******2023-2024学年度辽宁新高考联盟（点石联考）3月联合考试**

**数 学**

**考试范围：选修一，选修二；考试时间：120分钟；命题人：辽宁省新高考试题研究中心**

**注意事项：**

**1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息。**

**2．请将答案正确填写在答题卡上，写在此试卷上无效。**

**3.考试结束后，将此试卷与答题卡一并交回。**

**第I卷（选择题）**

**一、单选题**

1．已知$\vec{a}=\left(1,0,1\right)$，$\vec{b}=\left(0,1,0\right)$，$\vec{c}=\left(1,1,1\right)$，下列选项中正确的是（    ）

A．$\vec{b}⋅\vec{c}=3$ B．$\vec{a}⊥\vec{b}$

C．$\left(\vec{b}+\vec{c}\right)//\vec{a}$ D．$\left⟨\vec{a},\vec{b}\right⟩=\frac{π}{4}$

2．某学校为了解学生参加体育运动的情况，用比例分配的分层随机抽样方法作抽样调查，拟从初中部和高中部两层共抽取60名学生，已知该校初中部和高中部分别有400名和200名学生，则不同的抽样结果共有（    ）．

A．$C\_{400}^{45}⋅C\_{200}^{15}$种 B．$C\_{400}^{20}⋅C\_{200}^{40}$种

C．$C\_{400}^{30}⋅C\_{200}^{30}$种 D．$C\_{400}^{40}⋅C\_{200}^{20}$种

3．北京2022年冬奥会吉祥物“冰墩墩”和冬残奥会吉祥物“雪容融”一亮相，好评不断，这是一次中国文化与奥林匹克精神的完美结合，是一次现代设计理念的传承与突破.为了宣传2022年北京冬奥会和冬残奥会，某学校决定派小明和小李等$5$名志愿者将两个吉祥物安装在学校的体育广场，若小明和小李必须安装同一个吉祥物，且每个吉祥物都至少由两名志愿者安装，则不同的安装方案种数为（    ）

A．$8$ B．$10$ C．$12$ D．$14$

4．已知$\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^{n}$的展开式中只有第5项是二项式系数最大，则该展开式中各项系数的最小值为（    ）

A．$-448$ B．$-1024$ C．$-1792$ D．$-5376$

5．下列选项中，不正确的命题是（    ）

A．若两条不同直线$l$，$m$的方向向量为$\vec{v\_{1}}$，$\vec{v\_{2}}$，则$l∥m⇔\vec{v\_{1}}∥\vec{v\_{2}}$

B．若$\left\{\vec{OA},\vec{OB},\vec{OC}\right\}$是空间向量的一组基底，且$\vec{OD}=\frac{1}{3}\vec{OA}+\frac{1}{3}\vec{OB}+\frac{1}{3}\vec{OC}$，则点$D$在平面$ABC$内，且$D$为$△ABC$的重心

C．若$\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$是空间向量的一组基底，则$\left\{\vec{a}+\vec{b},2\vec{c},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right\}$也是空间向量的一组基底

D．若空间向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$共面，则存在不全为0的实数$x$，$y$，$z$使$x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}=\vec{0}$

6．某校高三年级要从5名男生和2名女生中任选3名代表参加数学竞赛（每人被选中的机会均等），则在男生甲被选中的情况下，男生乙和女生丙至少一个被选中的概率是（    ）

A．$\frac{1}{5}$ B．$\frac{2}{5}$ C．$\frac{3}{5}$ D．$\frac{4}{5}$

7．二面角的棱上有*A*、*B*两点，直线*AC*、*BD*分别在这个二面角的两个半平面内，且都垂直于$AB.$已知$AB=4$，$AC=6$，$BD=8$，$CD=2\sqrt{17}$，则该二面角的大小为$($   $)$

A．$150^{∘}$ B．$45^{∘}$ C．$60^{∘}$ D．$120^{∘}$

8．$P$是双曲线$\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{5}=1$右支在第一象限内一点，$F\_{1}$，$F\_{2}$分别为其左、右焦点，$A$为右顶点，如图圆$C$是$△PF\_{1}F\_{2}$的内切圆，设圆与$PF\_{1}$，$PF\_{2}$分别切于点$D$，$E$，当圆$C$的面积为$4π$时，直线$PF\_{2}$的斜率为（    ）



A．$\pm \frac{4}{3}$ B．$\frac{4}{3}$或0 C．0 D．$\frac{4}{3}$

**二、多选题**

9．已知正方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$，则（    ）

A．直线$BC\_{1}$与$DA\_{1}$所成的角为$90°$ B．直线$BC\_{1}$与$CA\_{1}$所成的角为$90°$

C．直线$BC\_{1}$与平面$BB\_{1}D\_{1}D$所成的角为$45°$ D．直线$BC\_{1}$与平面*ABCD*所成的角为$45°$

10．甲罐中有5个红球，2个白球和3个黑球，乙罐中有4个红球，3个白球和3个黑球．先从甲罐中随机取出一球放入乙罐，分别以$A\_{1}$，$A\_{2}$和$A\_{3}$表示由甲罐取出的球是红球，白球和黑球的事件；再从乙罐中随机取出一球，以$B$表示由乙罐取出的球是红球的事件，则下列结论中正确的是（    ）

A．$P\left(B\right)=\frac{2}{5}$ B．$P\left(B\left|A\_{1}\right \right)=\frac{5}{11}$

C．事件$B$与事件$A\_{1}$相互独立 D．$A\_{1}$，$A\_{2}$，$A\_{3}$是两两互斥的事件

11．下列命题中，表述正确的是（    ）

A．直线$\left(3+m\right)x+4y−3+3m=0\left(m\in R\right)$恒过定点$\left(−3,−3\right)$

B．圆$x^{2}+y^{2}=4$上有且仅有3个点到直线$l:x−y+\sqrt{2}=0$的距离都等于1

C．直线$y=k\left(x−2\right)+4$与曲线$y=1+\sqrt{4−x^{2}}$有两个不同的交点，则实数$k$的取值范围是$\left(\frac{5}{12},\frac{3}{4}\right)$

D．已知圆$C:x^{2}+y^{2}=1$，点$P$为直线$\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$上一动点，过点$P$向圆$C$引两条切线$PA,PB$，$A,B$为切点，则直线$AB$经过定点$\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$

12．在信道内传输0，1信号，信号的传输相互独立．发送0时，收到1的概率为$α(0<α<1)$，收到0的概率为$1−α$；发送1时，收到0的概率为$β(0<β<1)$，收到1的概率为$1−β$. 考虑两种传输方案：单次传输和三次传输．单次传输是指每个信号只发送1次，三次传输 是指每个信号重复发送3次．收到的信号需要译码，译码规则如下：单次传输时，收到的信号即为译码；三次传输时，收到的信号中出现次数多的即为译码（例如，若依次收到1，0，1，则译码为1）.

