**长郡中学2024届高考适应性考试（二）**

**数学**

**命题人：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_审题人\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､准考证号填写在答题卡上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

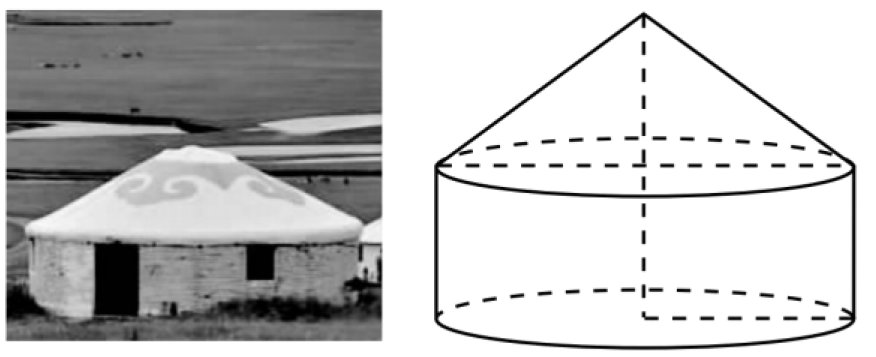
2.已知数列满足，若，则（ ）

A.2 B.-2 C.-1 D.

3.已知样本数据的平均数和标准差均为4，则数据的平均数与方差分别为（ ）

A. B. C. D.

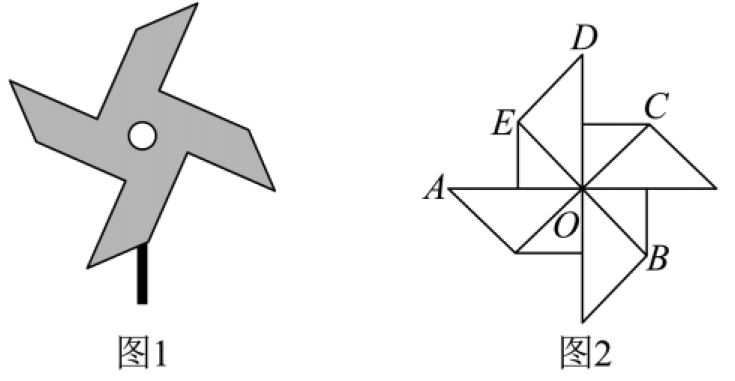
4.蒙古包（Mongolianyurts）是蒙古族牧民居住的一种房子，建造和搬迁都很方便，适于牧业生产和游牧生活，蒙古包古代称作穹庐､毡包或毡帐.已知蒙古包的造型可近似的看作一个圆柱和圆锥的组合体，已知圆锥的高为2米，圆柱的高为3米，底面圆的面积为平方米，则该蒙古包（含底面）的表面积为（ ）



A.平方米 B.平方米

C.平方米 D.平方米

5.儿童玩具纸风车（图1）体现了数学的对称美.取一张正方形纸折出“十”字折痕，然后把四个角向中心点翻折，再展开，把正方形纸两条对边分别向中线对折，把长方形短的一边沿折痕向外侧翻折，然后把立起来的部分向下翻折压平，另一端折法相同，把右上角的角向上翻折，左下角的角向下翻折，纸风车的主体部分就完成了（图2）.则（ ）



A. B.

C. D.

6.已知函数的最小正周期为，直线是图象的一条对称轴，则的单调递减区间为（ ）

A.

B.

C.

D.

7.已知，则（ ）

A. B. C. D.

8.已知复数满足，（其中是虚数单位），则的最小值为（ ）

A.2 B.6 C. D.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.下列函数中最小值为2的是（ ）

A. B.

C. D.

10.若满足，则（ ）

A. B.

C. D.

11.在正方体中，为的中点，是正方形内部一点（不含边界），则（ ）

A.平面平面

B.平面内存在一条直线与直线成角

C.若到边距离为，且，则点的轨迹为抛物线的一部分

D.以的边所在直线为旋转轴将旋转一周，则在旋转过程中，到平面的距离的取值范围是

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.已知的展开式中常数项为20，则实数的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.已知定义在上的偶函数满足，且当时，.若，则在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（用含的表达式表示）

14.已知双曲线的左､右焦点分别为，右顶点为，过的直线交双曲线的右支于两点（其中点在第一象限内），设分别为的内心，则当时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；内切圆的半径为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15.（本小题满分13分）

