**河南2024年高考备考精准检测联赛**

**高三数学试题**

(考试时间：120分钟 试卷满分:150分)

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)**

1.已知集合 则

A. B

C.或 D.或

2.设复数z满足 则

c. D.5

3.已知向量，满足 则|+2|=

4.设 则对任意实数是的

A.充分必要条件 B.充分而不必要条件

C.必要而不充分条件 D.既不充分也不必要条件

5.已知点 M在曲线 上，过M作圆 的切线，切点分别为A，B，则四边形MACB的面积的最小值为

A.2 B. C.3 D.9

6.过三棱柱任意两个顶点的直线中，其中异面直线有( )对

A.15 B.24 C.36 D.54

7.若 则cos2α-cos2β=

A. C.

8.给出下列四个命题：①垂直于同一直线的两条直线互相平行；②垂直于同一平面的两个平面互相平行；③若直线l₁，l₂与同一平面所成的角相等，则l₁，l₂互相平行；④若直线l₁，l₂是异面直线，则与l₁，l₂都相交的两条直线是异面直线.其中真命题的个数是

A.0 B.1 C.2 D.3

**二、选择题(本题共4小题，每小题5分，共20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分. )**

9.下列说法正确的是

A.在经验回归方程 中，当解释变量x每增加1个单位时，响应变量y平均减少3.6个单位

B.在经验回归方程 中,相对于样本点(1,2.8)的残差为-0.15

C.在残差图中，残差分布的水平带状区域的宽度越宽，其模型的拟合效果越差

D.若两个变量的决定系数R² 越大，表示残差平方和越小，即模型的拟合效果越好

10.已知等差数列{an}的首项为1，公差为d(d∈N\*)，若61 是该数列中的一项，则公差d可能的值是

A.4 B.5 C.6 D.7

11.函数在区间| 上为单调函数，且图象关于直线 对称，则

A.将函数的图象向左平移⁴π/3个单位长度，所得图象关于原点对称

B.函数在[2π,⁸π/₃]上单调递增

C.若函数在区间( 上没有最小值，则实数a的取值范围是(

D.若函数在区间( 上有且仅有2个零点，则实数a的取值范围是(

12.函数是定义域为R的非常值函数,且f(2x-1)的图象关于点(1,0)对称,函数y=f(x-1)关于直线x=3 对称，则下列说法正确的是

A. 为奇函数 B.

C. D.

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.)**

13.已知抛物线 的焦点为F，过P(4，4)作C的准线的垂线，垂足为M，FM 的中点为N，则直线PN的斜率为 .

14. 直三棱柱 的各顶点都在同一球面上，若 则此球的表面积等于 .

15.对任意闭区间I,用M, 表示函数 y = cosx 在I上的最大值,若正实数 a 满足 2M[。,2a],则a的值为 .

16.已知双曲线 的右焦点为 F，过 F 作直线分别与双曲线的两渐近线相交于A，B 两点，且 则该双曲线的离心率为 .

四、解答题(本大题共6 小题，共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

17.(本小题满分10分)

在△ABC中,角A,B,C的对边分别为a,b,c, 求:

(1)a和c的值;

(2) sin(A-C)的值.

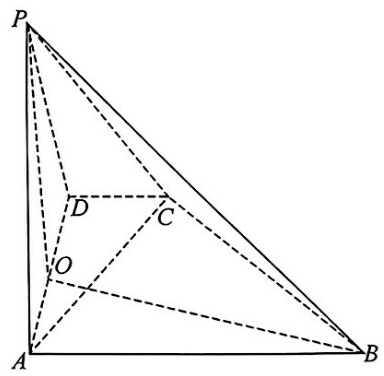
18.(本小题满分12分)

已知数列{an}满足

(1)求证: 为等比数列；

(2)数列 的前n项和为Sn，求数列 的前n项和 Tn.

