**皖北名校高一阶段性联考**

**数学试卷**

**本试卷满分150分，考试时间120分钟．**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号，座位号填写在答题纸上．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题纸上．写在本试卷上无效．**

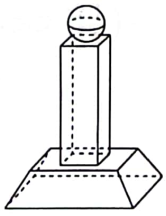
**3．考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回．**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．函数的定义域为（ ）

A． B． C． D．

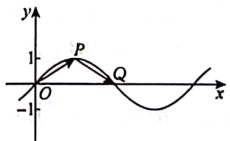
2．如图所示的几何体是数学奥林匹克竞赛的奖杯，则该几何体由（ ）



A．一个球、一个四棱柱、一个圆台构成 B．一个球、一个长方体、一个棱台构成

C．一个球、一个四棱台、一个圆台构成 D．一个球、一个五棱柱、一个棱台构成

3．如图，在平面直角坐标系*xOy*中，*P*是函数图像的最高点，*Q*是的图像与*x*轴的交点，则的坐标是（ ）



A． B． C． D．

4．已知函数，则下列结论正确的是（ ）

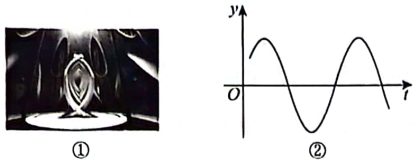
A．的一个周期为 B．在上为增函数

C．是偶函数 D．的图像关于点对称

5．已知，是两个不共线的向量，若向量与共线，则*t*的值为（ ）

A． B． C．－2 D．2

6．阻尼器是一种以提供阻力达到减震效果的专业工程装置，我国第一高楼上海中心大厦的阻尼器减震装置，被称为“镇楼神器”，如图①．由物理学知识可知，某阻尼器的运动过程可近似为单摆运动，其离开平衡位置的位移*y*（单位：m）和时间*t*（单位：s）的函数关系为，如图②，若该阻尼器在摆动过程中连续三次到达同一位置的时间分别为，，（），且，，则在一个周期内阻尼器离开平衡位置的位移大于0.5m的总时间为（ ）



A． B． C．1s D．

7．在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，，，，则*ab*的值为（ ）

A． B． C． D．3

8．已知，是方程的两个解，则（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．下列说法正确的是（ ）

A．“”是“”的充分不必要条件

B．“”是“”的必要不充分条件

C．若*a*，，则的充要条件是

D．的充要条件是

10．已知函数的定义域为，且是奇函数，是偶函数，则（ ）

A． B．是周期函数

C．为偶函数 D．为奇函数

11．如图所示，在边长为3的等边三角形*ABC*中，，且点*P*在以*AD*的中点*O*为圆心，*OA*为半径的半圆上，若，则（ ）



A． B．的最大值为

C．最大值为9 D．

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．若，则*z*的共轭复数为\_\_\_\_\_\_．

13．当时，的最小值为\_\_\_\_\_\_．

14．17世纪德国著名的天文学家、数学家约翰尼斯·开普勒（JohannesKepler）曾经这样说过：“几何学里有两件宝，一个是勾股定理，另一个是黄金分割，如果把勾股定理比作黄金矿的话，那么可以把黄金分割比作钻石矿．”黄金三角形有两种，其中底与腰之比为黄金分割比的黄金三角形被认为是最美的三角形，它是一个顶角为36°的等腰三角形（另一种是顶角为108°的等腰三角形）．例如，五角星由五个黄金三角形与一个正五边形组成，如图，在其中一个黄金三角形*ABC*中，，根据这些信息，可得\_\_\_\_\_\_．



**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（13分）

（1）已知，求的值；

（2）求值：．

16．（15分）

已知函数．

（1）求的单调递减区间；

（2）求图像的对称中心的坐标；

（3）若，，求的值．

17．（15分）

某地方政府为鼓励全民创业，拟对本地年产值在50万元到500万元的新增小微企业进行奖励，奖励方案遵循以下原则：奖金*y*（单位：万元）随年产值*x*（单位：万元）的增加而增加，且要求奖金不低于7万元，不超过年产值的15%．

（1）若该地方政府采用函数作为奖励模型，当本地某新增小微企业年产值为92万元时，该企业可获得多少奖金？

（2）若该地方政府采用函数作为奖励模型，试确定满足题目所述原则的最小正整数*a*．

18．（17分）

已知集合，．

（1）求；

（2）若对任意的，恒成立，求*a*的取值范围．

19．（17分）

“费马点”是由十七世纪法国数学家费马提出并征解的一个问题，该问题是：“在一个三角形内求作一点，使其与此三角形的三个顶点的距离之和最小．”意大利数学家托里拆利给出了解答：当的三个内角均小于120°时，使得的点*O*即为费马点；当有一个内角大于或等于120°时，最大内角的顶点为费马点．已知的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且．