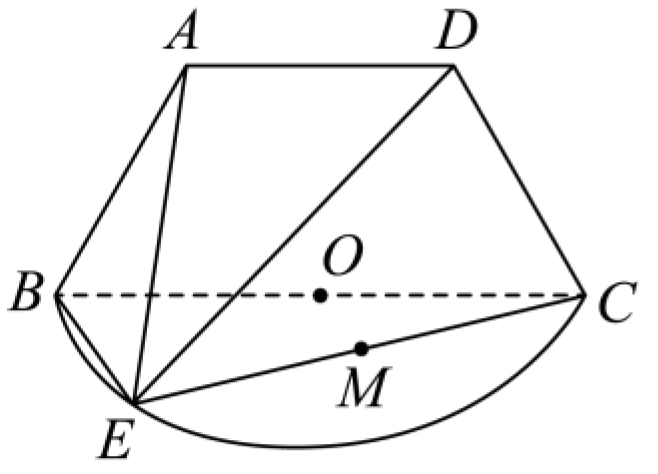
已知在中，内角所对的边分别为，其中.

（1）求；

（2）已知直线为的平分线，且与交于点，若，求的周长.

16.（本小题满分15分）

如图，已知为等腰梯形，点为以为直径的半圆弧上一点，平面平面为的中点，.



（1）求证：平面；

（2）求平面与平面所成角的余弦值.

17.（本小题满分15分）

据统计，2024年元旦假期，哈尔滨市累计接待游客304.79万人次，实现旅游总收入59.14亿元，游客接待量与旅游总收入达到历史峰值.现对某一时间段冰雪大世界的部分游客做问卷调查，其中的游客计划只游览冰雪大世界，另外的游客计划既游览冰雪大世界又参观群力音乐公园大雪人.每位游客若只游览冰雪大世界，则得到1份文旅纪念品；若既游览冰雪大世界又参观群力音乐公园大雪人，则获得2份文旅纪念品.假设每位来冰雪大世界景区游览的游客与是否参观群力音乐公园大雪人是相互独立的，用频率估计概率.

（1）从冰雪大世界的游客中随机抽取3人，记这3人获得文旅纪念品的总个数为，求的分布列及数学期望；

（2）记个游客得到文旅纪念品的总个数恰为个的概率为，求的前项和

（3）从冰雪大世界的游客中随机抽取100人，这些游客得到纪念品的总个数恰为个的概率为，当取最大值时，求的值.

18.（本小题满分17分）

在椭圆（双曲线）中，任意两条互相垂直的切线的交点都在同一个圆上，该圆的圆心是椭圆（双曲线）的中心，半径等于椭圆（双曲线）长半轴（实半轴）与短半轴（虚半轴）平方和（差）的算术平方根，则这个圆叫蒙日圆.

已知椭圆的蒙日圆的面积为，该椭圆的上顶点和下顶点分别为，且，设过点的直线与椭圆交于两点（不与

两点重合）且直线.

（1）证明：的交点在直线上；

（2）求直线围成的三角形面积的最小值.

19.（本小题满分17分）

帕德近似是法国数学家亨利·帕德发明的用有理多项式近似特定函数的方法.给定两个正整数，函数在处的阶帕德近似定义为：

，且满足：.

（注：为的导数）

已知在处的阶帕德近似为.

（1）求实数的值；

（2）比较与的大小；

（3）若在上存在极值，求的取值范围.

**长郡中学2024届高考适应性考试（二）**

**数学参考答案**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | B | D | B | A | C | B | D | B | AB | ABD | AC |

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。**

1.B 【解析】由，得，解得，

所以，

因为，

所以以，

所以，

所以.

2.D 【解析】因为，

所以，

，

所以数列的周期为3.

所以.

5.C 【解析】不妨设，则，

对于*A*项，显然与方向不一致，所以，故*A*项错误；

对于项，由图知是钝角，

则，故*B*项错误；

对于项，由题意知点是线段的中点，

则易得：，即得：，故*C*项正确；

对于*D*项，由，

而与显然不共线，故.即项错误.

7.D 【解析】将平方得，

所以，则.

所以，

从而.

联立，得.

所以.

故.

8.B 【解析】设，（其中是虚数单位），

在复平面的对应点，

则



即点的轨迹表示为焦点分别在的椭圆，

且该椭圆的长轴为直线，短轴为直线.长半轴长为，

半焦距，短半轴长为.

因为

所以

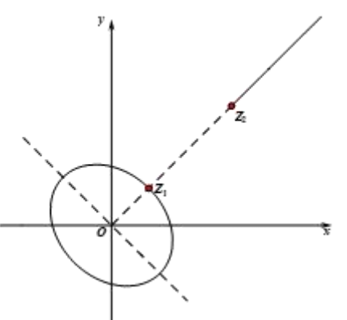
设在复平面的对应点.

