋转时，与自身重合；当直线穿过正方体对棱中点时，正方体绕直线旋转时，与自身重合；其他情况，正方体绕直线旋转时，与自身重合，选C．

11．【命题意图】考查学生对指数函数性质的直观体验，函数的零点，导数的几何应用，考查数形结合的数学思想。

【解析】函数大于的零点有且只有一个，即函数与函数在区间上有且只有一个交点，当时，显然没有交点，不符合题意；当时，由指数函数的性质知，只有两曲线相切时符合题意，可设切点为，则容易得到且，解得，选D．

12．【命题意图】本题涉及抛物线的几何性质，借用阿氏圆的定义将系数转化为两线段的和，再利用三角形的基本知识求得结果，有一定的创新性和综合性，考查数学建模，数学运算，直观想象的核心素养。

【解析】设点的坐标为，是轴上一点，由抛物线的性质知点的坐标为，则，，令，则有，将代入化简解得，即点满足，所以，设点坐标为，，所以．选C．

13．【命题意图】开放性题目，考查学生对双曲线性质的理解，培养学生的创新能力。

【解析】设双曲线的方程为，因为，所以有，可填．

14．【命题意图】涉及圆锥的几何性质，需要学生知道旋转体的侧面展开图，考查学生的空间想象力。

【解析】圆锥的侧面展开图是半径为的半圆，则圆锥底面周长为，底面半径为，又圆锥的母线为，所以圆锥的高为，故填．

15．【命题意图】涉及函数与导数的关系，同时和奇偶性结合起来，考查学生对函数基本性质的理解，同时又需要学生对函数的研究方法有深刻认识。

【解析】当时，的导函数，令，解得，又因为为奇函数，在对称区间的单调性相同，所以时，单调递增区间为，填．

16．【命题意图】本题涉及三角函数的图象与性质，辅助角公式，诱导公式的综合应用，对学生能力要求较高，兼顾数学知识的综合性与应用性。

【解析】方程可化为，因为，所以实数，满足，化简得，不妨设，又因为，即，又，，所以，故填．

17．【命题意图】此题背景比较简单，需要学生有一定的分析能力，对正余弦定理有一定的理解，考查学生数学抽象，数学运算等能力。

18．【命题意图】此题以四棱锥为载体，先是考查直线与平面的位置关系，再考查四点共面的向量表达，或者空间几何体的截面问题，考查学生的空间想象，数学运算等能力。

19．【命题意图】此题以二项分布入题，利用导数的思想解决统计概率的问题，第二问是利用期望做决策，培养学生应用意识，创新意识，考查学生的数学抽象，数学建模，运算能力。

20．【命题意图】利用点到焦点，的距离之积的关系，考查学生对数据的处理能力。

21．【命题意图】此题是充分利用导数的几何意义，求取数列的项，是一个融合导数，数列的综合题目，学生要有一定的应用意识，创新意识，考查学生数学抽象，数学建模，数学计算等素养。

22．【命题意图】此题考查直角坐标方程与极坐标方程之间的互化，考查学生关键能力。

23．【命题意图】涉及含绝对值的谈论问题，考查学生的分析问题能力。