A．采用单次传输方案，若依次发送1，0，1，则依次收到l，0，1的概率为$(1−α)(1−β)^{2}$

B．采用三次传输方案，若发送1，则依次收到1，0，1的概率为$β(1−β)^{2}$

C．采用三次传输方案，若发送1，则译码为1的概率为$β(1−β)^{2}+(1−β)^{3}$

D．当$0<α<0.5$时，若发送0，则采用三次传输方案译码为0的概率大于采用单次传输方案译码为0的概率

**第II卷（非选择题）**

**三、填空题**

13．底面边长为4的正四棱锥被平行于其底面的平面所截，截去一个底面边长为2，高为3的正四棱锥，所得棱台的体积为 ．

14．已知直线$l:x−my+1=0$与$⊙C:\left(x−1\right)^{2}+y^{2}=4$交于*A*，*B*两点，写出满足“$△ABC$面积为$\frac{8}{5}$”的*m*的一个值 ．

15．已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1},F\_{2}$．点$A$在$C$上，点$B$在$y$轴上，$\vec{F\_{1}A}⊥\vec{F\_{1}B},\vec{F\_{2}A}=−\frac{2}{3}\vec{F\_{2}B}$，则$C$的离心率为 ．

16．已知抛物线$C:y^{2}=8x$及圆$M:(x−2)^{2}+y^{2}=1$，过$\left(2,0\right)$的直线*l*与抛物线*C*和圆*M*从上到下依次交于*A*，*P*，*Q*，*B*四点，则$\left|AP\right|+4\left|BQ\right|$的最小值为 .

**四、解答题**

17．在二项式$\left(\sqrt{x}−\frac{2}{x}\right)^{n}$的展开式中，\_\_\_\_\_\_．给出下列条件：

①所有偶数项的二项式系数之和为256；

②前三项的二项式系数之和等于46．

试在上面两个条件中选择一个补充在横线上，并解答下列问题：

(1)求$\left(\sqrt{x}−\frac{2}{x}\right)^{n}$展开式的常数项；

(2)求$\left(1−2x\right)^{n}$展开式中系数绝对值最大的项．

18．如图，在梯形*ABCD*中，*AB*∥*CD*，*AD*＝*DC*＝*BC*＝1，∠*ABC*＝60°，四边形*ACFE*为矩形，平面*ACFE*⊥平面*ABCD*，*CF*＝1．



（1）证明：*BC*⊥平面*ACFE*；

（2）设点*M*在线段*EF*上运动，平面*MAB*与平面*FCB*所成锐二面角为*θ*，求*cosθ*的取值范围．

19．甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若末命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为0.6，乙每次投篮的命中率均为0.8．由抽签确定第1次投篮的人选，第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5．

(1)求第2次投篮的人是乙的概率；

(2)求第$i$次投篮的人是甲的概率；

(3)已知：若随机变量$X\_{i}$服从两点分布，且$P\left(X\_{i}=1\right)=1−P\left(X\_{i}=0\right)=q\_{i},i=1,2,⋅⋅⋅,n$，则$E\left(\sum\_{i=1}^{n}X\_{i}\right)=\sum\_{i=1}^{n}q\_{i}$．记前$n$次（即从第1次到第$n$次投篮）中甲投篮的次数为$Y$，求$E\left(Y\right)$．

20．一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯（卫生习惯分为良好和不够良好两类）的关系，在已患该疾病的病例中随机调查了100例（称为病例组），同时在未患该疾病的人群中随机调查了100人（称为对照组），得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 不够良好 | 良好 |
| 病例组 | 40 | 60 |
| 对照组 | 10 | 90 |

(1)能否有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异？

(2)从该地的人群中任选一人，*A*表示事件“选到的人卫生习惯不够良好”，*B*表示事件“选到的人患有该疾病”．$\frac{P(B|A)}{P(\overbar{B}|A)}$与$\frac{P(B|\overbar{A})}{P(\overbar{B}|\overbar{A})}$的比值是卫生习惯不够良好对患该疾病风险程度的一项度量指标，记该指标为*R*．

（ⅰ）证明：$R=\frac{P(A|B)}{P(\overbar{A}|B)}⋅\frac{P(\overbar{A}|\overbar{B})}{P(A|\overbar{B})}$；

（ⅱ）利用该调查数据，给出$P(A|B),P(A|\overbar{B})$的估计值，并利用（ⅰ）的结果给出*R*的估计值．

附$K^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$P\left(K^{2}\geq k\right)$$ | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

21．一种微生物群体可以经过自身繁殖不断生存下来，设一个这种微生物为第0代，经过一次繁殖后为第1代，再经过一次繁殖后为第2代……，该微生物每代繁殖的个数是相互独立的且有相同的分布列，设*X*表示1个微生物个体繁殖下一代的个数，$P(X=i)=p\_{i}(i=0,1,2,3)$．

（1）已知$p\_{0}=0.4,p\_{1}=0.3,p\_{2}=0.2,p\_{3}=0.1$，求$E(X)$；

（2）设*p*表示该种微生物经过多代繁殖后临近灭绝的概率，*p*是关于*x*的方程：$p\_{0}+p\_{1}x+p\_{2}x^{2}+p\_{3}x^{3}=x$的一个最小正实根，求证：当$E(X)\leq 1$时，$p=1$，当$E(X)>1$时，$p<1$；

（3）根据你的理解说明（2）问结论的实际含义．

22．某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了10棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：$m^{2}$）和材积量（单位：$m^{3}$），得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 样本号ｉ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
| 根部横截面积$x\_{i}$ | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量$y\_{i}$ | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得$\sum\_{i=1}^{10}x\_{i}^{2}=0.038,\sum\_{i=1}^{10}y\_{i}^{2}=1.6158,\sum\_{i=1}^{10}x\_{i}y\_{i}=0.2474$．

(1)估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

(2)求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到0.01）；

(3)现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为$186m^{2}$．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

附：相关系数$r=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}−\overbar{x})(y\_{i}−\overbar{y})}{\sqrt{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}−\overbar{x})^{2}\sum\_{i=1}^{n}(y\_{i}−\overbar{y})^{2}}},\sqrt{1.896}≈1.377$．

23．已知双曲线C的中心为坐标原点，左焦点为$\left(−2\sqrt{5},0\right)$，离心率为$\sqrt{5}$．

(1)求*C*的方程；

(2)记*C*的左、右顶点分别为$A\_{1}$，$A\_{2}$，过点$\left(−4,0\right)$的直线与*C*的左支交于*M*，*N*两点，*M*在第二象限，直线$MA\_{1}$与$NA\_{2}$交于点*P*．证明:点$P$在定直线上.