即点的轨迹表示为射线上的点.

若使得最小，则需取得最小值，即点为第一象限内的短轴端点，

点为射线的端点时，最小.





**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.AB 【解析】由题意，项，，故正确；

*B*项，在中，，所以，

当且仅当时，等号成立，故*B*正确；

*C*项，，故，

当且仅当即时等号成立，错误；

*D*项，，只有当时才有，

当且仅当即时等号成立，故*D*错误.

10.ABD 【解析】令，即，代入可得：

.

所以，解得，所以正确､*B*正确；

由可变形为，

因为，将代入上式可得：

，

解得，所以不正确､正确.

11.AC 【解析】A.如图，连结，则，

因为平面平面，所以，

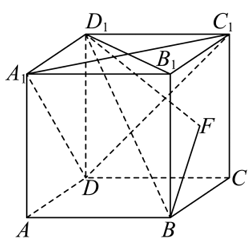
且平面，

所以平面平面，

所以，同理，且，且平面，

所以平面，且平面，

所以平面平面，故正确；



B.将正方体中，分离出四棱锥，取的中点，连结，

因为平面，

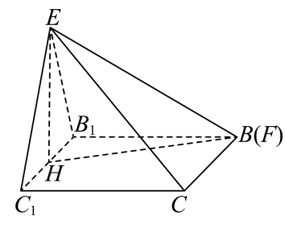
，即，

则与平面所成角的最小值是，

所以，

因为线面角是线与平面内的线所成的最小角，

所以平面内不存在一条直线与直线成角，故*B*错误；



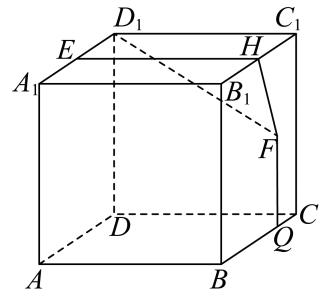
C.如图，取的中点，连结平面，

作于点，则，因为，

则，

即点到点的距离和点到的距离相等，

即可点形成的轨迹是抛物线，故正确；



D.连结交于点，取的中点，连结，

则点的运动轨迹是平面内以为圆心，为半径的圆，

易知，由，知，

且平面，

所以平面平面，

所以平面平面，

，

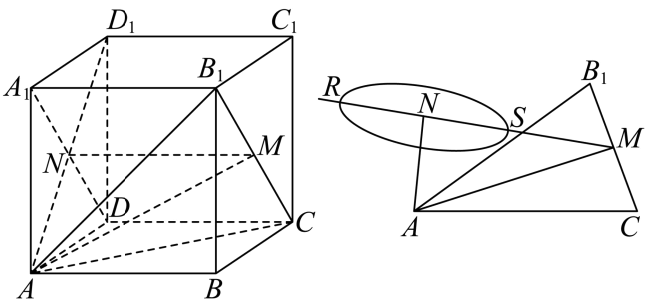
如图，与圆的交点分别为，

当点位于点时，点到平面的距离分别取得最大值和最小值，

且距离的最大值为，

距离的最小值为，

所以点到平面的距离的取值范围是，故错误.



**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.1 【解析】展开式的通项为，

令解得.

.

13. 【解析】因为，所以，

即，

令，有，令，

有，所以，

，因为为偶函数，所以，

由，令得，

所以，

令得，所以，

因为为偶函数，所以，

所以在点处的切线方程为，

即.

14.（1）

（2）

【解析】由双曲线方程知，如下图所示：



由，则，

故，

而，所以，

故，

解得，所以，

若为内切圆圆心且可知，

以直角边切点和为顶点的四边形为正方形，

结合双曲线定义内切圆半径

所以；

即内切圆的半径为；

故答案为：；

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15. 【解析】（1）根据题意可得，

由正弦定理得，

又，

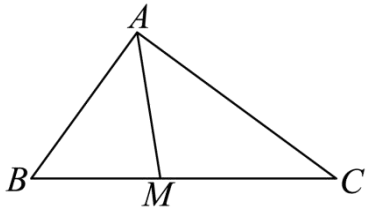
故，

又，所以，则，

因为，所以.

（2）因为，

所以，



又平分，所以，

所以，

则即

由余弦定理得，即，

所以，解得（负值舍去），

故的周长为.

16.【解析】（1）取的中点，连接，则且，

又且且.

为平行四边形，.

又平面平面平面.

