**数学**

**命题人：徐凡训 彭如倩 李玲 吴瑶审 题人：徐凡训**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知，且，则是的（ ）

A. 充要条件 B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 已知集合，，在求时，甲同学因将看成，求得，乙同学因将看成，求得.若甲、乙同学求解过程正确，则（ ）

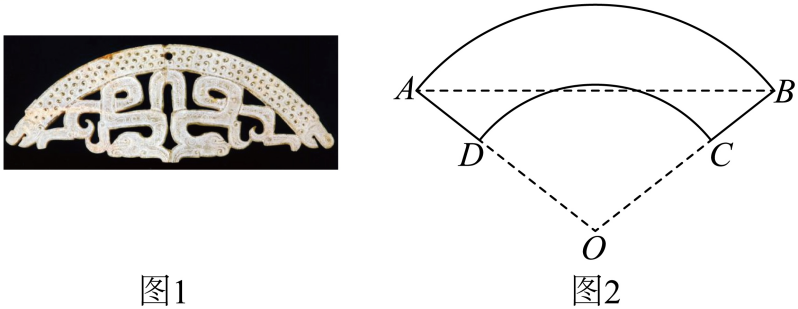
A  B. 

C.  D. 

3. 已知方程有实根*b*，且，则复数*z*等于（ ）

A  B.  C.  D. 

4. 出土于鲁国故城遗址的“出廓双龙勾玉纹黄玉璜”（图1）的璜身满刻勾云纹，体扁平，呈扇面状，黄身外耧空雕饰“”型双龙，造型精美．现要计算璜身面积（厚度忽略不计），测得各项数据（图2）：，若，则璜身（即曲边四边形）面积近似为（ ）



A.  B.  C.  D. 

5. 定义为个正数的“均倒数”，若已知数的前项的“均倒数”为，又，则

A.  B.  C.  D. 

6. 设平面向量，若，则平面向量可能是（ ）

A.  B.  C.  D. 

7. 过点作圆相互垂直的两条弦与，则四边形的面积的最大值为（ ）

A.  B.  C.  D. 15

8. 若不等式对恒成立，其中，则的取值范围为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

**二、选择题：本大题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9. 下列说法中，正确的是（ ）

A. 设有一个经验回归方程为，变量增加1个单位时，平均增加2个单位

B. 已知随机变量，若，则

C 两组样本数据和.若已知且，则

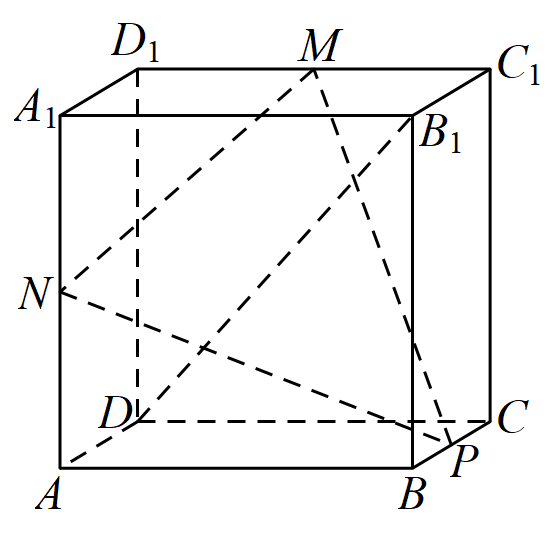
D. 已知一系列样本点的经验回归方程为，若样本点与的残差相等，则

10. 设为两个正数，定义算术平均数为，几何平均数为，则有：，这是我们熟知的基本不等式.上个世纪五十年代，美国数学家*D*.*H*.*Lehmer*提出了“*Lehmer*均值”，即，其中为有理数.下列关系正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

11. 如图，在棱长为2的正方体中，已知*M*，*N*，*P*分别是棱，，的中点，*Q*为平面上的动点，且直线与直线的夹角为，则（ ）



A. 平面

B. 平面截正方体所得的截面面积为

C. 点*Q*轨迹长度为

D. 能放入由平面*PMN*分割该正方体所成的两个空间几何体内部（厚度忽略不计）的球的半径的最大值为

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12. 已知为奇函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

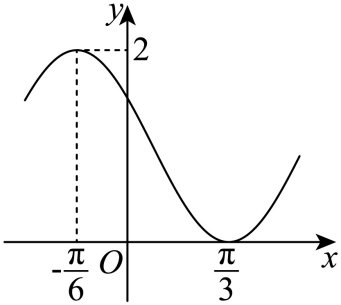
13. 已知函数（其中）的部分图象如图所示，有以下结论：

①

②

③在上单调递增

所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_.



14. 如果直线和曲线恰有一个交点，那么实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

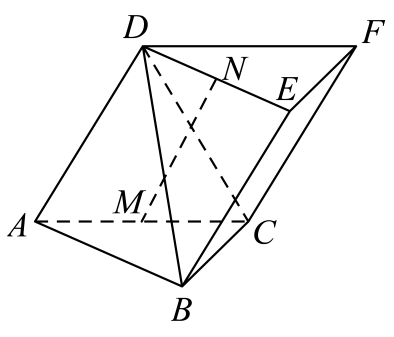
**四、解答题：本大题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15. 某商场为了吸引客流，举办了免费答题兑积分活动，获得的积分可抵现金使用．活动规则如下：每人每天只能参加一轮游戏，每轮游戏有三个判断题，顾客都不知道答案，只能随机猜答案．每轮答对题数多于答错题数可得4分，否则得2分，积分可累计使用．

（1）求某顾客每轮游戏得分的分布列和期望；

（2）若某天有10个人参加答题活动，则这10个人的积分之和大于30分的概率是多少?

16. 如图，在斜三棱柱中，平面平面，，四边形是边长为2的菱形，，，，分别为，的中点.



（1）证明：.

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

17. 已知双曲线的渐近线方程为，的半焦距为，且．

（1）求的标准方程．

（2）若为上的一点，且为圆外一点，过作圆的两条切线（斜率都存在），与交于另一点与交于另一点，证明：

（ⅰ）的斜率之积为定值；

（ⅱ）存在定点，使得关于点对称．

18. 已知函数．

（1）当时，求函数在处的切线方程；

（2）时；

（ⅰ）若，求的取作范围；

（ⅱ）证明：．

19. 已知为非零常数，，若对，则称数列为数列．

（1）证明：数列是递增数列，但不是等比数列；

（2）设，若为数列，证明：；

（3）若为数列，证明：，使得．