**丽水､湖州､衢州2024年4月三地市高三教学质量检测试卷**

**数学试题卷**

**1.本试题卷共4页，满分150分，考试时间120分钟.**

**2.考生答题前，务必将自己的姓名､准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸上**

**3.选择题的答案须用2B铅笔将答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如要改动，须将原填涂处用橡皮擦净.**

**4.非选择题的答案须用黑色字迹的签字笔或钢笔写在答题纸上相应区域内，作图时可先使用2B铅笔，确定后须用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑，答案写在本试题卷上无效.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 掷两枚质地均匀的骰子，设“第一枚出现奇数点”，“第二枚出现偶数点”，则与的关系为（ ）．

A. 互斥 B. 互为对立

C. 相互独立 D. 相等

【答案】C

【解析】

【分析】根据互斥、对立、独立事件的定义判断即可.

【详解】解：掷两枚质地均匀的骰子，设“第一枚出现奇数点”，“第二枚出现偶数点”，

事件与能同时发生，故事件与既不是互斥事件，也不是对立事件，故选项A，B错误；

，，，，

因为，所以与独立，故选项C正确；

事件与不相等，故选项D错误.

故选：C.

2. 双曲线的渐近线方程为，则（ ）

A.  B.  C.  D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】借助渐近线的定义计算即可得.

【详解】由题意可得，又，故.

故选：D.

3. 复数满足（为虚数单位），则的最小值是（ ）

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】利用复数的几何意义及两点间的距离公式即可求解.

【详解】设,则

所以，



又，

所以，即，

所以对应的点在以原点为圆心，1为半径的圆上，

表示复平面内的点到点的距离，

所以的最小值是.

故选：B.

4. 已知平面向量、满足，若，则与的夹角为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】依题意可得，根据数量积的运算律求出，再由夹角公式计算可得.

【详解】因为，且，所以，即，

所以，

设与的夹角为，则，因为，

所以，即与的夹角为.

故选：D

5. 已知各项均为正数的等比数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且满足*a*6，3*a*4，－*a*5成等差数列，则＝（ ）

A. 3 B. 9

C 10 D. 13

【答案】C

【解析】

【分析】由已知条件可得6*a*4＝*a*4(*q*2－*q*)，解得*q*＝3，所求＝，将*q*＝3代入，可得结果.

【详解】设等比数列{*an*}的公比为*q*，因为*a*6，3*a*4，－*a*5成等差数列，

所以6*a*4＝*a*6－*a*5，所以6*a*4＝*a*4(*q*2－*q*).由题意得*a*4>0，*q*>0.

所以*q*2－*q*－6＝0，解得*q*＝3，所以＝＝1＋*q*2＝10.

故选：C

【点睛】本题考查等差数列和等比数列的性质的应用，属于基础题.

6. 将函数的图象向右平移个单位后得到函数的图象，若对满足的，有，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数图象的平移可得，利用三角函数的最值，求出自变量，的值，然后判断选项即可，

【详解】因函数的最小正周期为，

将的图象向右平移个单位后得到函数的图象，

若对满足的可知，两个函数的最大值与最小值的差为2，有，

不妨，则，即在取得最小值，

当时，，

此时，，，不合题意，

当时，，

此时，，，当，满足题意，

故选：A，

7. 已知椭圆为左､右焦点，为椭圆上一点，，直线经过点.若点关于的对称点在线段的延长线上，则的离心率是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，得到点与点关于对称，且为等边三角形，在中，利用正弦定理得到，结合，即可求解.

【详解】由直线，且点关于的对称点在线段的延长线上，

如图所示，可得点与点关于对称，且,

可得为等边三角形，则,

又的倾斜角为，则，所以，

在中，有，，，

又由，可得，

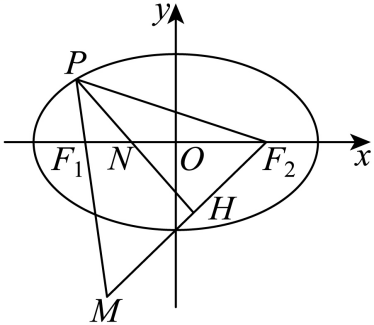
即，

又因为，

，

所以.

故选：B.



8. 已知正实数满足，，，则的大小关系是（ ）

A.  B. 

C  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】依题意可得，，，令，，则问题转化为判断函数与对应函数的交点的横坐标的大小关系，数形结合即可判断.