**参考答案：**

1．B

对于A选项，$\vec{b}⋅\vec{c}=0+1+0=1$，A错；

对于BD选项，$\vec{a}⋅\vec{b}=0+0+0=0$，则$\vec{a}⊥\vec{b}$，B对D错；

对于C选项，$\vec{b}+\vec{c}=\left(1,2,1\right)$，则$\vec{b}+\vec{c}$与$\vec{a}$不共线，C错.

故选：B.

2．D

根据分层抽样的定义知初中部共抽取$60×\frac{400}{600}=40$人，高中部共抽取$60×\frac{200}{600}=20$，

根据组合公式和分步计数原理则不同的抽样结果共有$C\_{400}^{40}⋅C\_{200}^{20}$种.

故选：D.

3．A

由题意可知应将志愿者分为三人组和两人组，

当三人组中包含小明和小李时，安装方案有$C\_{3}^{1}A\_{2}^{2}=6$种；

当三人组中不包含小明和小李时，安装方案有$A\_{2}^{2}=2$种，共计有$6+2=8$种，

故选：A.

4．C

∵展开式中只有第5项是二项式系数最大，则$n=8$

∴展开式的通项为$T\_{r+1}=C\_{8}^{r}\left(\sqrt{x}\right)^{8-r}\left(-\frac{2}{x}\right)^{r}=\left(-2\right)^{r}C\_{8}^{r}x^{\frac{8-3r}{2}},r=0,1,...,8$

则该展开式中各项系数$a\_{r}=\left(-2\right)^{r}C\_{8}^{r},r=0,1,...,8$

若求系数的最小值，则$r$为奇数且$\left\{\begin{array}{c}a\_{r}-a\_{r+2}\leq 0\\a\_{r}-a\_{r-2}\leq 0\end{array}\right $，即$\left\{\begin{array}{c}\left(-2\right)^{r}C\_{8}^{r}-\left(-2\right)^{r+2}C\_{8}^{r+2}\leq 0\\\left(-2\right)^{r}C\_{8}^{r}-\left(-2\right)^{r-2}C\_{8}^{r-2}\leq 0\end{array}\right $，解得$r=5$

∴系数的最小值为$a\_{5}=\left(-2\right)^{5}C\_{8}^{5}=-1792$

故选：C.

5．C

对于A，由于两条不同直线$l$，$m$的方向向量为$\vec{v\_{1}}$，$\vec{v\_{2}}$，当$l∥m$时，$\vec{v\_{1}}∥\vec{v\_{2}}$，当$\vec{v\_{1}}∥\vec{v\_{2}}$时，$l∥m$，所以A正确，

对于B，因为$\vec{OD}=\frac{1}{3}\vec{OA}+\frac{1}{3}\vec{OB}+\frac{1}{3}\vec{OC}$，所以$3\vec{OD}−\vec{OA}−\vec{OB}−\vec{OC}=\vec{0}$，

所以$\left(\vec{OD}−\vec{OA}\right)+\left(\vec{OD}−\vec{OB}\right)+\left(\vec{OD}−\vec{OC}\right)=\vec{0}$，

所以$\vec{AD}+\vec{BD}+\vec{CD}=\vec{0}$，所以$\vec{AD}=\vec{DB}+\vec{DC}$,

设$E$为$BC$的中点，所以$\vec{AD}=\vec{DB}+\vec{DC}=2\vec{DE}$，所以$\vec{AD}=\frac{2}{3}\vec{AE}$，

所以点$D$在平面$ABC$内，且$D$为$△ABC$的重心，所以B正确，

对于C，因为$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\frac{1}{2}×2\vec{c}$，所以$\vec{a}+\vec{b},2\vec{c},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$共面，所以$\left\{\vec{a}+\vec{b},2\vec{c},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right\}$不是空间向量的一组基底，所以C错误，

对于D，由空间向量共面定理可知空间向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$共面，则存在不全为0的实数$x$，$y$，$z$使$x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}=\vec{0}$，所以D正确，

故选：C.

6．C

某校高三年级要从5名男生和2名女生中任选3名代表参加数学竞赛（每人被选中的机会均等），

在男生甲被选中的情况下，

基本事件总数$n=C\_{1}^{1}C\_{6}^{2}=15$，

男生乙和女生丙至少一个被选中包含的基本事件个数：

$m=C\_{1}^{1}C\_{2}^{1}C\_{4}^{1}+C\_{1}^{1}C\_{2}^{2}=9$，

$∴$男生乙和女生丙至少一个被选中的概率是$p=\frac{m}{n}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$．

故选：C.

7．C

由条件，知$\overset{\to }{CA}⋅\overset{\to }{AB}=0，\overset{\to }{AB}⋅\overset{\to }{BD}=0，\overset{\to }{CD}=\overset{\to }{CA}+\overset{\to }{AB}+\overset{\to }{BD}$．

∴$|\overset{\to }{CD}|^{2}=|\overset{\to }{CA}|^{2}+|\overset{\to }{AB}|^{2}+|\overset{\to }{BD}|^{2}+2\overset{\to }{CA}⋅\overset{\to }{AB}+2\overset{\to }{AB}⋅\overset{\to }{BD}+2\overset{\to }{CA}⋅\overset{\to }{BD}$

=62+42+82+2×6×8cos$〈\overset{\to }{CA}，\overset{\to }{BD}＞=(2\sqrt{17})^{2}$，

∴cos$〈\overset{\to }{CA}，\overset{\to }{BD}＞=−\frac{1}{2}$，即$〈\overset{\to }{CA}，\overset{\to }{BD}＞$=120°，

所以二面角的大小为60°，

故选C．．

8．D

由题意可知$\left|PD\right|=\left|PE\right|,\left|F\_{1}D\right|=\left|F\_{1}A\right|$，$\left|F\_{2}A\right|=\left|F\_{2}E\right|$，

所以$\left|PF\_{1}\right|−\left|PF\_{2}\right|=\left(\left|PD\right|+\left|DF\_{1}\right|\right)−\left(\left|PE\right|+\left|EF\_{2}\right|\right)$

$=\left|DF\_{1}\right|−\left|EF\_{2}\right|=\left|AF\_{1}\right|−\left|AF\_{2}\right|=2a$，设$A\left(x\_{0},0\right)$，

