**2023-2024-2 麓山国际 高二4月学情检测**

**数学试题卷**

**命题人：蔡云清 审题人：王京臣 总分：150分 时量：120分钟**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

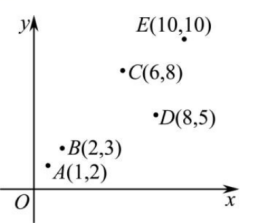
1.已知集合，，则（ ）

A. B. C. D.

2.命题“，”为假命题的一个必要不充分条件是（ ）

A. B. C. D.

3.有一散点图如图所示，在*A*，*B*，*C*，*D*，*E*这5个点中去掉后，下列说法错误的是（ ）



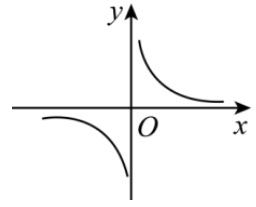
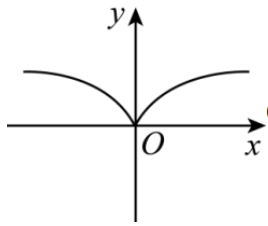
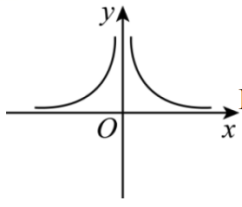
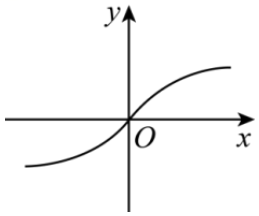
A.相关系数*r*变大 B.残差平方和变大

C.变量*x*，*y*正相关 D.解释变量*x*与预报变量*y*的相关性变强

4.已知，，，（其中*e*为自然对数的底数），则下列不等式正确的是（ ）

A. B. C. D.

5.函数（其中为自然对数的底数）的图象大致为（ ）

A. B. C. D.

6.中国的5G技术领先世界，5G技术的数学原理之一便是著名的香农公式：.它表示：在受噪声干扰的信道中，最大信息传递速度*C*取决于信道带宽*W*、信道内信号的平均功率*S*、信道内部的高斯噪声功率*N*的大小.其中叫做信噪比，当信噪比较大时，公式中真数中的1可以忽略不计.按照香农公式，若不改变带宽*W*，而将信噪比从1000提升至6000，则*C*的增长率为（ ）（，）

A. 10% B. 16% C. 26% D. 33%

7.若函数存在最大值，则实数*a*的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

8.已知定义在上的函数，满足不等式，则*x*的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

**二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.下列命题正确的是（ ）

A.若*A*，*B*两组成对数据的样本相关系数分别为，，则*A*组数据比*B*组数据的相关性较强

B.决定系数越大的模型，拟合的效果越好

C.回归直线至少会经过其中一个样本点

D.以模型去拟合某组数据时，为了求出回归方程，设，将其变换后得到线性方程，则*a*，*b*的值分别为2，6

10.已知，则以下不等式成立的是（ ）

A. B. C. D.

11.已知函数，的定义域均为，，是偶函数，且，若，则（ ）

A. B.的图象关于点中心对称

C. D.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.计算\_\_\_\_\_\_.

13.若*a*，*b*是方程的两个实根，则的值为\_\_\_\_\_\_.

14.已知*x*，满足，若对任意的，恒成立，则实数*k*的最小值为\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15.（13分）已知函数.

（1）若不等式解集为时，求实数*a*的值；

（2）时，恒成立，求实数*x*的取值范围.

16.（15分）已知幂函数是偶函数，.

（1）求实数*k*的值和解析式；

（2）判断的奇偶性，并用定义证明；

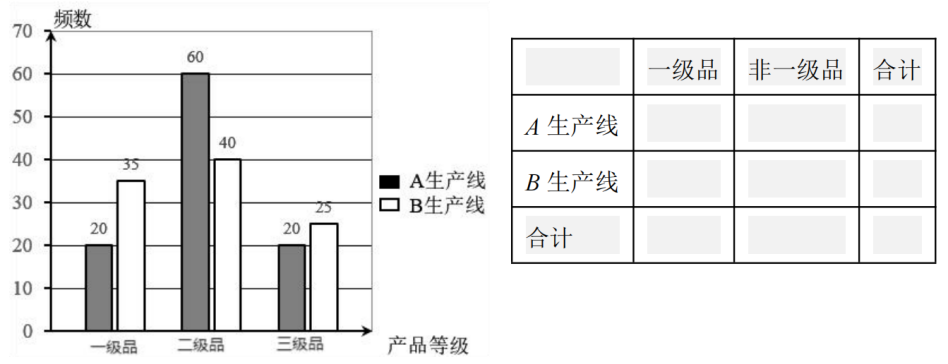
（3）直接写出的单调递减区间，并求不等式的解集.