19.(本小题满分12分)

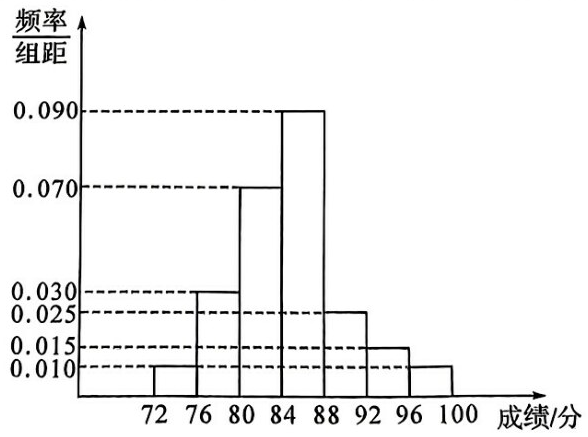
在四棱锥P-ABCD中,平面 PAD⊥平面ABCD,AB∥DC,AB⊥AD,O为AD中点, 

(1)求证:平面 POB⊥平面 PAC;

(2)求平面 PAB 与平面 PBC 的夹角的余弦值.

20.(本小题满分12分)

某市质监部门根据质量管理考核指标对本地的500 家食品生产企业进行考核，通过随机抽样抽取其中的50家，统计其考核成绩(单位：分)，并制成如下频率分布直方图.



(1)求这50家食品生产企业考核成绩的平均数x(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)及中位数a(精确到0.01);

(2)该市质监部门打算举办食品生产企业质量交流会，并从这 50 家食品生产企业中随机抽取5 家考核成绩不低于88分的企业发言，记抽到的企业中考核成绩在[96，100]的企业数为 Y，求 Y的分布列与数学期望；

(3)若该市食品生产企业的考核成绩X服从正态分布， 其中μ近似为50 家食品生产企业考核成绩的平均数x，σ²近似为样本方差s²，经计算得 ，利用该正态分布，估计该市500 家食品生产企业质量管理考核成绩高于95.32分的有多少家?(结果保留整数).

附参考数据与公式： 则 P(μ-2σ≤X≤μ+2σ)≈0.9545,P(μ-3σ≤X≤μ+3σ)≈0.9973.

21.(本小题满分12分)

设函数

(1)当a=0时,求曲线f(x)在x=π处的切线方程;

(2)当 时，求证：f(x)有且仅有两个零点.

22.(本小题满分12分)

已知椭圆 的右焦点为 F(1，0)，且经过点

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)已知直线l的方程x=4，过点 F的直线(不与x轴重合)与椭圆C相交于A，B 两点，过点A 作 AD⊥l,垂足为 D.

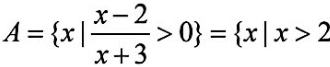
①求证：直线BD 过定点 E，并求出定点E 的坐标；

②点 O为坐标原点，求△OBD 面积的最大值.

**高三数学参考答案**

一、选择题(本大题共8小题，每小题5分，共 40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的. )

1. A

【解析】或x<-3}, 则 故选 A.

2. C

【解析】因为 所以 即 故选 C.

3. C

【解析】因为 所以 故选 C.

4. A

【解析】因为 为奇函数，且单调递增. 故选 A.

5. B

【解析】M 到圆心C(3,0)的距离| 则四边形MACB的面积为 故选 B.

6. C

【解析】只需找出三棱锥的个数，每个三棱锥中有三对异面直线，以三棱柱的6个顶点为顶点的三棱锥有 12个，所以异面直线有36对，选 C.

7. D

【解析】因为 所以 即 所以选 D.

8. A

【解析】垂直于同一直线的两条直线可以相交或异面，所以①为假命题； 垂直于同一平面的两个平面可以相交，所以②为假命题； 若直线l₁，l₂与同一平面所成的角相等，则 可相交、平行或异面，所以③为假命题； 若直线l₁，l₂是异面直线，则与( 都相交的两条直线可相交，所以④为假命题； 所以选 A.

二、选择题(本题共4小题，每小题5 分，共 20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分. )

9. BCD

【解析】对于A，根据经验回归方程，当解释变量x每增加1个单位时，响应变量y平均减少0.65 个单位，故 A 错误；对于 B，当解释变量x=1时，响应变量 则样本点(1,2.8)的残差为-0.15，故B 正确；对于C，在残差图中，残差分布的水平带状区域的宽度越宽，说明拟合精度越低，即拟合效果越差，故C正确； 对于D，由决定系数R²的意义可知，R²越大，表示残差平方和越小，即模型的拟合效果越好，故 D正确. 选BCD.