则$\left(x\_{0}+c\right)−\left(c−x\_{0}\right)=2a$，即$x\_{0}=a$，即$A\left(a,0\right)=\left(2,0\right)$，

设圆$C$半径为$r\left(r>0\right)$，因为圆$C$的面积为$4π$，

则$πr^{2}=4π$，即$r=2$，因为$CA⊥F\_{1}F\_{2}$，所以$C$ $\left(2,2\right)$，

于是$tan∠CF\_{2}A$ $=\frac{\left|CA\right|}{\left|AF\_{2}\right|}$ $=\frac{2}{3−2}=2$，

因为$CF\_{2}$是$∠PF\_{2}F\_{1}$的角平分线，所以

$tan∠PF\_{2}F\_{1}$ $=tan\left(2∠CF\_{2}A\right)=\frac{2tan∠CF\_{2}A}{1−tan^{2}∠CF\_{2}A}=−\frac{4}{3}$，

所以$tan∠PF\_{2}x=tan\left(π−∠PF\_{2}F\_{1}\right)=−tan∠PF\_{2}F\_{1}=\frac{4}{3}$，

即直线$PF\_{2}$的斜率为$\frac{4}{3}$.

故选：D

9．ABD

如图，连接$B\_{1}C$、$BC\_{1}$，因为$DA\_{1}//B\_{1}C$，所以直线$BC\_{1}$与$B\_{1}C$所成的角即为直线$BC\_{1}$与$DA\_{1}$所成的角，

因为四边形$BB\_{1}C\_{1}C$为正方形，则$B\_{1}C⊥$ $BC\_{1}$，故直线$BC\_{1}$与$DA\_{1}$所成的角为$90°$，A正确；



连接$A\_{1}C$，因为$A\_{1}B\_{1}⊥$平面$BB\_{1}C\_{1}C$，$BC\_{1}⊂$平面$BB\_{1}C\_{1}C$，则$A\_{1}B\_{1}⊥BC\_{1}$，

因为$B\_{1}C⊥$ $BC\_{1}$，$A\_{1}B\_{1}∩B\_{1}C=B\_{1}$，所以$BC\_{1}⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C$，

又$A\_{1}C⊂$平面$A\_{1}B\_{1}C$，所以$BC\_{1}⊥CA\_{1}$，故B正确；

连接$A\_{1}C\_{1}$，设$A\_{1}C\_{1}∩B\_{1}D\_{1}=O$，连接$BO$，

因为$BB\_{1}⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$，$C\_{1}O⊂$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$，则$C\_{1}O⊥B\_{1}B$，

因为$C\_{1}O⊥B\_{1}D\_{1}$，$B\_{1}D\_{1}∩B\_{1}B=B\_{1}$，所以$C\_{1}O⊥$平面$BB\_{1}D\_{1}D$，

所以$∠C\_{1}BO$为直线$BC\_{1}$与平面$BB\_{1}D\_{1}D$所成的角，

设正方体棱长为$1$，则$C\_{1}O=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$BC\_{1}=\sqrt{2}$，$sin∠C\_{1}BO=\frac{C\_{1}O}{BC\_{1}}=\frac{1}{2}$，

所以，直线$BC\_{1}$与平面$BB\_{1}D\_{1}D$所成的角为$30^{∘}$，故C错误；

因为$C\_{1}C⊥$平面$ABCD$，所以$∠C\_{1}BC$为直线$BC\_{1}$与平面$ABCD$所成的角，易得$∠C\_{1}BC=45^{∘}$，故D正确.

故选：ABD

10．BD

由题意，因为每次取一球，所以$A\_{1}$，$A\_{2}$，$A\_{3}$是两两互斥的事件，所以D正确；

因为$P\left(A\_{1}\right)=\frac{5}{10},P\left(A\_{2}\right)=\frac{2}{10},P\left(A\_{3}\right)=\frac{3}{10}$，所以$P\left(B\left|A\_{1}\right \right)=\frac{P\left(BA\_{1}\right)}{P\left(A\_{1}\right)}=\frac{\frac{5}{10}×\frac{5}{11}}{\frac{5}{10}}=\frac{5}{11}$，所以B正确；

同理可得$P(B|A\_{2})=\frac{P(BA\_{2})}{P(A\_{2})}=\frac{\frac{2}{10}×\frac{4}{11}}{\frac{2}{10}}=\frac{4}{11},P(B|A\_{3})=\frac{P(BA\_{3})}{P(A\_{2})}=\frac{\frac{3}{10}×\frac{4}{11}}{\frac{3}{10}}=\frac{4}{11}$,

所以$P\left(B\right)=P\left(BA\_{1}\right)+P\left(BA\_{2}\right)+P\left(BA\_{3}\right)=\frac{5}{10}×\frac{5}{11}+\frac{2}{10}×\frac{4}{11}+\frac{3}{10}×\frac{4}{11}=\frac{9}{22}$，所以A错误；

因为$P\left(BA\_{1}\right)=\frac{5}{10}×\frac{5}{11}=\frac{5}{22},P\left(B\right)⋅P\left(A\_{1}\right)=\frac{9}{22}×\frac{5}{10}=\frac{9}{44}$，所以$P\left(BA\_{1}\right)\ne P\left(B\right)⋅P\left(A\_{1}\right)$，所以C错误．

故选：BD.

11．BD

解：对于选项A：由$\left(3+m\right)x+4y−3+3m=0\left(m\in R\right)$可得：$m\left(x+3\right)+3x+4y−3=0$，

由$\left\{\begin{array}{c}x+3=0\\3x+4y−3=0\end{array}\right $可得$\left\{\begin{array}{c}x=−3\\y=3\end{array}\right $，所以直线恒过定点$\left(−3,3\right)$，故选项A不正确；

对于选项B：圆心$\left(0,0\right)$到直线$l:x−y+\sqrt{2}=0$的距离等于$1$，圆的半径$r=2$，

平行于$l:x−y+\sqrt{2}=0$且距离为1的两直线分别过圆心以及和圆相切，

所以，圆上有且仅有3个点到直线的距离等于$1$，故选项B正确；

对于选项C：由题知直线$y=k\left(x−2\right)+4$过定点$P\left(2,4\right)$，

曲线$y=1+\sqrt{4−x^{2}}$表示以$\left(0,1\right)$为圆心，$2$为半径的圆在直线$y=1$及上方的半圆，

如图，直线$PB$为过点$P\left(2,4\right)$，与半圆相切的切线，切点为$B$，

所以，要使直线$y=k\left(x−2\right)+4$与曲线$y=1+\sqrt{4−x^{2}}$有两个不同的交点，则$k\_{PB}<k\leq k\_{PA}$，

