**2024年春季学期高二年级4月质量检测**

**数 学**

**全卷满分150分，考试时间120分钟.**

**注意事项：**

**1.答题前，先将自己的姓名､准考证号填写在试卷和答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置.**

**2.请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答，写在试卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**3.选择题用2B铅笔在答题卡上把所选答案的标号涂黑；非选择题用黑色签字笔在答题卡上作答；字体工整，笔迹清楚.**

**4.考试结束后，请将试卷和答题卡一并上交.**

**5.本卷主要考查内容：北师大版选择性必修第一册第七章，选择性必修第二册第一章一第二章2.4.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知数列，则它的第8项为（ ）

A. B. C. D.

2.已知函数，则（ ）

A.2 B.-2 C.-4 D.4

3.已知等比数列的公比为，则（ ）

A.20 B.24 C.28 D.32

4.一个质点作直线运动，其位移（单位：米）与时间（单位：秒）满足关系式，则当时，该质点的瞬时速度为（ ）

A.10米/秒 B.8米/秒 C.6米/秒 D.12米/秒

5.已知等差数列的前项和为，且，则（ ）

A.35 B.30 C.20 D.15

6.为了解喜爱足球是否与性别有关，随机抽取了若干人进行调查，抽取女性人数是男性的2倍，男性喜爱足球的人数占男性人数的，女性喜爱足球的人数占女性人数的，若本次调查得出“在犯错误的概率不超过0.005的前提下认为喜爱足球与性别有关”的结论，则被调查的男性至少有（ ）人.



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.10 | 0.05 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.706 | 3.841 | 5.635 | 7.879 | 10.828 |

A.11 B.12 C.13 D.14

7.在数列中，，则“”是“是递增数列”的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

8.已知数列满足，且，则（ ）

A. B.

C. D.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.下列求函数导数正确的是（ ）

A. B.

C. D.

10.为调研加工零件效率，调研员通过试验获得加工零件个数与所用时间（单位：）的5组数据为，根据以上数据可得经验回归方程为则（ ）

A.

B.回归直线必过点

C.加工60个零件的时间大约为

D.若去掉，剩下4组数据的经验回归方程会有变化

11.在数列中，已知是首项为1，公差为1的等差数列，是公差为的等差数列，其中，则下列说法正确的是（ ）

A.当时，

B.若，则

C.若，则

D.当时，

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.在等比数列中，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.已知函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.在数列中，，则其前45项的和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出必要的文字说明､证明过程及演算步骤.**

15.（本小题满分13分）

随着的科技发展，人工智能促进了社会的快速发展，利用人工智能生成的虚拟角色因为拥有更低的人工成本，正逐步取代传统的真人直播带货.某公司使用虚拟角色直播带货销售金额得到逐步提升，以下为该公司自2023年8月使用虚拟角色直播带货后的销售金额情况统计.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年月 | 2023年8月 | 2023年9月 | 2023年10月 | 2023年11月 | 2023年12月 | 2024年1月 |
| 月份编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 销售金额万元 | 15.4 | 25.4 | 35.4 | 85.4 | 155.4 | 195.4 |

若与的相关关系拟用线性回归模型表示，回答如下问题：

（1）试求变量与的样本相关系数（结果精确到0.01）；

（2）试求关于的经验回归方程，并据此预测2024年2月份该公司的销售金额.

附：经验回归方程，其中，

样本相关系数.

参考数据：.

16.（本小题满分15分）

已知数列满足.

（1）求的通项公式；

（2）若，记数列的前项和为，求证：.

17.（本小题满分15分）

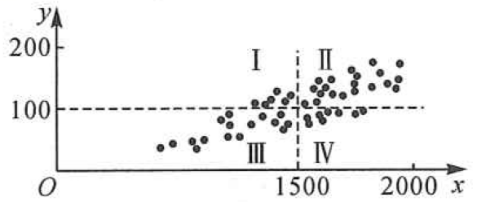
已知各项均为正数的数列的前项和为，且.

（1）求的通项公式；

（2）若，求数列的前项和.

18.（本小题满分17分）

环境监测部门为调研汽车流量对空气质量的影响，在某监测点统计每日过往的汽车流量（单位：辆）和空气中的*PM*2.5的平均浓度（单位：）.调研人员采集了50天的数据，制作了关于的散点图，并用直线与将散点图分成如图所示的四个区域*I*，*II*，*III*，*IV*，落入对应区域的样本点的个数依次为.



（1）完成下面的列联表，并判断至少有多大把握认为“*PM*2.5平均浓度不小于”与“汽车日流量不小于1500辆”有关；

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 汽车日流量 | 汽车日流量 | 合计 |
| *PM*2.5的平均浓度 |  |  |  |
| *PM*2.5的平均浓度 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

（2）经计算得到回归方程为，且这50天的汽车日流量的标准差252，*PM*2.5的平均浓度的标准差，求相关系数，并判断该回归方程是否有价值.

