**绝密★启用并使用完毕前**

**山东省实验中学2024届高三第一次模拟考试**

**数学试题**

**2024.4**

**注意事项：**

**1．答卷前，先将自己的考生号等信息填写在试卷和答题纸上，并在答题纸规定位置贴条形码．**

**2．本试卷满分150分，分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷为第1页至第2页，第Ⅱ卷为第3页至第4页．**

**3．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．**

**4．非选择题的作答：用0.5mm黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试卷、草稿纸和答题卡．上的非答题区域均无效．**

**第Ⅰ卷（共58分）**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知，，是三个不同的平面，，，则“”是“”的（ ）

A．充分非必要条件 B．必要非充分条件

C．充分必要条件 D．既非充分又非必要条件

2．若，，，则向量与的夹角为（ ）

A． B． C． D．

3．若复数*z*满足，则*z*在复平面中对应的点在（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

4．甲，乙，丙，丁四位师范生分配到*A*，*B*，*C*三所学校实习，若每所学校至少分到一人，且甲不去*A*学校实习，则不同的分配方案的种数是（ ）

A．48 B．36 C．24 D．12

5．函数，则的部分图象大致形状是（ ）

A． B．

C． D．

6．已知，，则（ ）

A． B． C．2 D．

7．已知抛物线的焦点为*F*，点是抛物线*C*上一点，圆*M*与线段*MF*相交于点*A*，且与直线相交所得的弦长为，且，则（ ）

A． B．1 C．2 D．3

8．已知数列的前*n*项和，将依原顺序按照第*n*组有项的要求分组，则2024所在的组数为（ ）

A．8 B．9 C．10 D．11

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．下列命题正确的是（ ）

A．若样本数据，，…，的方差为2，则数据，，…，的方差为8

B．已知互不相同的30个样本数据，若去掉其中最大和最小的数据，剩下28个数据的分位数不等于原样本数据的分位数

C．若*A*，*B*两组成对数据的样本相关系数分别为，，则*A*组数据比*B*组数据的线性相关程度更强

D．若决定系数的值越接近于1，则表示回归模型的拟合效果越好

10．已知函数，则（ ）

A．在上单调递增 B．在上单调递增

C．在上有最小值为 D．在上有唯一零点

11．已知四棱锥，底面*ABCD*是正方形，平面*ABCD*，，*PC*与底面*ABCD*所成角的正切值为，点*M*为平面*ABCD*内一点（异于点*A*），且，则（ ）

A．存在点*M*，使得平面*PAB*

B．存在点*M*，使得直线*PB*与*AM*所成角为

C．当时，三棱锥的体积最大值为

D．当时，以*P*为球心，*PM*为半径的球面与四棱锥各面的交线长为

**第Ⅱ卷（共92分）**

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．已知等比数列的前*n*项和为，且，，则数列的公比\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．已知*A*，*B*分别为直线和曲线上的点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．如图，在中，已知，其内切圆与*AC*边相切于点*D*，且，延长*BA*到*E*，使，连接*CE*，设以*E*，*C*为焦点且经过点*A*的椭圆的离心率为，以*E*，*C*为焦点且经过点*A*的双曲线的离心率为，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（13分）

某商场在开业当天进行有奖促销活动，规定该商场购物金额前200名的顾客，均可获得3次抽奖机会．每次中奖的概率为，每次中奖与否相互不影响．中奖1次可获得50元奖金，中奖2次可获得100元奖金，中奖3次可获得200元奖金．

（1）求顾客甲获得了100元奖金的条件下，甲第一次抽奖就中奖的概率；

（2）若该商场开业促销活动的经费为1.5万元，则该活动是否会超过预算？请说晛理由．

16．（15分）

已知矩形*ABCD*中，点*E*在边*CD*上，且．现将沿*AE*向上翻折，使点*D*到点*P*的位置，构成如图所示的四棱锥．



（1）若点*F*在线段*AP*上，且平面*PBC*，求的值；

（2）若平面平面*ABCE*，求平面*PEC*和平面*ABCE*夹角的余弦值．

17．（15分）

已知．

（1）当时，求函数的单调区间；

（2）若函数有两个极值点，，且，求*a*的取值范围．

18．（17分）

在平面直角坐标系*xOy*中，点*D*为上一动点，点*A*，*B*分别在*x*轴，*y*轴上且轴，轴，若，点*W*的轨迹记为曲线*C*．

（1）求曲线*C*的轨迹方程；

（2）过点的直线*l*与*C*交于*M*，*N*两点，若点，直线*GH*为的角平分线，求直线*l*的方程．

19．（17分）

如果数列满足：且（，），则称数列为“*n*阶数列”．

（1）若某“4阶数列”是等比数列，求该数列的各项；

（2）若某“11阶数列”是等差数列，求该数列的通项公式；

（3）若为“*n*阶数列”，求证：．

**山东省实验中学2024届高三第一次模拟考试**

**数学参考答案**

**2024.4**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | B | A | D | C | A | D | B | B |

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | ABD | BC | BC |

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12． 13． 14．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．【解析】

（1）设顾客甲获得了100元奖金的事件为*A*，甲第一次抽奖就中奖的事件为*B*，

则，，

故．

（2）设一名顾客获得的奖金为*X*元，则*X*的取值可能为0，50，100，200，

则，，，，

则（元），

于是，故该活动不会超过预算．

16．【解析】

（1）作，交*PB*于*M*，易得*M*，*F*，*E*，*C*四点共面，

平面*PBC*，平面平面，平面*EFMC*，，

四边形*EFMC*为平行四边形，，，

由可得．



（2）因为为等腰直角三角形，取*AE*中点*O*，则，即．

又因为平面平面*ABCE*，平面平面，平面*APE*，所以平面*ABCE*．

以*O*为坐标原点，*OA*为*x*轴建立如图所示的空间直角坐标系，

设，，，则，，

设平面*PEC*的法向量为，则，

不妨取，则，，，

设平面*ECA*的一个法向量为，则，

则平面*PEC*和平面*ABCE*夹角的余弦值为．



17．【解析】

（1）当时，，，则，

当，，单调递增，当，，单调递减，

所以的单调递增区间是，单调递减区间是．

（2），所以，

设，令，由于有两个极值点，，

所以，解得．

由，，

得



，

即，令，，

所以在上单调递减，且，

所以，故*a*的取值范围是．

18．【解析】

（1）设，，则，，

由，得，所以，

因为，得，故曲线*C*的方程为．

（2）设点，，由题意，易得直线*l*的斜率不为0，

设直线，与联立，得，

由根与系数的关系得，；恒成立，

由*GH*为的角平分线知，即，

又，则，整理得，

化简得，所以，所以直线*l*的方程为，即．

19．【解析】

（1）设，，，成公比为*q*的等比数列，显然，

则由，得，解得，

由，得，解得，

所以数列，，，或，，，为所求“4阶数列”．

（2）设等差数列，，，…，的公差为*d*，

由，得，所以，即．

①当时，与“11阶数列”的条件相矛盾．

②当时，由，，得，，

所以（，）．

③当时，由，，得，，

所以（，）．

综上，（，）．

（3）由已知可得，必有，也必有．

设，，…，为所有中所有大于0的数，，，…，为所有中所有小于0的数．

由已知得，．

所以．