所以，当直线$y=k\left(x−2\right)+4$与半圆相切时，有$\frac{\left|3−2k\right|}{\sqrt{k^{2}+1}}=2$，解得$k=\frac{5}{12}$，即$k\_{PB}=\frac{5}{12}$

因为$k\_{PA}=\frac{3}{4}$，

所以实数$k$的取值范围是$\left(\frac{5}{12},\frac{3}{4}\right]$，故C选项错误；



对于选项D：设点$P$坐标为$\left(m,n\right)$，所以$\frac{m}{4}+\frac{n}{2}=1$，即$m+2n=4$，

因为$PA$、$PB$分别为过点$P$所作的圆的两条切线，所以$CA⊥PA$，$CB⊥PB$，

所以点$A,B$在以$CP$为直径的圆上，以$CP$为直径的圆的方程为$\left(x−\frac{m}{2}\right)^{2}+\left(y−\frac{n}{2}\right)^{2}=\left(\frac{\sqrt{m^{2}+n^{2}}}{2}\right)^{2}$，

整理可得：$x^{2}+y^{2}−mx−ny=0$，与已知圆$C:x^{2}+y^{2}=1$相减可得$mx+ny=1$，

消去$m$可得：$\left(4−2n\right)x+ny=1$，即$n\left(y−2x\right)+4x−1=0$，

由$\left\{\begin{array}{c}y−2x=0\\4x−1=0\end{array}\right $可得$\left\{\begin{array}{c}x=\frac{1}{4}\\y=\frac{1}{2}\end{array}\right $，

所以直线$AB$经过定点$\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$，故选项D正确.

故选：BD

12．ABD

对于A，依次发送1，0，1，则依次收到l，0，1的事件是发送1接收1、发送0接收0、发送1接收1的3个事件的积，

它们相互独立，所以所求概率为$(1−β)(1−α)(1−β)=(1−α)(1−β)^{2}$，A正确；

对于B，三次传输，发送1，相当于依次发送1，1，1，则依次收到l，0，1的事件，

是发送1接收1、发送1接收0、发送1接收1的3个事件的积，

它们相互独立，所以所求概率为$(1−β)⋅β⋅(1−β)=β(1−β)^{2}$，B正确；

对于C，三次传输，发送1，则译码为1的事件是依次收到1，1，0、1，0，1、0，1，1和1，1，1的事件和，

它们互斥，由选项B知，所以所求的概率为$C\_{3}^{2}β(1−β)^{2}+(1−β)^{3}=(1−β)^{2}(1+2β)$，C错误；

对于D，由选项C知，三次传输，发送0，则译码为0的概率$P=(1−α)^{2}(1+2α)$，

单次传输发送0，则译码为0的概率$P^{'}=1−α$，而$0<α<0.5$，

因此$P−P^{'}=(1−α)^{2}(1+2α)−(1−α)=α(1−α)(1−2α)>0$，即$P>P^{'}$，D正确.

故选：ABD

13．$28$

法一：由于$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，而截去的正四棱锥的高为$3$，所以原正四棱锥的高为$6$，

所以正四棱锥的体积为$\frac{1}{3}×\left(4×4\right)×6=32$，

截去的正四棱锥的体积为$\frac{1}{3}×\left(2×2\right)×3=4$，

所以棱台的体积为$32−4=28$.

法二：棱台的体积为$\frac{1}{3}×3×\left(16+4+\sqrt{16×4}\right)=28$.

故答案为：$28$.



14．$2$（$2,−2,\frac{1}{2},−\frac{1}{2}$中任意一个皆可以）

设点$C$到直线$AB$的距离为$d$，由弦长公式得$\left|AB\right|=2\sqrt{4−d^{2}}$，

所以$S\_{△ABC}=\frac{1}{2}×d×2\sqrt{4−d^{2}}=\frac{8}{5}$，解得：$d=\frac{4\sqrt{5}}{5}$或$d=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

由$d=\frac{\left|1+1\right|}{\sqrt{1+m^{2}}}=\frac{2}{\sqrt{1+m^{2}}}$，所以$\frac{2}{\sqrt{1+m^{2}}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$或$\frac{2}{\sqrt{1+m^{2}}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，解得：$m=\pm 2$或$m=\pm \frac{1}{2}$．

故答案为：$2$（$2,−2,\frac{1}{2},−\frac{1}{2}$中任意一个皆可以）．

15．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$/ $\frac{3}{5}\sqrt{5}$

方法一：

依题意，设$\left|AF\_{2}\right|=2m$，则$\left|BF\_{2}\right|=3m=\left|BF\_{1}\right|,\left|AF\_{1}\right|=2a+2m$，

在$Rt△ABF\_{1}$中，$9m^{2}+(2a+2m)^{2}=25m^{2}$，则$(a+3m)(a−m)=0$，故$a=m$或$a=−3m$（舍去），

所以$\left|AF\_{1}\right|=4a,\left|AF\_{2}\right|=2a$，$\left|BF\_{2}\right|=\left|BF\_{1}\right|=3a$，则$\left|AB\right|=5a$，

故$cos∠F\_{1}AF\_{2}=\frac{\left|AF\_{1}\right|}{\left|AB\right|}=\frac{4a}{5a}=\frac{4}{5}$，

所以在$△AF\_{1}F\_{2}$中，$cos∠F\_{1}AF\_{2}=\frac{16a^{2}+4a^{2}−4c^{2}}{2×4a×2a}=\frac{4}{5}$，整理得$5c^{2}=9a^{2}$，

故$e=\frac{c}{a}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.