10. ABC

【解析】因为61=1+(n-1)d , 所以 因为n和d都为正整数，所以n=16时, d=4,故选项A正确;当d=5时, n=13,故选项B正确; 当d=6时,n=11, 故 C 正确; 当d=7时, 故选项D错误; 故选 ABC.

11. AB

【解析】由题意 且 可得 故当k=0时, 对A，函数f(x)的图象向左平移 个单位长度可得 故函数图象关于原点对称，故 A 正确； 对 B，当 时, 所以函数 单调递增, 故 B 正确; 对 C, 当 时, 函数f(x)在区间 上没有最小值，则需 即 故 C 错误; 对 D, 由 C, 函数 f(x)在区间 上有且仅有2个零点，则 即 故 D 错误.故选 AB.

12. BC

【解析】由函数y=f(x-1)关于直线x=3对称,可得函数f(x)关于直线x=2对称, 故选项C正 确; 由 f(2x-1) 的 图 象 关 于 点 (1,0) 对 称 , 可 得 f(2x-1)+f(2(2-x)-1)=0 , 即f(2x-1)+f(3-2x)=0, 以2x代换x,则f(x-1)+f(3-x)=0,所以函数 f(x)关于点(1,0)对称,可得f(x)+f(2-x)=0,即f(2-x)=-f(x),结合 f(x+2)=f(2-x)可得f(x+2)=-f(x),所以f(x+4)=f[(x+2)+2]=-f(x+2)=-[-f(x)]=f(x),故选项B 正确.所以f(x)是周期函数，且周期为4，其图象不仅关于直线x=2对称还关于点(1，0)对称，所以不关于点(0，0)和 对称, 所以f(x)不是奇函数, f(x)+f(1-x)≠0, 故选项A, D 错误; 故选 BC.

三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13. 2

【解析】由题意F(0,1), P在抛物线上,由抛物线定义可得PF=PM,故PN⊥FM.易得M(4,-1), 设直线PN的斜率为k, 则

【解析】在△ABC中，由余弦定理得 设△ABC的外接圆半径为r，由正弦定理得 设三棱柱的外接球半径为R，则 所以此球的表面积等于

15.π/3或.

【解析】当 时, 由 得2cosa=1, 此时 当 时, 由 得2cos2a=1,此时 当 时, 由 得cosa=2,无解,舍去;当 时,2a∈[3π,+∞), 不合题意. 综上，a的值为π/3或

16.

【解析】双曲线的右焦点为F(c，0)，渐近线方程为 则有OA⊥AF,F 到渐近线的距离 则 由∠AOB+2∠FOA=π,有tan∠AOB+tan2∠FOB=0, 即 解得 则有 所以离心率

四、解答题(本大题共6小题，共 70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10分)

解: (1)由 得 (2分)

又

∴ac=6. (3分)

由余弦定理及b=4得

由 得 或 (5分)

(6分)

当a=2,c=3时, 由正弦定理, 得

(7分)

(8分)

当a=3,c=2时, 由正弦定理, 得

(9分)

(10分)

18. (12分)

(2分)

又

(3分)

∴数列 是以2为首项，3为公比的等比数列. (4分)

(2) 由(1)知, (6分)

(8分)

(10分)

∴数列 的前n项和

(12分)

19. (12分)

(1) 证明: 由条件可知,

∴∠DAC=∠ABO,

∴AC⊥BO. (2分)

且O为AD中点, ∴PO⊥AD.

