**2024届高三年级4月份大联考**

**理数试题**

**本试卷共4页，23题（含选考题）.全卷满分150分.考试用时120分钟.**

**注意事项：**

**1.答题前，先将自己的姓名､准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.**

**2.选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**3.非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试题卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**4.选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑.答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**5.考试结束后'，请将本试题卷和答题卡一并上交.**

**第I卷**

**一､选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

2.已知，则（ ）

A.2 B. C. D.1

3.在中，在边上，且是边上任意一点，与交于点，若，则（ ）

A. B. C.3 D.-3

4.设为两条不同的直线，为两个不同的平面，下面为真命题的是（ ）

A.若，则

B.对于空间中的直线，若，则

C.若直线上存在两点到平面的距离相等，则

D.若，则

5.在平面直角坐标系中，把到定点距离之积等于的点的轨迹称为双纽线.若，点为双纽线上任意一点，则下列结论正确的个数是（ ）

①关于轴不对称

②关于轴对称

③直线与只有一个交点

④上存在点，使得

A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

6.现有甲乙丙丁戊五位同学进行循环报数游戏，从甲开始依次进行，当甲报出1，乙报出2后，之后每个人报出的数都是前两位同学所报数的乘积的个位数字，则第2024个被报出的数应该为（ ）

A.2 B.4 C.6 D.8

7.已知正三棱锥的侧棱与底面边长的比值为，若三棱锥外接球的表面积为，则三棱锥的高为（ ）

A.1 B. C. D.

8.将函数的图象向左平移个单位长度后得到的函数图象关于对称，则实数的最小值为（ ）

A. B. C. D.

9.在一次数学模考中，从甲､乙两个班各自抽出10个人的成绩，甲班的十个人成绩分别为，乙班的十个人成绩分别为.假设这两组数据中位数相同､方差也相同，则把这20个数据合并后（ ）

A.中位数一定不变，方差可能变大

B.中位数可能改变，方差可能变大

C.中位数一定不变，方差可能变小

D.中位数可能改变，方差可能变小

10.已知，若当时，关于的不等式恒成立，则的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

11.设为双曲线的上､下焦点，点为的上顶点，以为直径的圆交的一条渐近线于两点，若，则的离心率为（ ）

A. B. C. D.

12.某兴趣小组的几位同学在研究不等式时给出一道题：已知函数.函数，当时，的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

**第II卷**

**本卷包括必考题和选考题两部分.第13~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22~23题为选考题，考生根据要求作答.**

**二､填空题：本题共4小题，每小题5分.**

13.已知函数为奇函数，且最大值为1.则函数的最大值和最小值的和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.在四次独立重复试验中，试验每次成功的概率为.则在至少成功1次的条件下，4次试验全部成功的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.若直线与抛物线和圆从左到右依次交于点，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.在中，的角平分线交边于点，若，则面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三､解答题：解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17.（本小题满分12分）

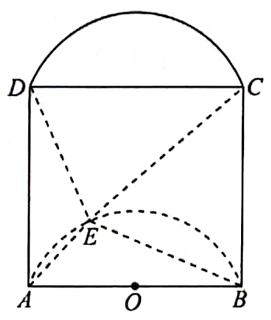
已知等差数列满足，前项和为是关于的二次函数且最高次项系数为1.

（1）求的通项公式；

（2）已知，求的前项和.

18.（本小题满分12分）

如图是一个半圆柱，分别是上､下底面圆的直径，为的中点，且是半圆上任一点（不与重合）.

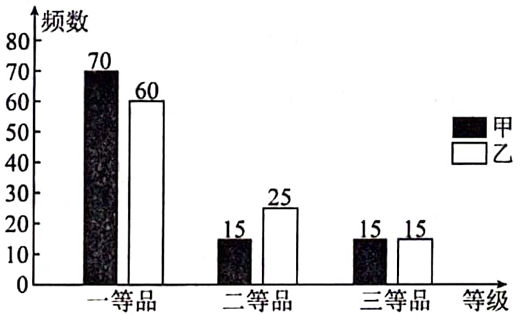


（1）证明：平面平面，并在图中画出平面与平面的交线（不用证明）；

（2）若点满足，求平面与平面夹角的余弦值.