方法二:

依题意，得$F\_{1}(−c,0),F\_{2}(c,0)$，令$A\left(x\_{0},y\_{0}\right),B(0,t)$，

因为$\vec{F\_{2}A}=−\frac{2}{3}\vec{F\_{2}B}$，所以$\left(x\_{0}−c,y\_{0}\right)=−\frac{2}{3}\left(−c,t\right)$，则$x\_{0}=\frac{5}{3}c,y\_{0}=−\frac{2}{3}t$，

又$\vec{F\_{1}A}⊥\vec{F\_{1}B}$，所以$\vec{F\_{1}A}⋅\vec{F\_{1}B}=\left(\frac{8}{3}c,−\frac{2}{3}t\right)⋅\left(c,t\right)$ $=\frac{8}{3}c^{2}−\frac{2}{3}t^{2}=0$，则$t^{2}=4c^{2}$，

又点$A$在$C$上，则$\frac{\frac{25}{9}c^{2}}{a^{2}}−\frac{\frac{4}{9}t^{2}}{b^{2}}=1$，整理得$\frac{25c^{2}}{9a^{2}}−\frac{4t^{2}}{9b^{2}}=1$，则$\frac{25c^{2}}{9a^{2}}−\frac{16c^{2}}{9b^{2}}=1$，

所以$25c^{2}b^{2}−16c^{2}a^{2}=9a^{2}b^{2}$，即$25c^{2}\left(c^{2}−a^{2}\right)−16a^{2}c^{2}=9a^{2}\left(c^{2}−a^{2}\right)$，

整理得$25c^{4}−50a^{2}c^{2}+9a^{4}=0$，则$\left(5c^{2}−9a^{2}\right)\left(5c^{2}−a^{2}\right)=0$，解得$5c^{2}=9a^{2}$或$5c^{2}=a^{2}$，

又$e>1$，所以$e=\frac{3\sqrt{5}}{5}$或$e=\frac{\sqrt{5}}{5}$（舍去），故$e=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

16．13

解：如图所示：



圆心$M\left(2,0\right)$即为抛物线*C*的焦点*F*.

所以$\left|AP\right|+4\left|BQ\right|=\left(\left|AF\right|−1\right)+4\left(\left|BF\right|−1\right)=\left|AF\right|+4\left|BF\right|−5$，

由抛物线的定义，$\left|AF\right|=x\_{A}+\frac{p}{2}=x\_{A}+2,\left|BF\right|=x\_{B}+\frac{p}{2}=x\_{B}+2$，

所以$\left|AP\right|+4\left|BQ\right|=\left(x\_{A}+2\right)+4\left(x\_{B}+2\right)−5=x\_{A}+4x\_{B}+5$，

又易知：$x\_{A}x\_{B}=\frac{p^{2}}{4}=4$，

所以$x\_{A}+4x\_{B}+5\geq 2\sqrt{x\_{A}⋅4x\_{B}}+5=13$，

当且仅当$x\_{A}=4x\_{B}$，即$\left\{\begin{array}{c}x\_{A}=4\\x\_{B}=1\end{array}\right $时等号成立.

所以$\left|AP\right|+4\left|BQ\right|$的最小值为13，

故答案为：13

17．(1)$−672$

(2)$5376x^{6}$

（1）$\left(\sqrt{x}−\frac{2}{x}\right)^{n}$的二项展开式的通项为$T\_{k+1}=C\_{n}^{k}\left(\sqrt{x}\right)^{n−k}⋅\left(−\frac{2}{x}\right)^{k}=\left(−2\right)^{k}C\_{n}^{k}x^{\frac{n−3k}{2}}$．

选①，所有偶数项的二项式系数之和为$2^{n−1}=256$，可得$n=9$．

选②，前三项的二项式系数之和为$C\_{n}^{0}+C\_{n}^{1}+C\_{n}^{2}=1+n+\frac{n\left(n−1\right)}{2}=46$，解得$n=9$．

由上知，展开式的通项为$T\_{k+1}=\left(−2\right)^{k}C\_{9}^{k}x^{\frac{9−3k}{2}}$，

常数项即当$\frac{9−3k}{2}=0$时，$k=3$，∴常数项为$T\_{4}=\left(−2\right)^{3}C\_{9}^{3}=−672$．

（2）由（1）得$n=9$，$\left(1−2x\right)^{9}$的二项展开式的通项为$T\_{r+1}=C\_{9}^{r}\left(−2x\right)^{r}=\left(−2\right)^{r}C\_{9}^{r}x^{r}$，

故第$\left(r+1\right)$项的系数的绝对值为：$2^{r}C\_{9}^{r}$．

由题设，令$\left\{\begin{array}{c}2^{r}C\_{9}^{r}\geq 2^{r−1}C\_{9}^{r−1}\\2^{r}C\_{9}^{r}\geq 2^{r+1}C\_{9}^{r+1}\end{array}\right $，解得$\frac{17}{3}\leq r\leq \frac{20}{3}$，

∴$r=6$，即第7项系数的绝对值最大，且系数绝对值最大的项为$T\_{7}=\left(−2\right)^{6}C\_{9}^{6}x^{6}=5376x^{6}$．

18．（1）见解析（2）$cosθ\in \left[\frac{\sqrt{7}}{7}，\frac{1}{2}\right]$

（1）证明：在梯形*ABCD*中，因为*AB*∥*CD*，*AD*＝*DC*＝*CB*＝1，∠*ABC*＝60°

所以*AB*＝2，所以*AC2*＝*AB2*+*BC2*﹣2*AB*•*BC*•cos60°＝3，

所以*AB2*＝*AC2*+*BC2*，所以*BC*⊥*AC*．

因为平面*ACFE*⊥平面*ABCD*，平面*ACFE*∩平面*ABCD*＝*AC*，

因为*BC*⊂平面*ABCD*，所以*BC*⊥平面*ACFE*．

（2）解：由（1）可建立分别以直线*CA*，*CB*，*CF*为*x*轴，*y*轴，*z*轴的如图所示的空间直角坐标系，

令$FM=λ\left(0\leq λ\leq \sqrt{3}\right)$，则*C*（0，0，0），$A\left(\sqrt{3}，0，0\right)$，*B*（0，1，0），*M*（λ，0，1）．

∴$\rightharpoonaccent{AB}=\left(−\sqrt{3}，1，0\right)$，$\rightharpoonaccent{BM}=\left(λ，−1，1\right)$．

设$\vec{n}=$（*x*，*y*，*z*）为平面*MAB*的一个法向量，

由$\left\{\begin{array}{c}\vec{n}⋅\rightharpoonaccent{AB}=0\\\vec{n}⋅\rightharpoonaccent{BM}=0\end{array}\right $得$\left\{\begin{array}{c}−\sqrt{3}x+y=0\\λx−y+z=0\end{array}\right $，取*x*＝1，则$\vec{n}=$(1，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}−λ$)，

∵$\vec{m}=$(1，0，0)是平面*FCB*的一个法向量

∴cosθ$=\frac{\left|\vec{n}⋅\vec{m}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\vec{m}\right|}=\frac{1}{\sqrt{1+3+\left(\sqrt{3}−λ\right)^{2}×1}}=\frac{1}{\sqrt{\left(λ−\sqrt{3}\right)^{2}+4}}$

∵$0\leq λ\leq \sqrt{3}$，∴当λ＝0时，cosθ有最小值$\frac{\sqrt{7}}{7}$，当$λ=\sqrt{3}$时，cosθ有最大值$\frac{1}{2}$．

∴$cosθ\in \left[\frac{\sqrt{7}}{7}，\frac{1}{2}\right]$．



19．(1)$0.6$

(2)$\frac{1}{6}×\left(\frac{2}{5}\right)^{i−1}+\frac{1}{3}$

(3)$E(Y)=\frac{5}{18}\left[1−\left(\frac{2}{5}\right)^{n}\right]+\frac{n}{3}$

（1）记“第$i$次投篮的人是甲”为事件$A\_{i}$，“第$i$次投篮的人是乙”为事件$B\_{i}$，

所以，$P\left(B\_{2}\right)=P\left(A\_{1}B\_{2}\right)+P\left(B\_{1}B\_{2}\right)=P\left(A\_{1}\right)P\left(B\_{2}|A\_{1}\right)+P\left(B\_{1}\right)P\left(B\_{2}|B\_{1}\right)$

$=0.5×\left(1−0.6\right)+0.5×0.8=0.6$.