17.（15分）已知函数是奇函数.

（1）求*b*的值和函数在区间上的值域；

（2）若不等式对于任意的上恒成立，求实数*m*的取值范围.

18.（17分）产品质量是企业的生命线，为提高产品质量.企业非常重视产品生产线的质量，某企业引进了生产同一种产品的*A*，*B*两条生产线，为比较两条生产线的质量，从*A*，*B*生产线生产的产品中各自随机抽取了100件产品进行检测，把产品等级结果和频数制成了如图的统计图.



（1）请完成列联表：并依据小概率值的独立性检验，分析一级品率是否与生产线有关？

（2）生产一件一级品可盈利100元，生产一件二级品可盈利50元，生产一件三级品则亏损20元，以频率估计概率.

①分别估计*A*，*B*生产线生产一件产品的平均利润；

②你认为哪条生产线的利润较为稳定？并说明理由.

附：①参考公式：，其中.

②临界表值：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.10 | 0.02 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.897 | 10.828 |

19.对于定义在区间上的函数，若.

（1）已知，，试写出、的表达式；

（2）设且，函数，，如果与恰好为同一函数，求*a*的取值范围；

（3）若，存在最小正整数*k*，使得对任意的成立，则称函数为上的“*k*阶收缩函数”，已知函数，，试判断是否为上的“*k*阶收缩函数”，如果是，求出对应的*k*，如果不是，请说明理由.

**2023-2024-2 麓山国际 高二4月学情检测**

**数学答案**

**命题人：蔡云清 审题人：王京臣 总分：150分 时量：120分钟**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.【答案】B

【详解】因为，所以.

因为，所以.故选B.

2.【答案】A

【详解】命题“，”为假命题，

则，解得，

对于A，能推出，反之不成立，故A正确；

对于B，不能推出，反之成立，故B不正确；

对于C，不能推出，反之成立，故C不正确；

对于D，能推出，反之成立，故D不正确.

所以命题“，”为假命题的一个必要不充分条件是.

故选：A

3.【答案】B

【详解】观察散点图知，变量*x*，*y*呈线性相关，点*D*偏离回归直线较远，去掉后：

对于A，相关性变强，相关系数*r*变大，A正确；

对于B，残差平方和变小，B错误；

对于C，散点的分布是从左下到右上，因此变量*x*，*y*正相关，C正确；

对于D，解释变量*x*与预报变量*y*的相关性变强，D正确.

故选：B

4.【答案】D

【详解】因为，，

，

，

所以，

故选：D

5.【答案】C

【详解】由题意得函数的定义域为，可排除B、D，

，

∴函数为偶函数，可排除选项A.

故选：C.

6.【答案】C

【详解】解：当时，，

当时，，

，

∴*C*的增长率约为26%.

故选：C

7.【答案】B

【详解】当时，在上单调递增，此时，无最大值；

又因为在上单调递减，在上单调递增，

故在上单调递增，在上单调递减，

所以当时，，

结合题意可得，解得，，

即实数*a*的取值范围为，

故选：B

8.【答案】A

【详解】令，则，，原函数化为，

令，显然，

即函数是奇函数，又函数，，都是R上的增函数，

因此函数是R上的增函数，不等式

，

则，

于是，解得，

所以*x*的取值范围是.

故选：A

**二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.【答案】BD

【详解】对于A，因为，即*A*组数据比*B*组数据的相关性较弱，故A错误；

对于B，决定系数越大则残差平方和越小，则其拟合的效果越好，故B正确；

对于C，回归直线不一定经过样本点，C选项错误；

对于D，由，得，，，D选项正确.

故选：BD.

10.【答案】ABD

【详解】当，所以，则，

当时可得，所以，则，

当时，，所以，

综上可得，故A正确；

因为，即，故B正确；

取、满足，但是，故C错误；

因为，

当且仅当，即时等号成立，故D正确.

故选：ABD

11.【答案】ABC

【详解】因为是偶函数，则，

所以，

所以.

当时，，

又，所以，所以，所以，故A正确；

由，得，

两式相减得，所以，

又，所以，即，

所以的图象关于点中心对称，故B正确；

，所以是以6为周期的周期函数，

所以，故C正确；





，D不正确.

