******2023-2024学年度辽宁新高考联盟（点石联考）3月联合考试**

**数 学**

**考试范围：选修一，选修二；考试时间：120分钟；命题人：辽宁省新高考试题研究中心**

**注意事项：**

**1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息。**

**2．请将答案正确填写在答题卡上，写在此试卷上无效。**

**3.考试结束后，将此试卷与答题卡一并交回。**

**第I卷（选择题）**

**一、单选题**

1．已知，，，下列选项中正确的是（    ）

A． B．

C． D．

2．某学校为了解学生参加体育运动的情况，用比例分配的分层随机抽样方法作抽样调查，拟从初中部和高中部两层共抽取60名学生，已知该校初中部和高中部分别有400名和200名学生，则不同的抽样结果共有（    ）．

A．种 B．种

C．种 D．种

3．北京2022年冬奥会吉祥物“冰墩墩”和冬残奥会吉祥物“雪容融”一亮相，好评不断，这是一次中国文化与奥林匹克精神的完美结合，是一次现代设计理念的传承与突破.为了宣传2022年北京冬奥会和冬残奥会，某学校决定派小明和小李等名志愿者将两个吉祥物安装在学校的体育广场，若小明和小李必须安装同一个吉祥物，且每个吉祥物都至少由两名志愿者安装，则不同的安装方案种数为（    ）

A． B． C． D．

4．已知的展开式中只有第5项是二项式系数最大，则该展开式中各项系数的最小值为（    ）

A． B． C． D．

5．下列选项中，不正确的命题是（    ）

A．若两条不同直线，的方向向量为，，则

B．若是空间向量的一组基底，且，则点在平面内，且为的重心

C．若是空间向量的一组基底，则也是空间向量的一组基底

D．若空间向量，，共面，则存在不全为0的实数，，使

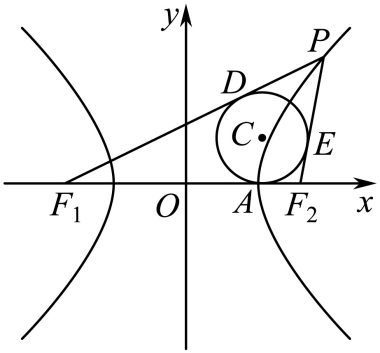
6．某校高三年级要从5名男生和2名女生中任选3名代表参加数学竞赛（每人被选中的机会均等），则在男生甲被选中的情况下，男生乙和女生丙至少一个被选中的概率是（    ）

A． B． C． D．

7．二面角的棱上有*A*、*B*两点，直线*AC*、*BD*分别在这个二面角的两个半平面内，且都垂直于已知，，，，则该二面角的大小为

A． B． C． D．

8．是双曲线右支在第一象限内一点，，分别为其左、右焦点，为右顶点，如图圆是的内切圆，设圆与，分别切于点，，当圆的面积为时，直线的斜率为（    ）



A． B．或0 C．0 D．

**二、多选题**

9．已知正方体，则（    ）

A．直线与所成的角为 B．直线与所成的角为

C．直线与平面所成的角为 D．直线与平面*ABCD*所成的角为

10．甲罐中有5个红球，2个白球和3个黑球，乙罐中有4个红球，3个白球和3个黑球．先从甲罐中随机取出一球放入乙罐，分别以，和表示由甲罐取出的球是红球，白球和黑球的事件；再从乙罐中随机取出一球，以表示由乙罐取出的球是红球的事件，则下列结论中正确的是（    ）

A． B．

C．事件与事件相互独立 D．，，是两两互斥的事件

11．下列命题中，表述正确的是（    ）

A．直线恒过定点

B．圆上有且仅有3个点到直线的距离都等于1

C．直线与曲线有两个不同的交点，则实数的取值范围是

D．已知圆，点为直线上一动点，过点向圆引两条切线，为切点，则直线经过定点

12．在信道内传输0，1信号，信号的传输相互独立．发送0时，收到1的概率为，收到0的概率为；发送1时，收到0的概率为，收到1的概率为. 考虑两种传输方案：单次传输和三次传输．单次传输是指每个信号只发送1次，三次传输 是指每个信号重复发送3次．收到的信号需要译码，译码规则如下：单次传输时，收到的信号即为译码；三次传输时，收到的信号中出现次数多的即为译码（例如，若依次收到1，0，1，则译码为1）.