（2）设$P\left(A\_{i}\right)=p\_{i}$，依题可知，$P\left(B\_{i}\right)=1−p\_{i}$，则

$P\left(A\_{i+1}\right)=P\left(A\_{i}A\_{i+1}\right)+P\left(B\_{i}A\_{i+1}\right)=P\left(A\_{i}\right)P\left(A\_{i+1}|A\_{i}\right)+P\left(B\_{i}\right)P\left(A\_{i+1}|B\_{i}\right)$，

即$p\_{i+1}=0.6p\_{i}+\left(1−0.8\right)×\left(1−p\_{i}\right)=0.4p\_{i}+0.2$，

构造等比数列$\left\{p\_{i}+λ\right\}$，

设$p\_{i+1}+λ=\frac{2}{5}\left(p\_{i}+λ\right)$，解得$λ=−\frac{1}{3}$，则$p\_{i+1}−\frac{1}{3}=\frac{2}{5}\left(p\_{i}−\frac{1}{3}\right)$，

又$p\_{1}=\frac{1}{2},p\_{1}−\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，所以$\left\{p\_{i}−\frac{1}{3}\right\}$是首项为$\frac{1}{6}$，公比为$\frac{2}{5}$的等比数列，

即$p\_{i}−\frac{1}{3}=\frac{1}{6}×\left(\frac{2}{5}\right)^{i−1},p\_{i}=\frac{1}{6}×\left(\frac{2}{5}\right)^{i−1}+\frac{1}{3}$．

（3）因为$p\_{i}=\frac{1}{6}×\left(\frac{2}{5}\right)^{i−1}+\frac{1}{3}$，$i=1,2,⋅⋅⋅,n$，

所以当$n\in N^{∗}$时，$E\left(Y\right)=p\_{1}+p\_{2}+\cdots +p\_{n}=\frac{1}{6}×\frac{1−\left(\frac{2}{5}\right)^{n}}{1−\frac{2}{5}}+\frac{n}{3}=\frac{5}{18}\left[1−\left(\frac{2}{5}\right)^{n}\right]+\frac{n}{3}$，

故$E(Y)=\frac{5}{18}\left[1−\left(\frac{2}{5}\right)^{n}\right]+\frac{n}{3}$．

20．(1)答案见解析

(2)（i）证明见解析；(ii)$R=6$；

（1）由已知$K^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200(40×90−60×10)^{2}}{50×150×100×100}=24$，

又$P(K^{2}\geq 6.635)=0.01$，$24>6.635$，

所以有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异.

（2）(i)因为$R=\frac{P(B|A)}{P(\overbar{B}|A)}⋅\frac{P(\overbar{B}|\overbar{A})}{P(B|\overbar{A})}=\frac{P(AB)}{P(A)}⋅\frac{P(A)}{P(A\overbar{B})}⋅\frac{P(\overbar{A}\overbar{B})}{P(\overbar{A})}⋅\frac{P(\overbar{A})}{P(\overbar{A}B)}$，

所以$R=\frac{P(AB)}{P(B)}⋅\frac{P(B)}{P(\overbar{A}B)}⋅\frac{P(\overbar{A}\overbar{B})}{P(\overbar{B})}⋅\frac{P(\overbar{B})}{P(A\overbar{B})}$

所以$R=\frac{P(A|B)}{P(\overbar{A}|B)}⋅\frac{P(\overbar{A}|\overbar{B})}{P(A|\overbar{B})}$，

(ii)

由已知$P(A|B)=\frac{40}{100}$，$P(A|\overbar{B})=\frac{10}{100}$，

又$P(\overbar{A}|B)=\frac{60}{100}$，$P(\overbar{A}|\overbar{B})=\frac{90}{100}$，

所以$R=\frac{P(A|B)}{P(\overbar{A}|B)}⋅\frac{P(\overbar{A}|\overbar{B})}{P(A|\overbar{B})}=6$

21．（1）1；（2）见解析；（3）见解析.

（1）$E(X)=0×0.4+1×0.3+2×0.2+3×0.1=1$.

（2）设$f\left(x\right)=p\_{3}x^{3}+p\_{2}x^{2}+\left(p\_{1}−1\right)x+p\_{0}$，

因为$p\_{3}+p\_{2}+p\_{1}+p\_{0}=1$，故$f\left(x\right)=p\_{3}x^{3}+p\_{2}x^{2}−\left(p\_{2}+p\_{0}+p\_{3}\right)x+p\_{0}$，

若$E\left(X\right)\leq 1$，则$p\_{1}+2p\_{2}+3p\_{3}\leq 1$，故$p\_{2}+2p\_{3}\leq p\_{0}$.

$f^{'}\left(x\right)=3p\_{3}x^{2}+2p\_{2}x−\left(p\_{2}+p\_{0}+p\_{3}\right)$，

因为$f^{'}\left(0\right)=−\left(p\_{2}+p\_{0}+p\_{3}\right)<0$，$f^{'}\left(1\right)=p\_{2}+2p\_{3}−p\_{0}\leq 0$，

故$f^{'}\left(x\right)$有两个不同零点$x\_{1},x\_{2}$，且$x\_{1}<0<1\leq x\_{2}$，

且$x\in \left(−\infty ,x\_{1}\right)∪\left(x\_{2},+\infty \right)$时，$f^{'}\left(x\right)>0$；$x\in \left(x\_{1},x\_{2}\right)$时，$f^{'}\left(x\right)<0$；

故$f\left(x\right)$在$\left(−\infty ,x\_{1}\right)$，$\left(x\_{2},+\infty \right)$上为增函数，在$\left(x\_{1},x\_{2}\right)$上为减函数，

若$x\_{2}=1$，因为$f\left(x\right)$在$\left(x\_{2},+\infty \right)$为增函数且$f\left(1\right)=0$，

而当$x\in \left(0,x\_{2}\right)$时，因为$f\left(x\right)$在$\left(x\_{1},x\_{2}\right)$上为减函数，故$f\left(x\right)>f\left(x\_{2}\right)=f\left(1\right)=0$，

故$1$为$p\_{0}+p\_{1}x+p\_{2}x^{2}+p\_{3}x^{3}=x$的一个最小正实根，

若$x\_{2}>1$，因为$f\left(1\right)=0$且在$\left(0,x\_{2}\right)$上为减函数，故1为$p\_{0}+p\_{1}x+p\_{2}x^{2}+p\_{3}x^{3}=x$的一个最小正实根，

综上，若$E\left(X\right)\leq 1$，则$p=1$.