【详解】因为，，为正实数，且满足，，，

则，，，

所以，，，

则，，，

令，，

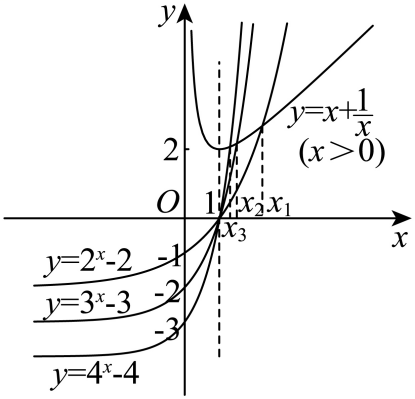
由对勾函数的性质可得在上单调递减，在上单调递增，且，

满足的即为与的交点的横坐标，

满足的即为与的交点的横坐标，

满足的即为与的交点的横坐标，

在同一平面直角坐标系中画出、、、的图象如下所示：



由图可知.

故选：A

【点睛】关键点点睛：本题关键是将问题转化为函数与相应的指数型函数的交点的横坐标的大小关系问题，准确画出函数图象是关键.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 有一组样本数据的平均数是，方差是，极差为，则下列判断正确的是（ ）

A. 若的平均数是，则

B. 若的极差是，则

C. 若方差，则

D. 若，则第75百分位数是

【答案】AC

【解析】

【分析】根据题意，利用平均数、方差的计算公式，以及极差的定义和百分位数的计算方法，逐项判定，即可求解.

【详解】对于A中，由，

即，所以A正确；

对于B中，例如：若样本数据，可得极差为

此时数据的极差为，此时，所以B不正确；

对于C中，由，

若，可得，所以C正确；

对于D中，由，所以数据的75分位数为，所以D不正确.

故选：AC.

10. 已知直三棱柱中，且，直线与底面所成角的正弦值为，则（ ）

A. 线段上存在点，使得

B. 线段上存在点，使得平面平面

C. 直三棱柱的体积为

D. 点到平面的距离为

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据直三棱柱的性质得到底面，则即为直线与底面所成角，利用锐角三角函数求出，由柱体的体积公式判断C，建立空间直角坐标系，利用空间向量法计算A、B、D.

【详解】在直三棱柱中，底面，

则即为直线与底面所成角，即，

则，

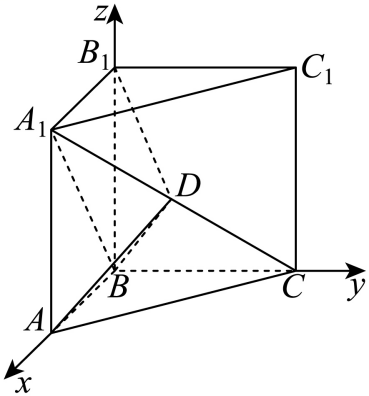
所以

又且，所以，

又底面，底面，所以，

所以，解得，

所以直三棱柱体积，故C错误；



又底面，，如图建立空间直角坐标系，

则，，，，，，

所以，，因为点在线段，

设，，

则，

若，则，即，解得，

此时为线段的中点，

故在线段上存在点，使得，故A正确；

当为线段的中点时，则，，

设平面法向量为，

则，取，

又，，设平面的法向量为，

则，取，

因为，所以平面平面，

即当为线段的中点时满足平面平面，故B正确；

又，，，

设平面的法向量为，则，取，

则点到平面的距离，故D正确.

故选：ABD

11. 已知函数的定义域为，且为偶函数，则（ ）

A.  B. 为奇函数

C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】借助赋值法令，，可得，令，可得为奇函数，结合为偶函数，可得、，亦可得其周期，即可得.

【详解】令，，则有， 故，即，

令，则，

即恒成立，故，

又函数的定义域为，故为奇函数，故B正确；

则，又为偶函数，

故，则，故A错误；，故C正确；

，则，故函数的周期为，

，则，故D正确.

故选：BCD.

【点睛】结论点睛：解决抽象函数的求值、性质判断等问题的结论：

（1）关于对称：若函数关于直线轴对称，则，若函数关于点中心对称，则，反之也成立；

（2）关于周期：若，或，或，可知函数的周期为.

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

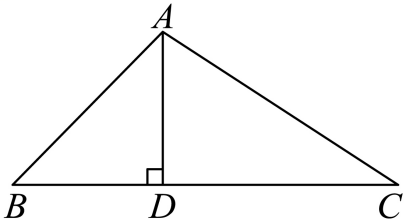
12. 在中，角的对边分别为边上的高等于，则的面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】作，垂足为点，在中，由勾股定理求得，同理可得，由三角形面积公式求面积，最后利用余弦定理求.

【详解】在中，作，垂足为点，



则，又

在中，，

即，解得，

所以，

在中，，所以，

由正弦定理，，即，可得.

故答案为：；

13. 已知圆，若对于任意的，存在一条直线被圆所截得的弦长为定值，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】由圆的方程的特征求出，再将圆的方程化为标准式，令、得到两个圆的方程，两圆作差得到公共弦方程，求出公共弦长，即可求出.