A．采用单次传输方案，若依次发送1，0，1，则依次收到l，0，1的概率为

B．采用三次传输方案，若发送1，则依次收到1，0，1的概率为

C．采用三次传输方案，若发送1，则译码为1的概率为

D．当时，若发送0，则采用三次传输方案译码为0的概率大于采用单次传输方案译码为0的概率

**第II卷（非选择题）**

**三、填空题**

13．底面边长为4的正四棱锥被平行于其底面的平面所截，截去一个底面边长为2，高为3的正四棱锥，所得棱台的体积为 ．

14．已知直线与交于*A*，*B*两点，写出满足“面积为”的*m*的一个值 ．

15．已知双曲线的左、右焦点分别为．点在上，点在轴上，，则的离心率为 ．

16．已知抛物线及圆，过的直线*l*与抛物线*C*和圆*M*从上到下依次交于*A*，*P*，*Q*，*B*四点，则的最小值为 .

**四、解答题**

17．在二项式的展开式中，\_\_\_\_\_\_．给出下列条件：

①所有偶数项的二项式系数之和为256；

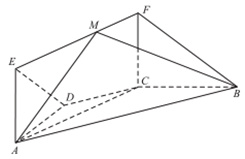
②前三项的二项式系数之和等于46．

试在上面两个条件中选择一个补充在横线上，并解答下列问题：

(1)求展开式的常数项；

(2)求展开式中系数绝对值最大的项．

18．如图，在梯形*ABCD*中，*AB*∥*CD*，*AD*＝*DC*＝*BC*＝1，∠*ABC*＝60°，四边形*ACFE*为矩形，平面*ACFE*⊥平面*ABCD*，*CF*＝1．



（1）证明：*BC*⊥平面*ACFE*；

（2）设点*M*在线段*EF*上运动，平面*MAB*与平面*FCB*所成锐二面角为*θ*，求*cosθ*的取值范围．

19．甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若末命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为0.6，乙每次投篮的命中率均为0.8．由抽签确定第1次投篮的人选，第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5．

(1)求第2次投篮的人是乙的概率；

(2)求第次投篮的人是甲的概率；

(3)已知：若随机变量服从两点分布，且，则．记前次（即从第1次到第次投篮）中甲投篮的次数为，求．

20．一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯（卫生习惯分为良好和不够良好两类）的关系，在已患该疾病的病例中随机调查了100例（称为病例组），同时在未患该疾病的人群中随机调查了100人（称为对照组），得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 不够良好 | 良好 |
| 病例组 | 40 | 60 |
| 对照组 | 10 | 90 |

(1)能否有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异？

(2)从该地的人群中任选一人，*A*表示事件“选到的人卫生习惯不够良好”，*B*表示事件“选到的人患有该疾病”．与的比值是卫生习惯不够良好对患该疾病风险程度的一项度量指标，记该指标为*R*．

（ⅰ）证明：；

（ⅱ）利用该调查数据，给出的估计值，并利用（ⅰ）的结果给出*R*的估计值．

附，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

21．一种微生物群体可以经过自身繁殖不断生存下来，设一个这种微生物为第0代，经过一次繁殖后为第1代，再经过一次繁殖后为第2代……，该微生物每代繁殖的个数是相互独立的且有相同的分布列，设*X*表示1个微生物个体繁殖下一代的个数，．

（1）已知，求；

（2）设*p*表示该种微生物经过多代繁殖后临近灭绝的概率，*p*是关于*x*的方程：的一个最小正实根，求证：当时，，当时，；

（3）根据你的理解说明（2）问结论的实际含义．

22．某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了10棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：）和材积量（单位：），得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 样本号ｉ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
| 根部横截面积 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量 | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得．

(1)估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

(2)求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到0.01）；

(3)现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

附：相关系数．

23．已知双曲线C的中心为坐标原点，左焦点为，离心率为．

(1)求*C*的方程；

(2)记*C*的左、右顶点分别为，，过点的直线与*C*的左支交于*M*，*N*两点，*M*在第二象限，直线与交于点*P*．证明:点在定直线上.

**参考答案：**

1．B

对于A选项，，A错；

对于BD选项，，则，B对D错；

对于C选项，，则与不共线，C错.

故选：B.