故选：ABC

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.【答案】

【详解】.

13.【答案】12

【详解】原方程可化为，设，则原方程可化为.

设方程的两根为，，则，.

由已知*a*，*b*是原方程的两个根.

可令，，则，





.

故答案为：12.

14.【答案】4

【详解】设，则为往右平移两个单位得来.

又为单调递增的奇函数，且关于对称.

故为单调递增的函数且关于对称.

又可知，关于对称.故，

即.又对任意的，恒成立.

即恒成立.故判别式，得.故*k*的最小值为4.故答案为4.

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15.【答案】（1）或；（2）.

【详解】

（1）由题设，是的解集，

，整理得，解得或； ……………………5分

（2）由题意，时恒成立，

当时，则有恒成立，符合题意；

当时，则有， ……………………9分

若，要使题设不等式恒成立，仅需即可，而上，

……………………11分

，解之得

综上， ……………………13分

16.【答案】（1），

（2）偶函数，证明见解析

（3）的单调递减区间，

【详解】（1）因为是幂函数，所以，解得或，

当时，在R上是奇函数，不满足题意，舍去；

当时，在上是偶函数，

综上，， ……………………4分

（2），，

对于任意的，，

故是上的偶函数 ……………………8分

（3）因为，

且，在上是单调递减，在定义域内是单调递增，

所以在上是单调递减， ……………………10分

因为是偶函数，所以在上是单调递增，

所以的单调递减区间，

所以由可得，所以，……………………13分

解得或，

所以不等式的解集为 .……………………15分

17.【答案】（1）；

（2）

【详解】（1）由得，

所以定义域为， ……………………1分

由是奇函数，则，

即，解得 ……………………3分

所以.经检验满足

 ……………………4分

令，易知在单调递减，则.

故，所以函数在区间上的值域为……………………6分

（2），其中，

所以，即，所以， ……………………9分

令，，，

则， ……………………11分

因为，当且仅当，即等号成立，

所以，所以 ……………………15分

18.【答案】（1）依据小概率值的独立性检验，我们推断不成立，即认为一级品率与生产线有关联，此推断犯错误概率不大于0.05.

（2）①*A*，*B*生产线生产一件产品的平均利润分别为46元、50元；

②*A*生产线的利润更为稳定；答案见解析.

【详解】解：（1）根据已知数据可建立列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 一级品 | 非一级品 | 合计 |
| *A*生产线 | 20 | 80 | 100 |
| *B*生产线 | 35 | 65 | 100 |
| 合计 | 55 | 145 | 200 |

……………………2分

零假设为

：一级品率与生产线无关联.

计算得：，……………4分

依据小概率值的独立性检验，我们推断不成立，即认为一级品率与生产线有关联，此推断犯错误概率不大于0.05. ……………………6分

（2）*A*生产线生产一件产品为一、二、三级晶的概率分别为，，.

记*A*生产线生产一件产品的利润为*X*，则*X*的取值为100，50，，

其分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 100 | 50 |  |
| *P* |  |  |  |

……………………8分

*B*生产线生产一件产品为一、二、三级品的概率分别为，，.

记*B*生产线生产一件产品的利润为*Y*，则*Y*的取值为100，50，，

其分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Y* | 100 | 50 |  |
| *P* |  |  |  |

……………………10分

①；

.

故*A*，*B*生产线生产一件产品的平均利润分别为46元、50元. ……………………12分

②；……………………14分

.……………………16分

因为，所以*A*生产线的利润更为稳定. ……………………17分

19.【答案】（1）、

（2）

（3）是，

【详解】（1）解：因为函数在上单调递减，

则， ……………………2分

因为函数在上单调递增，则.…………4分

（2）解：若与恰好为同一函数，只须在上是单调递增，

……………………6分

当时，令，则，

由，则，对称轴，

根据复合函数的单调性，函数在为单调递增，故不成立.…………7分

当时，令，由，则，只需，

化简得，解得，

综上所述*a*的取值范围为 ……………………9分

（3）解：因为函数在上单调递减，在上单调递增，

则，， ……………………11分

所以，， ……………………12分

当时，，，； ……………………13分

当时，，，

因为函数在上单调递减，所以，； ……………………14分

当时，，，

因为函数在上单调递增，

所以， ……………………16分

综上所述：

故是上的“*k*阶收缩函数”，且小正整数. ……………………17分