【详解】圆，

则，解得，

所以圆，即，

由题设，令可得，令可得，

显然两圆相交，则两圆方程作差可得，

由，解得或，

所以直线与圆相交的弦长为，

所以，则.

故答案为：

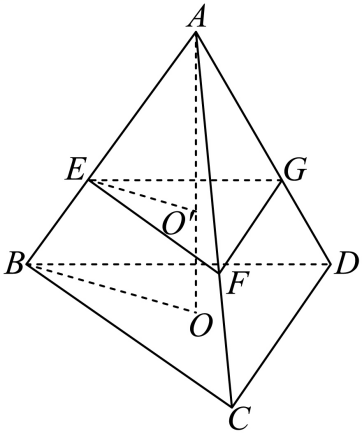
14. 已知正四面体的棱长为1，若棱长为的正方体能整体放入正四面体中，则实数的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据正四面体、正方体的结构特征，可得棱长最大的正方体一底面在正四面体的底面正三角形内，正方体中与这个底面相对的正方形为该正方形所在平面截正四面体所得正三角形的内接正方形，再利用正四面体的结构特征计算即得.

【详解】依题意，由正四面体及正方体的几何特征知，要使放入的正方体最大，则正方体的一个底面在正四面体的一个底面内，

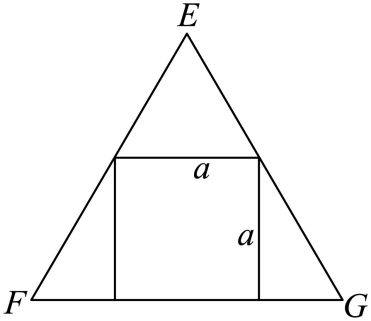


令是正的中心，则底面，而，则，

不妨令放入的正方体的底面在正四面体在内，则正方体中与这个底面相对的

底面正方形所在平面截正四面体所得截面是正三角形，

且这个正方形是正的内接正方形，于是，



显然三棱锥是正四面体，与平面的交点是正的中心，

于是，显然，因此，

解得，所以实数的最大值为.

故答案为：

【点睛】关键点点睛：涉及几何体的内接几何体问题，熟悉相关联的两个几何体的结构特征是解决问题的关键.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15. 设等差数列的公差为，记是数列的前项和，若，.

（1）求数列的通项公式；

（2）若，数列的前项和为，求证：.

【答案】（1）或

（2）证明见解析

【解析】

分析】（1）根据等差数列求和公式及下标和性质得到和，从而得到或，再分别求出通项公式；

（2）依题意可得，求出，则，利用分组求和法及裂项相消法计算可得.

【小问1详解】

由，，得，解得，

由，，所以，所以或，

当时，此时；

当时，此时；

综上可得数列的通项公式为或；

【小问2详解】

因为，所以，则，

则

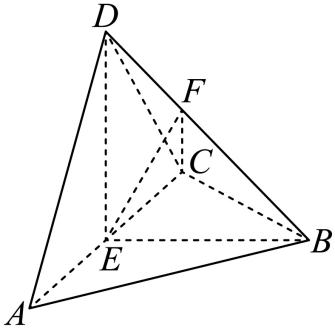
，

所以



.

16. 如图，三棱锥中，为线段的中点.



（1）证明：平面平面；

（2）设，求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）根据等腰三角形的三线合一及全等三角形的性质，利用线面垂直的判定定理及面面垂直的判定定理即可求解；

（2）利用线面垂直的判定定理及性质定理，建立空间直角坐标系，求出相关点的坐标，分别求出直线的方向向量与平面的法向量，利用向量的夹角公式，结合向量的夹角与线面角的关系即可求解.

【小问1详解】

因为，为线段的中点，

所以

因为，，，

所以，

故*AB**．*

又为线段的中点，

所以*．*

又，平面.

所以平面

又平面，

所以平面平面*．*

【小问2详解】

取的中点，连接，，

因为为中位线，所以，

又，所以．

因为，为的中点，所以．

又，平面，

所以平面，平面，

所以，

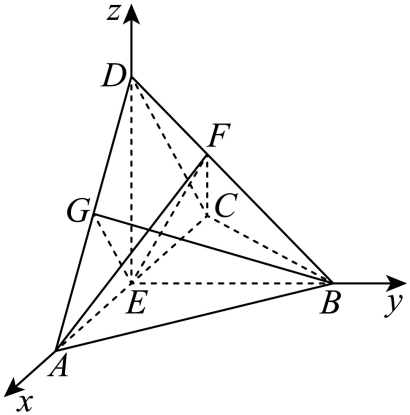
因为，为的中点，

所以，

又，平面，

所以平面*．*

以为坐标原点，分别以、、所在的直线为、、轴，建立空间直角坐标系，如图所示



设，，

则，，，

，，

由，解得．

所以.