2．D

根据分层抽样的定义知初中部共抽取人，高中部共抽取，

根据组合公式和分步计数原理则不同的抽样结果共有种.

故选：D.

3．A

由题意可知应将志愿者分为三人组和两人组，

当三人组中包含小明和小李时，安装方案有种；

当三人组中不包含小明和小李时，安装方案有种，共计有种，

故选：A.

4．C

∵展开式中只有第5项是二项式系数最大，则

∴展开式的通项为

则该展开式中各项系数

若求系数的最小值，则为奇数且，即，解得

∴系数的最小值为

故选：C.

5．C

对于A，由于两条不同直线，的方向向量为，，当时，，当时，，所以A正确，

对于B，因为，所以，

所以，

所以，所以,

设为的中点，所以，所以，

所以点在平面内，且为的重心，所以B正确，

对于C，因为，所以共面，所以不是空间向量的一组基底，所以C错误，

对于D，由空间向量共面定理可知空间向量，，共面，则存在不全为0的实数，，使，所以D正确，

故选：C.

6．C

某校高三年级要从5名男生和2名女生中任选3名代表参加数学竞赛（每人被选中的机会均等），

在男生甲被选中的情况下，

基本事件总数，

男生乙和女生丙至少一个被选中包含的基本事件个数：

，

男生乙和女生丙至少一个被选中的概率是．

故选：C.

7．C

由条件，知．

∴

=62+42+82+2×6×8cos，

∴cos，即=120°，

所以二面角的大小为60°，

故选C．．

8．D

由题意可知，，

所以

，设，

则，即，即，

设圆半径为，因为圆的面积为，

则，即，因为，所以 ，

于是 ，

因为是的角平分线，所以

，

所以，

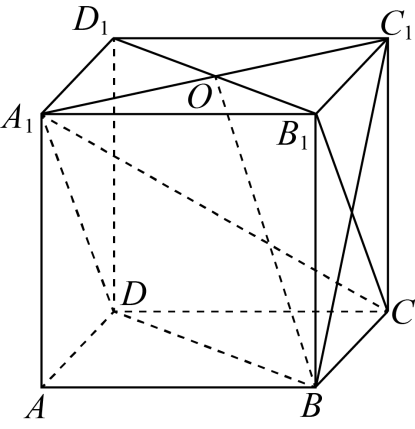
即直线的斜率为.

故选：D

9．ABD

如图，连接、，因为，所以直线与所成的角即为直线与所成的角，

因为四边形为正方形，则 ，故直线与所成的角为，A正确；



连接，因为平面，平面，则，

因为 ，，所以平面，

又平面，所以，故B正确；

连接，设，连接，

因为平面，平面，则，

因为，，所以平面，

所以为直线与平面所成的角，

设正方体棱长为，则，，，

所以，直线与平面所成的角为，故C错误；

因为平面，所以为直线与平面所成的角，易得，故D正确.

故选：ABD

10．BD

由题意，因为每次取一球，所以，，是两两互斥的事件，所以D正确；

因为，所以，所以B正确；

同理可得,

所以，所以A错误；

因为，所以，所以C错误．

故选：BD.

11．BD

解：对于选项A：由可得：，

由可得，所以直线恒过定点，故选项A不正确；

对于选项B：圆心到直线的距离等于，圆的半径，

平行于且距离为1的两直线分别过圆心以及和圆相切，

所以，圆上有且仅有3个点到直线的距离等于，故选项B正确；

对于选项C：由题知直线过定点，

曲线表示以为圆心，为半径的圆在直线及上方的半圆，

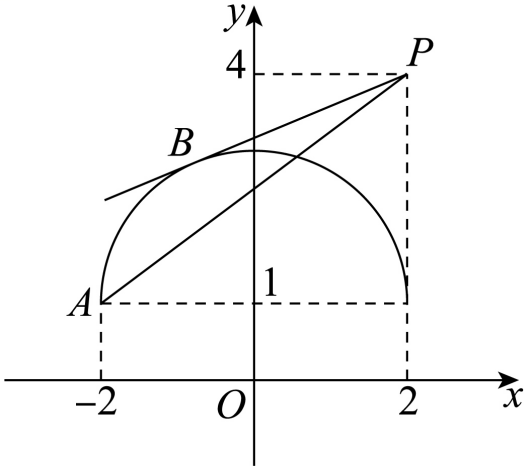
如图，直线为过点，与半圆相切的切线，切点为，

所以，要使直线与曲线有两个不同的交点，则，

所以，当直线与半圆相切时，有，解得，即

因为，

所以实数的取值范围是，故C选项错误；



对于选项D：设点坐标为，所以，即，

因为、分别为过点所作的圆的两条切线，所以，，

所以点在以为直径的圆上，以为直径的圆的方程为，

整理可得：，与已知圆相减可得，

消去可得：，即，

由可得，

所以直线经过定点，故选项D正确.