19.（本小题满分12分）

“直播的尽头是带货”，如今网络直播带货越来越火爆，但商品的质量才是一个主播能否持久带货的关键.某主播委托甲､乙两个工厂为其生产加工商品，为了了解商品质量情况，分别从甲､乙两个工厂各随机抽取了100件商品，根据商品质量可将其分为一､二､三等品，统计的结果如下图：



（1）根据独立性检验，判断是否有的把握认为商品为一等品与加工工厂有关？

（2）将样本数据的频率视为概率，现在甲､乙工厂为该主播进行商品展示活动，每轮活动分别从甲､乙工厂中随机挑选一件商品进行展示，求在两轮活动中恰有三个一等品的概率；

（3）综合各个方面的因素，最终该主播决定以后只委托甲工厂为其生产商品，已知商品随机装箱出售，每箱30个.商品出厂前，工厂可自愿选择是否对每箱商品进行检验.若执行检验，则每个商品的检验费用为10元，并将检验出的三等品更换为一等品或二等品；若不执行检验，则对卖出的每个三等品商品支付100元赔偿费用.将样本数据的频率视为概率，以整箱检验费用的期望记为，所有赔偿费用的期望记为，以和的大小关系作为决策依据，判断是否需要对每箱商品进行检验？请说明理由.



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.005 |
|  | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 |

20.（本小题满分12分）

已知函数的导函数为.

（1）讨论的单调性；

（2）当时，证明：.

21.（本小题满分12分）

已知椭圆的离心率为；直线与只有一个交点.

（1）求的方程；

（2）的左､右焦点分别为上的点（两点在轴上方）满足.

①试判断（为原点）是否成立，并说明理由；

②求四边形面积的最大值.

**请考生在第22，23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.**

22.（选修4-4，坐标系与参数方程）（本小题满分10分）

在直角坐标系中，曲线*C*的参数方程是（为参数）.以坐标原点为极点，轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线的极坐标方程为.

（1）求曲线的普通方程和直线的直角坐标方程；

（2）已知点的坐标为，直线交曲线的同支于两点，求的取值范围.

23.（选修4-5，不等式选讲）（本小题满分10分）

已知函数.

（1）当时，解不等式；

（2）若，且函数的最小值为5，证明：.

**2024届高三年级4月份大联考**

**理数参考答案及解析**

**一､选择题**

1.B 【解析】由，知

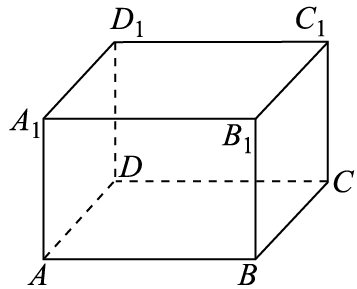
，所以；由，所以.故选B.

2.D 【解析】由，得，所以，所以.故选D.

3.C 【解析】三点共线，设，则，又，所以，所以.故选C.