∵平面PAD⊥平面ABCD,平面 PAD平面 ABCD=AD, PO⊂平面 PAD,

(4分)

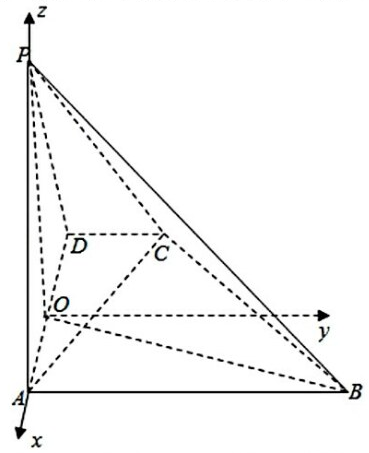
又∵AC⊂平面ABCD, ∴AC⊥PO.

又∵BO∩PO=O, ∴AC⊥平面POB.

∵AC⊂平面PAC,

∴平面 POB⊥平面 PAC. (6分)

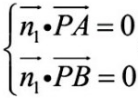
(2)解：以O为空间坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，



则P(0, 0, 2), A(1, 0, 0), C(-1, 1, 0), B(1,2,0),

。(8分)

设 为平面PAB的法向量，

由得 取 (9分)

同理可设，平面 PBC的法向量

由 得 取 (10分)

∴平面 PAB与平面PBC的夹角的余弦值为 (12分)

20. (12分)

(1) 这 50家食品生产企业考核成绩的平均数为：

x=74×0.04+78×0.12+82×0.28+86×0.36+90×0.10+94×0.06+98×0.04=84.80 (分),

(2分)

由频率分布直方图得a∈[84, 88]内,

解得中位数a≈84.67 (分) . (4分)

(2) 这50家食品生产企业中考核成绩不低于88分的企业有

50×(0.1+0.06+0.04)=10家,

其中考核成绩在[96, 100]内的企业有50×0.04=2家, (5分)

∴Y 的可能取值为0, 1, 2,

(6分)

∴Y的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y | 0 | 1 | 2 |
| P | 2-9 | 5─9 | NIO |

(8分)

(3) 由题意得X~N(84.80,5.26²), (9分)

∴μ+2σ≈84.80+2×5.26=95.32,

(10分)

∴500×0.02275=11.375≈11 (家) , (11分)

∴估计该市 500家食品生产企业质量管理考核成绩高于 95.32分的有11家. (12分)

21. (12分)

(1) 当a=0时, f(x)=xsinx+cosx,

(2分)

又f(π)=-1,

∴曲线f(x)在x=π处的切线方程为y+1=-π(x-π),

即 (4分)

(2) f(x)的定义域为(-∞,+∞).

∴f(x)为偶函数, (5分)

∵f(0)=1>0,

∴f(x)有且仅有两个零点等价于f(x)在(0，+∞)有且只有一个零点.

∵f'(x)=x(cosx-a),

当a≥1时, cosx-a≤0, f'(x)≤0恒成立,

∴f(x)在(0,+∞)上单调递减, (7分)

∴f(x)在(0,+∞)上有且只有一个零点. (8分)

当 时, 令f'(x)=x(cosx-a)=0, 即cosx=a,

可知存在唯 使得cosθ=a,

当x∈(0,θ)或x∈(2kπ+2π-θ,2kπ+2π+θ)时, k∈N,f'(x)>0, 函数f(x)单调递增；

当x∈(2kπ+θ,2kπ+2π-θ)时, k∈N, f'(x)<0, 函数f(x)单调递减.

由 可得 (10分)

当k∈N, 2kπ+2π+θ-tanθ>2(π-√₂),

∴f(x)在(0,+∞)上有且只有一个零点. (11分)

综上，当 时, f(x)有且仅有两个零点. (12分)

22. (12分)

(1) 由题意可得椭圆的左焦点为 F'(-1,0),

由椭圆定义得 (2分)

∴椭圆C的方程为 (4分)

(2) 由对称性，若直线BD过定点E，则该定点E必在x轴上，

①设直线AB的方程为x=my+1,

由 得 (1) (6分)

设A(x₁,y₁), B(x₂,y₂), D(4,y₁),

且 (8分)

∴直线BD的方程为

令y=0, 得 (2)

将 代入(2), 则

故直线BD过定点 即定点E为 (9分)

②在(1) 中,

又直线 BD过定点

(10分)

令 则

在t∈[1,+∞)上单调递减,

故当t=1, m=0时, (12分)