故选：BD

12．ABD

对于A，依次发送1，0，1，则依次收到l，0，1的事件是发送1接收1、发送0接收0、发送1接收1的3个事件的积，

它们相互独立，所以所求概率为，A正确；

对于B，三次传输，发送1，相当于依次发送1，1，1，则依次收到l，0，1的事件，

是发送1接收1、发送1接收0、发送1接收1的3个事件的积，

它们相互独立，所以所求概率为，B正确；

对于C，三次传输，发送1，则译码为1的事件是依次收到1，1，0、1，0，1、0，1，1和1，1，1的事件和，

它们互斥，由选项B知，所以所求的概率为，C错误；

对于D，由选项C知，三次传输，发送0，则译码为0的概率，

单次传输发送0，则译码为0的概率，而，

因此，即，D正确.

故选：ABD

13．

法一：由于，而截去的正四棱锥的高为，所以原正四棱锥的高为，

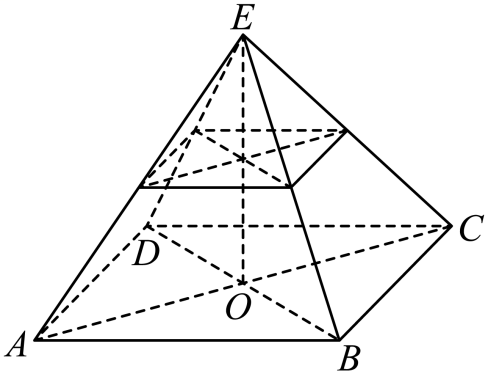
所以正四棱锥的体积为，

截去的正四棱锥的体积为，

所以棱台的体积为.

法二：棱台的体积为.

故答案为：.



14．（中任意一个皆可以）

设点到直线的距离为，由弦长公式得，

所以，解得：或，

由，所以或，解得：或．

故答案为：（中任意一个皆可以）．

15．/

方法一：

依题意，设，则，

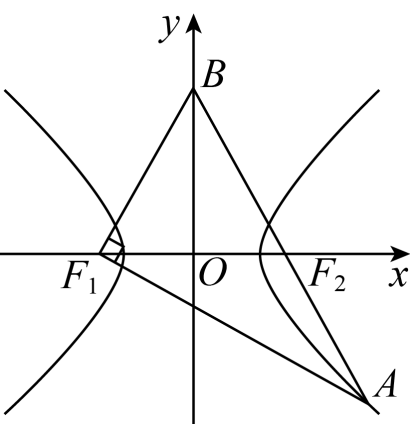
在中，，则，故或（舍去），

所以，，则，

故，

所以在中，，整理得，

故.



方法二:

依题意，得，令，

因为，所以，则，

又，所以 ，则，

又点在上，则，整理得，则，

所以，即，

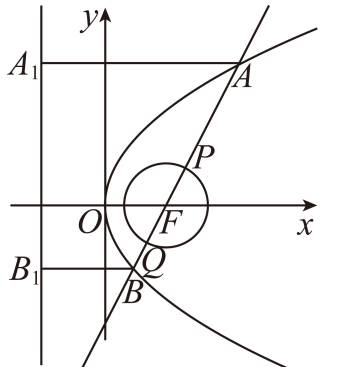
整理得，则，解得或，

又，所以或（舍去），故.

故答案为：.

16．13

解：如图所示：



圆心即为抛物线*C*的焦点*F*.

所以，

由抛物线的定义，，

所以，

又易知：，

所以，

当且仅当，即时等号成立.