（1）求*A*；

（2）若，且点*P*为**的费马点，求；

（3）设点*P*为的费马点，，求*t*的最小值．

**参考答案及解析**

**一、选择题**

1．C 【解析】由题意得，解得，故的定义域为．故选C项．

2．B 【解析】由图可知，该几何体由一个球、一个长方体、一个棱台构成，故选B项．

3．B 【解析】由题意及图可知，，所以．故选B项．

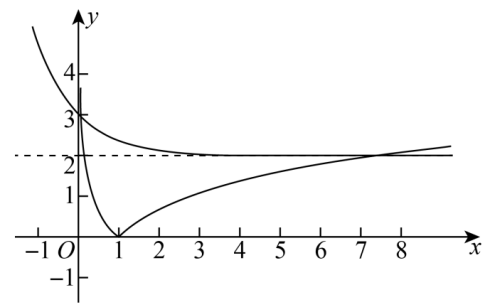
4．D 【解析】对于A项，由于，，，故A项错误；对于B项，当时，，则在区间上单调递减，故B项错误；对于C项，因为，所以是奇函数，不是偶函数，故C项错误；对于D项，，所以的图像关于点对称，故D项正确，故选D项．

5．C 【解析】由题知向量，不共线，则，由与共线，得，，所以，则且，解得，，所以*t*的值为－2．故选C项．

6．D 【解析】由题意得，，所以函数的周期为，，可得，令，解得，，故总时间为，所以在一个周期内阻尼器离开平衡位置的位移大于0.5m的总时间为．故选D项．

7．C 【解析】因为，，，所以，，*R*为外接圆的半径，所以．故选C项．

8．B 【解析】设，，分别作出两个函数的图像，如图所示：



不妨设，则由图像知，，则，，两式相减得，因为为减函数，所以，即，则．因为，所以，可得，，则，即，因为，所以．故选B项．

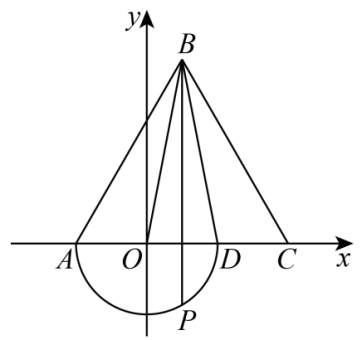
**二、选择题**

9．BD 【解析】由，解得或，所以“”是“”的必要不充分条件，故A项错误．

若，当时，，当时，，故充分性不成立；若，则，故必要性成立．所以“”是“”的必要不充分条件，故B项正确．当，时，，，所以成立；当，时，，，所以成立；当时，也成立．所以的充分不必要条件是，故C项错误．等价于，即，所以，故的充要条件是，故D项正确．故选BD项．

10．BC 【解析】因为是偶函数，所以的图像关于直线对称，即，又是定义在上的奇函数，所以，，于是，即，所以是以4为一个周期的周期函数，故A项错误，B项正确；设，则，即，所以为偶函数，故C项正确；设，则，即，所以为偶函数，故D项错误，故选BC项．

11．ACD 【解析】因为，*AD*的中点为*O*，所以，则，故A项正确；，，则，故D项正确；如图，以点*O*为原点建立平面直角坐标系，



则，，，因为点*P*在以*AD*的中点*O*为圆心，*OA*为半径的半圆上，且在*x*轴的下半部分，所以设，，则，，，所以，因为，所以，所以当时，取得最大值9，故C项正确；因为，所以，即，所以，所以，因为，所以当时，取得最大值，故B项错误．故选ACD项．

**三、填空题**

12． 【解析】由题意得，所以*z*的共轭复数为．

13． 【解析】因为，所以，所以，当且仅当，即时等号成立．

14． 【解析】在等腰三角形*ABC*中，，则，由正弦定理得，所以，所以．

**四、解答题**

15．解：（1）由，得，所以，

因为，所以．

（2）

．

16．解：（1），

令，可得，

所以的单调递减区间为，．

（2）由（1）知，

令，，解得，，

所以图像的对称中心的坐标为，．

（3）由，得，则，

因为，所以，所以，

所以．

17．解：（1）当时，．

因为，所以，符合要求，

故该企业可获得10.5万元奖金．

（2），

因为*a*为正整数，所以在上单调递增，

由题意知对时恒成立，解得．

又，即，

在恒成立，即，

所以正整数．综上，，，

故最小正整数*a*的值为158．

18．解：（1）因为．

由，得，所以，

即，解得，所以，

所以．

（2）当时，因为单调递减，

所以，

因为对任意的，恒成立，

所以当时，则，即，

因为，所以解得；

当时．则，即，

因为，所以解得．

综上*a*的取值意围是．

19．解：（1）在中，，

可得，

故，由正弦定理可得，

故为直角三角形，即．

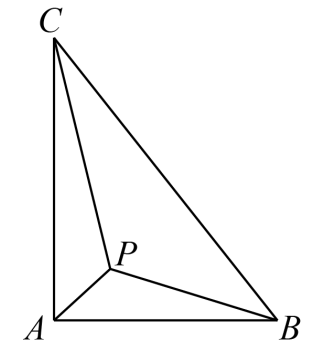
（2）由（1）知，所以的三个角都小于120°，

则由费马点定义可知．

设，，，由，

整理得，整理得，

则．



（3）因为点*P*为的费马点，所以，

设，，，，，，

则由，得．

由余弦定理得，

，

，

故由，得，

，又，，所以，

当且仅当，结合，解得时，等号成立，

又，所以，解得或（舍去），

故*t*的最小值为．