**机密★启用前**

**海口市2024届高三年级调研考试**

**数 学**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1.在复平面内，对应的点位于（ ）

A.第一象限 B.第二象限

C.第三象限 D.第四象限

2.已知，设甲：，乙：，则（ ）

A.甲是乙的充分不必要条件 B.甲是乙的必要不充分条件

C.甲是乙的充要条件 D.甲是乙的既不充分也不必要条件

3.设，*m*是两条直线，，是两个平面，则（ ）

A.若，，，则 B.若，，，则

C.若，，，则 D.若，，，则

4.已知椭圆：的2个焦点与椭圆：的2个焦点构成正方形的四个顶点，则（ ）

A. B. C.7 D.5

5.某记者与参加会议的5名代表一起合影留念（6人站成一排），则记者站两端，且代表甲与代表乙不相邻的排法种数为（ ）

A.72 B.96 C.144 D.240

6.已知函数的定义域为，是偶函数，当时，，则曲线在点处的切线斜率为（ ）

A. B. C.2 D.-2

7.记的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若，则（ ）

A. B. C. D.-2

8.已知是双曲线：的右焦点，直线与*C*交于*A*，*B*两点.若的周长为，则*C*的离心率为（ ）

A. B. C. D.

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。**

9.已知甲、乙两组样本各有10个数据，甲、乙两组数据合并后得到一组新数据，下列说法正确的是（ ）

A.若甲、乙两组数据的平均数都为*a*，则新数据的平均数等于*a*

B.若甲、乙两组数据的极差都为*b*，则新数据的极差可能大于*b*

C.若甲、乙两组数据的方差都为*c*，则新数据的方差可能小于*c*

D.若甲、乙两组数据的中位数都为*d*，则新数据的中位数等于*d*

10.已知函数（其中，，）的部分图象如图所示，则（ ）



A. B.的图象关于点中心对称

C. D.在上的值域为

11.已知为正项数列的前项和，，，则（）

A. B.

C. D.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12.已知集合，，若，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.已知圆：，点*P*在直线：上，过点*P*作的两条切线，切点分别为*A*，*B*.当最大时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.在正三棱台中，，，侧棱与底面所成角的正切值为.若存在一个球与该正三棱台的每个面都相切，则此正三棱台的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

15.（13分】

已知函数.

（1）讨论的单调性；

（2）若，求的取值范围.

16.（15分）

如图，在三棱柱中，平面平面，，四边形是边长为2的正方形.



（1）证明：平面；

（2）若直线与平面所成的角为30°，求二面角的余弦值.

17.（15分）

已知摊物线：的准线与轴的交点为，的焦点为*F*.经过点*E*的直线与分别交于*A*，*B*两点.

（1）设直线，的斜率分别为，，证明：；

（2）记与的面积分别为，，若，求.

18.（17分）

一次课外活动举行篮球投篮趣味比赛，选手在连续投篮时，第一次投进得1分，并规定：若某次投进，则下一次投进的得分是本次得分的两倍；若某次未投进，则该次得0分，且下一次投进得1分.已知某同学连续投篮*n*次，总得分为*X*，每次投进的概率为，且每次投篮相互独立，

（1）时，判断与20的大小，并说明理由；

（2）时，求的概率分布列和数学期望；

（3）记的概率为，求的表达式.

19.（17分

已知函数，等差数列的前项和为，记.

（1）求证：的图象关于点中心对称；

（2）若，，是某三角形的三个内角，求的取值范围；

（3）若，求证：.反之是否成立?并请说明理由.

**机密启用前**

**海口市2024届高三年级调研考试**

**数学试题参考答案**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分。**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | B | B | A | C | C | B | A |

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。第9、11题每个正确选项2分；第10题每个正确选项3分。**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | ABD | AC | ABD |

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12. 13. 14.

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

15.（13分）

解：（1）的定义域为，

当时，，所以在，上单调递增；

当时，令，得，令，得，

所以在上单调递增，在上单调递减.

（2）由，得.

设，则.

令，得，令，得，

所以在上单调递增，在上单调递减，

所以当时，取最大值.

所以.

16.（15分）

（1）证：因为四边形是正方形，

所以.

因为平面平面，平面，

平面平面，

所以平面.

因为平面，所以.

又因为，，，

所以平面.

（2）解：由（1）知，为直线与平面所成的角，

即

正方形的边长为2，

所以，，

所以.

（方法一）过点作，垂足为，



过点作，垂足为，连结.

因为平面，平面，

所以，

又平面，，

所以平面.

所以是在平面内的射影，

所以由三垂线定可知，，

所以是二面角的平面角.

在直角中，，，

所以，

所以，

即二面角的余弦值为.

（方法二）取的中点，连结.



因为，所以，

因为平面平面，

平面平面，平面，

所以平面.

取的中点，则，

以，为基底，建立空间直角坐标系.

所以，，，

所以，.

设平面的法向量为，

则即取.

取平面的法向量，

设二面角的大小为，

则.

因为二面角为锐角，所以，

即二面角的余弦值为.

17.（15分）

解：（1）因为抛物线*C*的准线与*x*轴的交点为，



所以，即，

所以的方程为.

显然直线的斜率存在且不为0.

设直线：，，，

将直线方程与抛物线方程联立并消去，

得.

所以，，

所以

.

（2）不妨设，.

因为，.

又，解得，.

所以，

所以.

18.（17分）

解：（1）.

理由如下：记该同学投篮30次投进次数为，则.

若每次投进得分都为1分，则得分的期望为.

由题意比赛得分的规则知，连续投进时，得分翻倍，

故实际总得分必大于每次得分固定为1分的数学期望.

所以.

（2）*X*的可能取值为：0，1，2，3，7，且

；；

；；

.

所以，的概率分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 7 |
|  |  |  |  |  |  |

所以.

（3）投篮次得分为3分，有两种可能的情况：

情形一，恰好两次投进，且两次相邻；

情形二，恰好三次投进，且任意两次都不相邻.

当时，情形二不可能发生，

故.

当时，情形一发生的概率为，

情形二发生是指，将次未投进的投篮排成一列，共有个空位，

选择其中3个空位作为投进的投篮，故概率为

，

所以

.

综上，

19.（17分）

解：（1）设的图象上任意一点，则，

点关于点，的对称点为.

因为，

所以点，在的图象上，

所以的图象关于点中心对称.

（2）若，，是某三角形的三个内角，

则，

又是等差数列，所以.

所以



.

不妨设，则，所以，

所以，

所以.

（3）因为是等差数列，且，

所以当时，，

所以.



.

所以，若，则成立.

反之不成立.

考虑存在等差数列，满足，则，

所以.

下面证明，存在，可以使得，且.

不妨设，因为，所以.

.

设，其中，

因为，，

所以存在，使得，

所以存在，使得，即，

但此时.

所以反之不成立.