所以的最小值为13，

故答案为：13

17．(1)

(2)

（1）的二项展开式的通项为．

选①，所有偶数项的二项式系数之和为，可得．

选②，前三项的二项式系数之和为，解得．

由上知，展开式的通项为，

常数项即当时，，∴常数项为．

（2）由（1）得，的二项展开式的通项为，

故第项的系数的绝对值为：．

由题设，令，解得，

∴，即第7项系数的绝对值最大，且系数绝对值最大的项为．

18．（1）见解析（2）

（1）证明：在梯形*ABCD*中，因为*AB*∥*CD*，*AD*＝*DC*＝*CB*＝1，∠*ABC*＝60°

所以*AB*＝2，所以*AC2*＝*AB2*+*BC2*﹣2*AB*•*BC*•cos60°＝3，

所以*AB2*＝*AC2*+*BC2*，所以*BC*⊥*AC*．

因为平面*ACFE*⊥平面*ABCD*，平面*ACFE*∩平面*ABCD*＝*AC*，

因为*BC*⊂平面*ABCD*，所以*BC*⊥平面*ACFE*．

（2）解：由（1）可建立分别以直线*CA*，*CB*，*CF*为*x*轴，*y*轴，*z*轴的如图所示的空间直角坐标系，

令，则*C*（0，0，0），，*B*（0，1，0），*M*（λ，0，1）．

∴，．

设（*x*，*y*，*z*）为平面*MAB*的一个法向量，

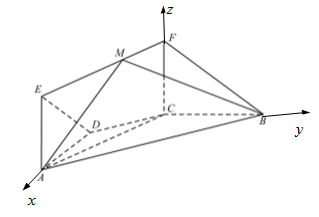
由得，取*x*＝1，则(1，，)，

∵(1，0，0)是平面*FCB*的一个法向量

∴cosθ

∵，∴当λ＝0时，cosθ有最小值，当时，cosθ有最大值．

∴．



19．(1)

(2)

(3)

（1）记“第次投篮的人是甲”为事件，“第次投篮的人是乙”为事件，

所以，

.

（2）设，依题可知，，则

，

即，

构造等比数列，

设，解得，则，

又，所以是首项为，公比为的等比数列，

即．

（3）因为，，

所以当时，，

故．

20．(1)答案见解析

(2)（i）证明见解析；(ii)；

（1）由已知，

又，，

所以有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异.

（2）(i)因为，

所以

所以，

(ii)

由已知，，

又，，

所以

21．（1）1；（2）见解析；（3）见解析.

（1）.

（2）设，

因为，故，

若，则，故.

，

因为，，

故有两个不同零点，且，

且时，；时，；

故在，上为增函数，在上为减函数，

若，因为在为增函数且，

而当时，因为在上为减函数，故，

故为的一个最小正实根，

若，因为且在上为减函数，故1为的一个最小正实根，

综上，若，则.

若，则，故.

此时，，

故有两个不同零点，且，

且时，；时，；

故在，上为增函数，在上为减函数，

而，故，

又，故在存在一个零点，且.

所以为的一个最小正实根，此时，

故当时，.

（3）意义：每一个该种微生物繁殖后代的平均数不超过1，则若干代必然灭绝，若繁殖后代的平均数超过1，则若干代后被灭绝的概率小于1.

22．(1)；

(2)

(3)

（1）样本中10棵这种树木的根部横截面积的平均值

样本中10棵这种树木的材积量的平均值

据此可估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积为，

平均一棵的材积量为

（2）

则

（3）设该林区这种树木的总材积量的估计值为，

又已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比，

可得，解之得．

则该林区这种树木的总材积量估计为

23．(1)

(2)证明见解析.

（1）设双曲线方程为，由焦点坐标可知，

则由可得，，

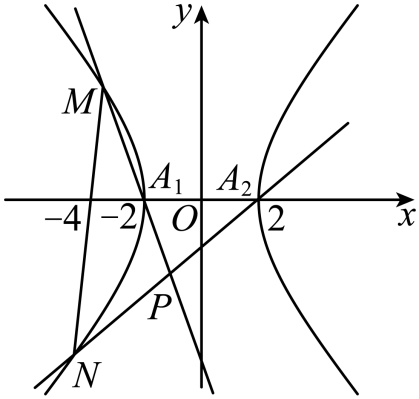
双曲线方程为.

（2）由(1)可得，设，

显然直线的斜率不为0，所以设直线的方程为，且，

与联立可得，且，

则，



直线的方程为，直线的方程为，

联立直线与直线的方程可得：

，

由可得，即，

据此可得点在定直线上运动.