若$E\left(X\right)>1$，则$p\_{1}+2p\_{2}+3p\_{3}>1$，故$p\_{2}+2p\_{3}>p\_{0}$.

此时$f^{'}\left(0\right)=−\left(p\_{2}+p\_{0}+p\_{3}\right)<0$，$f^{'}\left(1\right)=p\_{2}+2p\_{3}−p\_{0}>0$，

故$f^{'}\left(x\right)$有两个不同零点$x\_{3},x\_{4}$，且$x\_{3}<0<x\_{4}<1$，

且$x\in \left(−\infty ,x\_{3}\right)∪\left(x\_{4},+\infty \right)$时，$f^{'}\left(x\right)>0$；$x\in \left(x\_{3},x\_{4}\right)$时，$f^{'}\left(x\right)<0$；

故$f\left(x\right)$在$\left(−\infty ,x\_{3}\right)$，$\left(x\_{4},+\infty \right)$上为增函数，在$\left(x\_{3},x\_{4}\right)$上为减函数，

而$f\left(1\right)=0$，故$f\left(x\_{4}\right)<0$，

又$f\left(0\right)=p\_{0}>0$，故$f\left(x\right)$在$\left(0,x\_{4}\right)$存在一个零点$p$，且$p<1$.

所以$p$为$p\_{0}+p\_{1}x+p\_{2}x^{2}+p\_{3}x^{3}=x$的一个最小正实根，此时$p<1$，

故当$E\left(X\right)>1$时，$p<1$.

（3）意义：每一个该种微生物繁殖后代的平均数不超过1，则若干代必然灭绝，若繁殖后代的平均数超过1，则若干代后被灭绝的概率小于1.

22．(1)$0.06m^{2}$；$0.39m^{3}$

(2)$0.97$

(3)$1209m^{3}$

（1）样本中10棵这种树木的根部横截面积的平均值$\overbar{x}=\frac{0.6}{10}=0.06$

样本中10棵这种树木的材积量的平均值$\overbar{y}=\frac{3.9}{10}=0.39$

据此可估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积为$0.06m^{2}$，

平均一棵的材积量为$0.39m^{3}$

（2）$r=\frac{\sum\_{i=1}^{10}\left(x\_{i}−\overbar{x}\right)\left(y\_{i}−\overbar{y}\right)}{\sqrt{\sum\_{i=1}^{10}\left(x\_{i}−\overbar{x}\right)^{2}\sum\_{i=1}^{10}\left(y\_{i}−\overbar{y}\right)^{2}}}=\frac{\sum\_{i=1}^{10}x\_{i}y\_{i}−10\overbar{x}\overbar{y}}{\sqrt{\left(\sum\_{i=1}^{10}x\_{i}^{2}−10\overbar{x}^{2}\right)\left(\sum\_{i=1}^{10}y\_{i}^{2}−10\overbar{y}^{2}\right)}}$

$$=\frac{0.2474−10×0.06×0.39}{\sqrt{(0.038−10×0.06^{2})(1.6158−10×0.39^{2})}}=\frac{0.0134}{\sqrt{0.0001896}}≈\frac{0.0134}{0.01377}≈0.97$$

则$r≈0.97$

（3）设该林区这种树木的总材积量的估计值为$Ym^{3}$，

又已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比，

可得$\frac{0.06}{0.39}=\frac{186}{Y}$，解之得$Y=1209m^{3}$．

则该林区这种树木的总材积量估计为$1209m^{3}$

23．(1)$\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{16}=1$

(2)证明见解析.

（1）设双曲线方程为$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$，由焦点坐标可知$c=2\sqrt{5}$，

则由$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$可得$a=2$，$b=\sqrt{c^{2}−a^{2}}=4$，

双曲线方程为$\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{16}=1$.

（2）由(1)可得$A\_{1}\left(−2,0\right),A\_{2}\left(2,0\right)$，设$M\left(x\_{1},y\_{1}\right),N\left(x\_{2},y\_{2}\right)$，

显然直线的斜率不为0，所以设直线$MN$的方程为$x=my−4$，且$−\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$，

与$\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{16}=1$联立可得$\left(4m^{2}−1\right)y^{2}−32my+48=0$，且$Δ=64(4m^{2}+3)>0$，

则$y\_{1}+y\_{2}=\frac{32m}{4m^{2}−1},y\_{1}y\_{2}=\frac{48}{4m^{2}−1}$，



直线$MA\_{1}$的方程为$y=\frac{y\_{1}}{x\_{1}+2}\left(x+2\right)$，直线$NA\_{2}$的方程为$y=\frac{y\_{2}}{x\_{2}−2}\left(x−2\right)$，

联立直线$MA\_{1}$与直线$NA\_{2}$的方程可得：

$$\frac{x+2}{x−2}=\frac{y\_{2}\left(x\_{1}+2\right)}{y\_{1}\left(x\_{2}−2\right)}=\frac{y\_{2}\left(my\_{1}−2\right)}{y\_{1}\left(my\_{2}−6\right)}=\frac{my\_{1}y\_{2}−2\left(y\_{1}+y\_{2}\right)+2y\_{1}}{my\_{1}y\_{2}−6y\_{1}}$$

$=\frac{m⋅\frac{48}{4m^{2}−1}−2⋅\frac{32m}{4m^{2}−1}+2y\_{1}}{m×\frac{48}{4m^{2}−1}−6y\_{1}}=\frac{\frac{−16m}{4m^{2}−1}+2y\_{1}}{\frac{48m}{4m^{2}−1}−6y\_{1}}=−\frac{1}{3}$，

由$\frac{x+2}{x−2}=−\frac{1}{3}$可得$x=−1$，即$x\_{P}=−1$，

据此可得点$P$在定直线$x=−1$上运动.