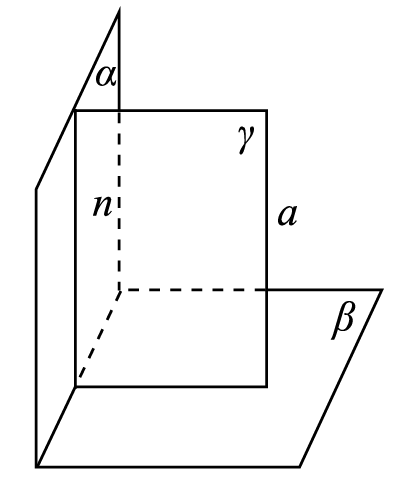
4.D 【解析】对于：在长方体中，令平面是平面，

平面为平面，直线为直线，直线



为直线，显然，此时直线

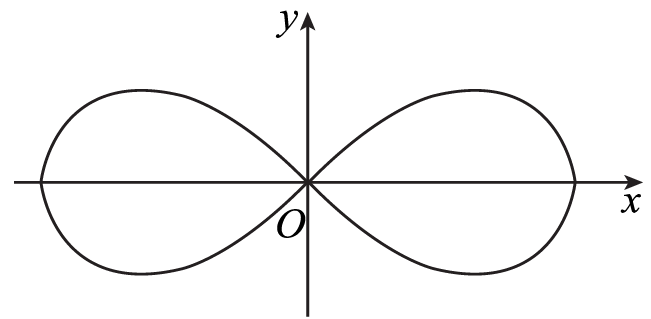
是异面直线，不平行，故*A*错误；对于*B*：当，时，只有相交时才有，故*B*错误；对于*C*：若直线上存在两点到平面的距离相等，则或与相交，故*C*错误.对于*D*：因为，过作平面和平面交于，则，而，故，又，故，故*D*正确.故选D.



5.C 【解析】①设到定点的距离之积为4，可得.，整理得，即曲线的方程为，易得曲线关于轴，轴，原点对称，图象如图所示，

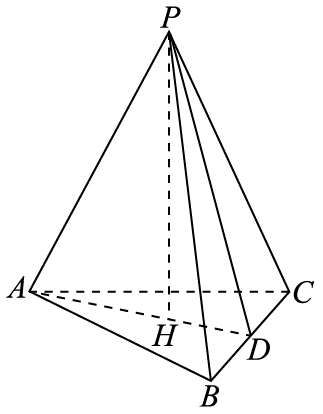
所以①不正确，②正确；③联立方程组，可得，即，所以，所以直线与曲线只有一个交点，所以③正确.④原点满足曲线的方程，即原点在曲线上，则，即曲线

上存在点与原点重合时，满足，所以④正确.故选C.



6.A 【解析】报出的数字依次是，除了首项以外是个周期为6的周期数列.故选A.

7.B 【解析】如图，为等边三角形，设为中点，面，则，所以，设三棱锥外接球的半径为，则，所以.由，解得.所以三棱锥的高为.故选B.



8.C 【解析】由函数，将函数的图象向左平移个单位长度后，得到函数，又由图象关于对称，所以，解得，因为，所以当时，取得最小值，最小值为.故选C.

9.A 【解析】不妨设，则的中位数为､的中位数为或，则合并后的数据中位数是或者，所以中位数不变.设第一组数据的方差为，平均数为，第二组数据的方差为，平均数为，合并后总数为20，平均数为，方差为





如果均值相同则方差不变，如果均值不同则方差变大.故选A.

10.A 【解析】当时，，当时，

，

则，

即，所以.故选A.

11.C 【解析】由题意知以为直径的圆的方程为，根据对称性，不妨设一条渐近线方程为，联立得，又，所以，则

，即.所以离心率.故选C.

12.C 【解析】，当时，，令，则由，可得，，则，在恒成立，在上单调递减，.令，易证为增函数，或，当成立时，有，所以或.故选C.

**二､填空题**

13.2 【解析】奇函数如果存在最值，则最大值和最小值之和为0.所以最值之和为0.则+1的最值之和为2.故答案为2.

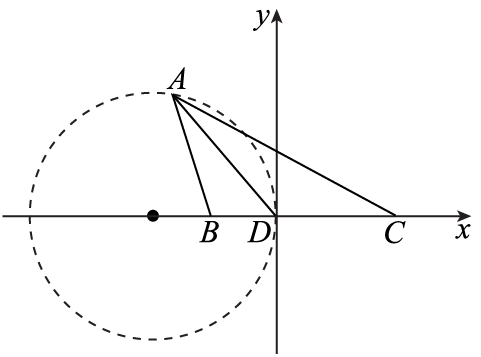
14. 【解析】在至少成功1次的条件下，4次试验全部成功的概率为.故答案为.

15.22 【解析】由与联立得

，设，，则.故答案为22.

16.3 【解析】因为角的平分线交于点，则，故，则.以

为坐标原点建立如图平面直角坐标系，



则因为，故，设，则化简可得，即，故点的轨迹是以为圆心，2为半径的圆（除去.故时，面积取最大值为.故答案为3.

**三､解答题**

17.解：（1）因为为等差数列，设首项为，公差为，

，

.



.

.

（2），

.

.