又平面的法向量．

设直线与平面所成角为，则

,

所以直线与平面所成角为.

17. 设函数.

（1）当时，求函数的单调区间；

（2）若对定义域内任意的实数，恒有，求实数的取值范围.（其中是自然对数的底数）

【答案】（1）单调递减区间为，单调递增区间为

（2）

【解析】

【分析】（1）求出函数的定义域与导函数，再解关于导函数的不等式，即可得解；

（2）依题意可得在上恒成立，设，，利用导数说明函数的单调性，即可得到且，利用导数求出的范围，即可求出的范围.

【小问1详解】

当时定义域为，

且，

令，则，

所以在上单调递增，

又，所以当时，当时，

所以的单调递减区间为，单调递增区间为；

【小问2详解】

函数定义域为，

依题意在上恒成立，

设，，则，

设，则恒成立，

所以在上单调递增，

且当时，当时，

所以使得，即，

所以，

则当时，即单调递减，

当时，即单调递增，

所以

，

令，则且，

所以为增函数，

由，所以，

又与均为减函数，所以在上单调递减，

所以当时，

所以实数的取值范围为.

18. 已知抛物线，点在抛物线上，且在轴上方，和在轴下方（在左侧），关于轴对称，直线交轴于点，延长线段交轴于点，连接.

（1）证明：为定值（为坐标原点）；

（2）若点的横坐标为，且，求的内切圆的方程.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据已知条件作出图形，设出直线的方程，与抛物线联立，利用韦达定理及直线的点斜式方程即可求解；

（2）根据（1）的结论及向量的数量积的坐标表示，进而得出直线的方程，利用直线的斜率公式及直线的点斜式方程，结合角平分线的性质及圆的标准方程即可求解.

【小问1详解】

设直线的方程为，则，

由，消去，得，

，

所以，

直线的方程为，化简得，

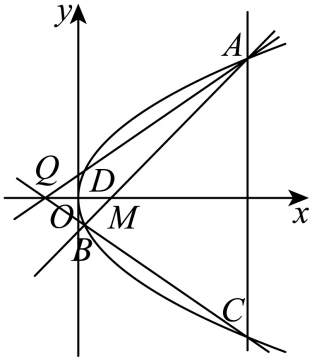
令，得，所以

因此.

【小问2详解】

因为点的横坐标为，由（1）可知，，

设交抛物线于，，如图所示



又由（1）知，，同理可得，得，

又，

，

又，

则，

故结合，得.

所以直线的方程为

又，

则，

所以直线的方程为，

设圆心,

因为为的平分线，故点到直线和直线的距离相等，

所以，因为，解得，

故圆的半径，

因此圆的方程为.

19. 为保护森林公园中的珍稀动物，采用某型号红外相机监测器对指定区域进行监测识别.若该区域有珍稀动物活动，该型号监测器能正确识别的概率（即检出概率）为；若该区域没有珍稀动物活动，但监测器认为有珍稀动物活动的概率（即虚警概率）为.已知该指定区域有珍稀动物活动的概率为0.2.现用2台该型号的监测器组成监测系统，每台监测器（功能一致）进行独立监测识别，若任意一台监测器识别到珍稀动物活动，则该监测系统就判定指定区域有珍稀动物活动.

（1）若.

（i）在该区域有珍稀动物活动的条件下，求该监测系统判定指定区域有珍稀动物活动的概率；

（ii）在判定指定区域有珍稀动物活动的条件下，求指定区域实际没有珍稀动物活动的概率（精确到0.001）；

（2）若监测系统在监测识别中，当时，恒满足以下两个条件：①若判定有珍稀动物活动时，该区域确有珍稀动物活动的概率至少为0.9；②若判定没有珍稀动物活动时，该区域确实没有珍稀动物活动的概率至少为0.9.求的范围（精确到0.001）.

（参考数据：）

【答案】（1）（i）；（ii）

（2）

【解析】

【分析】（1）借助全概率公式与条件概率公式计算即可得；

（2）借助全概率公式与条件概率公式，结合题意可得不等式组，解出该不等式组即可得.

【小问1详解】

记事件为“监测系统判定指定区域有珍稀动物活动”，事件为“监测区域实际上有珍稀动物活动”，

（i）；

（ii）





，

则

；

【小问2详解】

，

，

由题意可得，即，

令，，得，，故，，

即，即，则，

因为，所以，所以，

故，即，所以，

故.

【点睛】关键点点睛：本题关键点在于借助全概率公式与条件概率公式，列出相应概率，结合题目条件解出不等式.