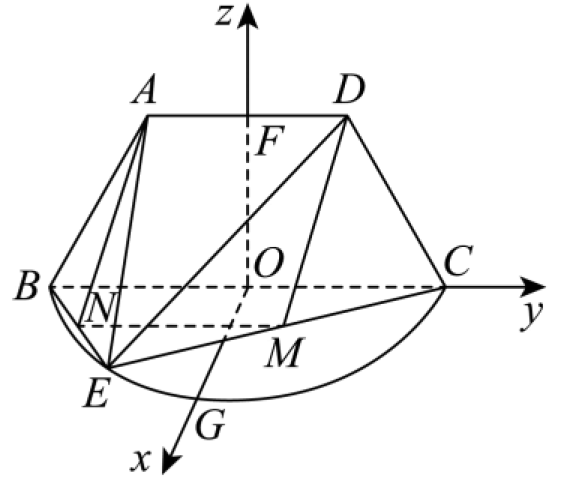
（2）取中点为，连接，因为为等腰梯形，所以，

又平面平面，平面平面平面，

所以平面，

过点作直线的垂线交于点，

分别以所在直线为轴，轴，轴建立如图所示的空间直角坐标系.



为直径，.

在等腰梯形中，，所以，

，

.

设平面的法向量为，

则，令则.

，

设平面的法向量为，则，

取，

设平面与平面所成的角为，

则，

平面与平面所成角的余弦值为.

17.【解析】（1）据题意，每位游客只游览冰雪大世界的概率为，得到1份文旅纪念品；既游览冰雪大世界又参观群力音乐公园大雪人的概率为，获得2份文旅纪念品，则的可能取值为，

其中，

，

，

，

所以的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |

.

（2）因为个游客得到文旅纪念品的总个数恰为个，

则只有1人既游览冰雪大世界又参观群力音乐公园大雪人，

于是，

则，

于是，

两式相减，得

，

所以.

（3）设只游览冰雪大世界的人数为，

则既游览冰雪大世界又参观群力音乐公园大雪人的人数为，

因此游客得到纪念品的总个数，

此时，

假定取最大值，必有，于是，

即，整理得，

解得，而，则，

所以当取最大值时，.

18.【解析】（1）根据题意，蒙日圆的半径为，所以.

因为，可知，则，

所以椭圆的标准方程为，

因为直线过点，可知直线的斜率存在，且直线与椭圆必相交，

可设直线，

联立方程，消去可得，

由根与系数的关系可得：

因为，可得直线，直线，

所以

.

即，解得，

所以直线的交点在直线上.

（2）设直线与直线的交点分别为，

则由（1）可知：直线，直线.

联立方程和，

解得

因为，

又因为点到直线的距离，

可得，只需求的最小值.

由弦长公式可得



.

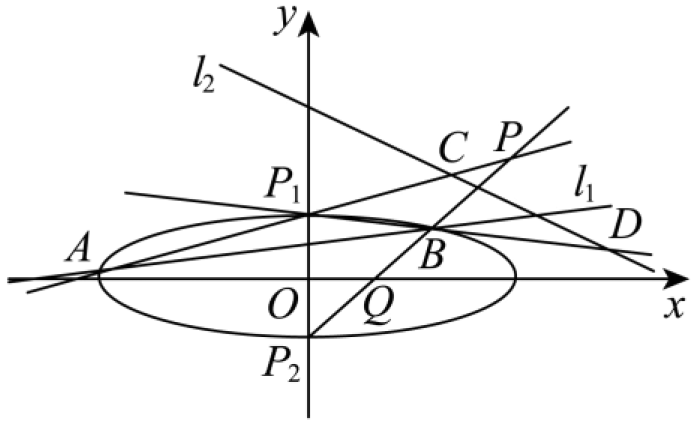
令，则.

可得，

当且仅当，即时等号成立.

即的最小值为，可得面积的最小值为.

故直线围成的三角形面积的最小值为.



19.【解析】（1）由，有，

可知，

由题意，，所以，所以.

（2）由（1）知，，令，

则，

所以在其定义域内为增函数，又，

时，；

时，；

所以时，；

时，.

（3）由，

.

由在上存在极值，

所以在上存在变号零点.

令，

则.

（1）时，为减函数，，

在上为减函数，，无零点，不满足条件.

（2）当，即时，为增函数，，

在上为增函数，，无零点，不满足条件.

（3）当，即时，令即，

.

当时，为减函数；

时，为增函数，

；

令，

在时恒成立，

在上单调递增，，

恒成立；

，

，

则，

，

；

，

令，

令

，

则在是单调递减，，

所以，



，

令，则，

.

，即.

由零点存在定理可知，在上存在唯一零点，

又由（3）知，当时，为减函数，，

所以此时，，在内无零点，

在上存在变号零点，

综上所述实数的取值范围为.