参考公式：，其中.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|  | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

回归方程，其中.

相关系数.若，则认为与有较强的线性相关性.

19.（本小题满分17分）

已知数列是以公比为3，首项为3的等比数列，且.

（1）求出的通项公式；

（2）设，数列的前项和为，若不等式对任意的恒成立，求实数的取值范围.

**2024年春季学期高二年级4月质量检测·数学**

**参考答案､提示及评分细则**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | B | D | C | B | B | A | B |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 |  |  |  |  |  |
| 答案 | AD | BC | ACD |  |  |  |  |  |

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.【答案】D

【解析】由题意知，数列的通项公式为，所以它的第8项的值为.故选D.

2.【答案】B

【解析】由题意知，所以，所以.故选B.

3.【答案】D

【解析】由题意可知，所以.故选D.

4.【答案】C

【解析】，所以米/秒.故选C.

5.【答案】B

【解析】因为是等差数列，所以也是等差数列，所以，即，解得.故选B.

6.【答案】B

【解析】设男性人数为，依题意，得列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 喜爱足球 | 不喜爱足球 | 合计 |
| 男性 |  |  |  |
| 女性 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

则的观测值为，因为本次调查得出“在犯错误的概率不超过0.005的前提下认为喜爱足球与性别有关”的结论，于是，即，解得，而，因此.故选B.

7.【答案】A

【解析】因为，所以，又，所以是首项为，公差为3的等

差数列，所以，所以.若是递增数列，则，解得.所以“”是“是递增数列”的充分不必要条件.故选A.

8.【答案】B

【解析】由题意可知，数列单调递减，且，

取倒数得，两边平方得，

利用单调性进行放缩，

故，可得，

所以.故选B.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.【答案】AD（全部选对得6分，选对1个得3分，有选错的得0分）

【解析】，故*A*正确；

，故*B*错误；

，故*C*错误；

，故*D*正确.故选AD.

10.【答案】BC（全部选对得6分，选对1个得3分，有选错的得0分）

【解析】，所以恒过，所以，解得，故错误，*B*正确；

所以，令，则，故加工60个零件的时间大约为，故*C*正确；

因为恒过，所以剩下4组数据的经验回归方程不会有变化，故*D*错误.故选BC.

11.【答案】ACD（全部选对得6分，选对1个得2分，选对2个得4分，有选错的得0分）

【解析】当时，，可知数列是首项为1，公差为1的等差数列，所以，故*A*正确；

由已知是公差为的等差数列，则是公差为的等差数列，则，即，解得或，故*B*错误；

，解得，故*C*正确；

，故*D*正确.故选ACD.

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.【答案】12

【解析】因为是等比数列，所以，所以或，又在等比数列中，偶数项的符号相同，所以.

13.【答案】

【解析】由题意知，令，得，解得，所以，所以.

14.【答案】-483

【解析】依题意得

.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出必要的文字说明､证明过程及演算步骤.**

15.【答案】（1）（2），预测2024年2月份该公司的销售金额为219.4万元

【解析】（1），



所以；

（2）由题意，

所以，

所以关于的经验回归方程为，

所以预测2024年2月份该公司的销售金额为万元.

16.【答案】（1）（2）略

【解析】（1）因为，所以

又，所以，所以是以9为首项，3为公比的等比数列，

所以，所以；

（2）证明：由（1）知，

所以

，

又，所以.

17.【答案】（1）（2）

【解析】（1）当时，，解得或（舍）；

当时，由，得，

所以，得，

又数列的各项均为正数，所以，即，

所以是首项为1，公差为的等差数列，

所以

（2）由（1）可知，

所以

，

，

所以

，

所以.

18.【答案】（1）列联表见解析，至少有的把握（但还不能有的把握）认为“*PM*2.5平均浓度不小于”与“汽车日流量不小于1500辆”有关（2）①，该回归方程有价值②

【解析】（1）列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 汽车日流量 | 汽车日流量 | 合计 |
| *PM*2.5的平均浓度 | 16 | 8 | 24 |
| *PM*2.5的平均浓度 | 6 | 20 | 26 |
| 合计 | 22 | 28 | 50 |

零假设：“*PM*2.5平均浓度不小于”与“汽车日流量不小于1500辆”无关，

因为，

所以至少有的把握（但还不能有的把握）认为“*PM*2.5平均浓度不小于”与“汽车日流量不小于1500辆”有关；

（2）因为回归方程为，所以，

又因为，

所以.

与有较强的相关性，该回归方程有价值.

19.【答案】（1）（2）

【解析】（1）数列是首项为3，公比为3的等比数列，

，

当时，

，

即，

又也满足上式，数列的通项公式为；

（2）由（1），可得，

①

②

由①-②，得，

，

不等式可化为，

即对任意的恒成立，

令且为递增数列，即转化为.

当时，，所以，

综上，的取值范围是.