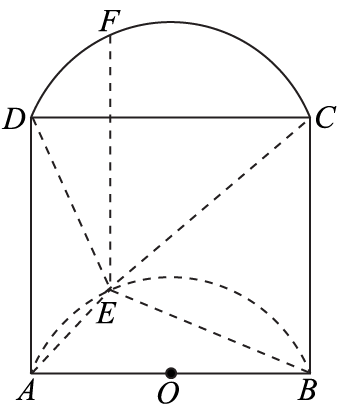
18.解：（1）在上，

由题意可知平面面，

又面，

平面平面.

过作的平行线交于点，则即为平面与平面的交线.

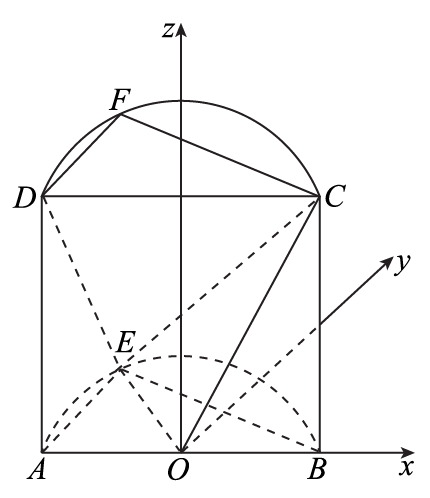


（2），

，解得，

，

所以以为原点，以为轴，过在平面内作的垂线为轴，过作的平行线为轴建立空间直角坐标系.



则，则平面的一个

法向量为，取，

又，

，

设平面的一个法向量为，

则，即，令，则

，则，

设平面与平面夹角为，则

.

19.解：（1）由题意得列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 一等品 | 非一等品 | 合计 |
| 甲 | 70 | 30 | 100 |
| 乙 | 60 | 40 | 100 |
| 合计 | 130 | 70 | 200 |



所以没有的把握认为商品为一等品与加工工厂有关.

（2）两轮中，甲展示的商品均为一等品的概率为，

只有一轮展示的商品为一等品的概率为；

两轮中，乙展示的商品均为一等品的概率为，

只有一轮展示的商品为一等品的概率为.

则两轮活动中恰有三个一等品的概率为：.

（3）由已知，每个零件为三等品的概率为，设每箱30个商品中的三等品个数为，则，所以.

若不进行检验，则450元.

若进行检验，则总检验费用的期望值为元.因为，所以应进行检验.

20.解：（1），

当，即时，此时，，

故在上单调递增.

当，即时，令，

则.

①当时，在上单调递增，在上单调递减.

②当时，，

在上单调递减，在上单调递增.

（2）证明：当时，证原不等式等价于证，令，

则，且，故只需证，

即证

令，

则，

令，则

，

在上单调递增，在上单调递减.又，

当时，，即，当，时，，即，

在上单调递增，在上单调递减，

，

所以，当时，1.

21.解：（1）因为，所以.

设椭圆方程为，

由消去得.

又因为直线与椭圆只有一个交点，

所以，解得.

所以椭圆方程为.

（2）①直线不能平行于轴，所以设直线

的方程为，

设，由，得

，

，

则；

同理：设直线的方程为，

设，由，得，

，

则；

若，即，

即：，方程无解，所以不成立.

②设直线和椭圆另一交点为，由椭圆的对称性知，

又，

.

设，则，

在上是减

函数，

当时，取最大值3，此时，即.

22.解：（1），①

，②

①-②，得.

所以曲线的普通方程为.

由，可将

化为.

故直线的直角坐标方程为.

（2）由（1）知，直线恒过点，故可设直线的

参数方程为（其中为参数），

设两点对应的参数分别是.

将直线的参数方程代入，

得.

因为直线交曲线的同支于两点，曲线

的渐近线方程为，

所以，所以，

由韦达定理，可得

与异号.

所以



.

由于，从而，

所以所求式的取值范围为.

23.解：（1）当时，

当时，，

（舍）.

当时，，

，又，

.

当时，，

，又，

.

综上，所求不等式解集为.

（2）证明：因为，

当且仅当时取等号，

所以，

因为，所以由柯西不等式，

可知

，

当且仅当时等号成立，

所以.