**七校联盟2024年第一学月联考**

**高三数学试题**

**命题学校：重庆市长寿中学**

**本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分.满分150分，考试时间120分钟.**

**注意事项：**

**1．答题前，务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡规定的位置上.**

**2．答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑.**

**3．答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上.**

**4．考试结束后，将答题卷交回.**

**第I卷（选择题 共58分）**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.**

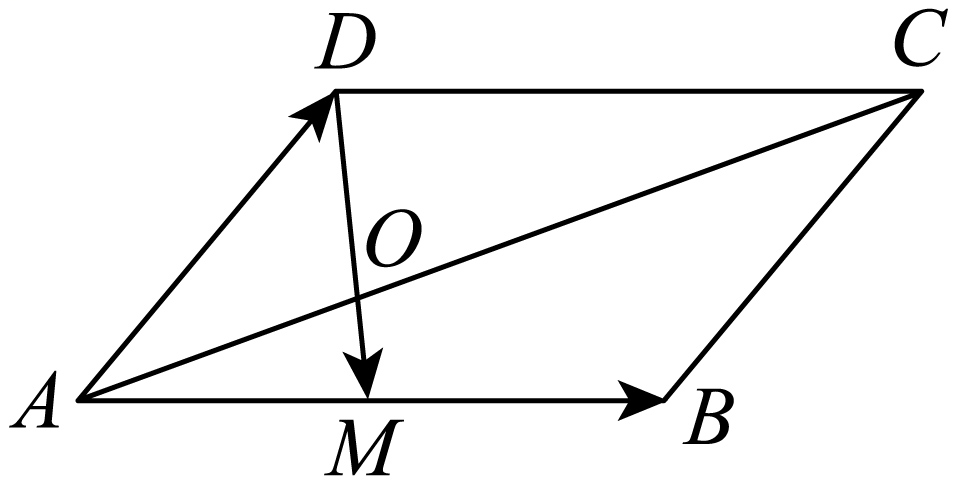
1. 若复数满足，则的虚部为（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 在的展开式中含项的系数是（ ）

A.  B.  C.  D. 

3. 如图，在平行四边形中，为的中点，与交于点，则（ ）



A.  B. 

C.  D. 

4. 重庆，我国四大直辖市之一，这里资源丰富，旅游景点也多，不仅有山水自然风光，还有人文历史景观．现有甲、乙两位游客慕名来到重庆旅游，分别准备从巫山小三峡、南川金佛山、大足石刻和酉阳桃花源4个国家5A级旅游景区中随机选择其中一个景区游玩．记事件：甲和乙至少一人选择酉阳桃花源景区，事件：甲和乙选择的景区不同，则概率（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 已知，，直线和垂直，则的最小值为（ ）

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

6. 已知函数的定义域均为，，，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

7. 数学家也有许多美丽的错误，如法国数学家费马于1640年提出了以下猜想：是质数．直到1732年才被善于计算的大数学家欧拉算出，不是质数．现设，数列的前项和为，则使不等式成立的正整数的最大值为（ ）

A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

8. 已知函数，，点与分别在函数与的图象上，若的最小值为，则（ ）

A.  B. 3 C. 或3 D. 1或3

**二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多个选项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 下列命题正确的是（ ）

A. 若两组成对数据的样本相关系数分别为，则组数据比组数据的相关性较强

B. 若样本数据的方差为2，则数据的方差为8

C. 已知互不相同的30个样本数据，若去掉其中最大和最小的数据，剩下28个数据的22%分位数不等于原样本数据的22%分位数

D. 某人解答5个问题，答对题数，若，则

10. 已知函数，则下列选项正确的是（ ）

A. 是函数的一个周期

B. 是函数的一条对称轴

C. 函数的最大值为，最小值为

D. 函数在上单调递减

11. 设函数，则（ ）

A. 当时，直线不是曲线切线

B 当时，函数有三个零点

C. 若有三个不同的零点，，，则

D. 若曲线上有且仅有四点能构成一个正方形，则

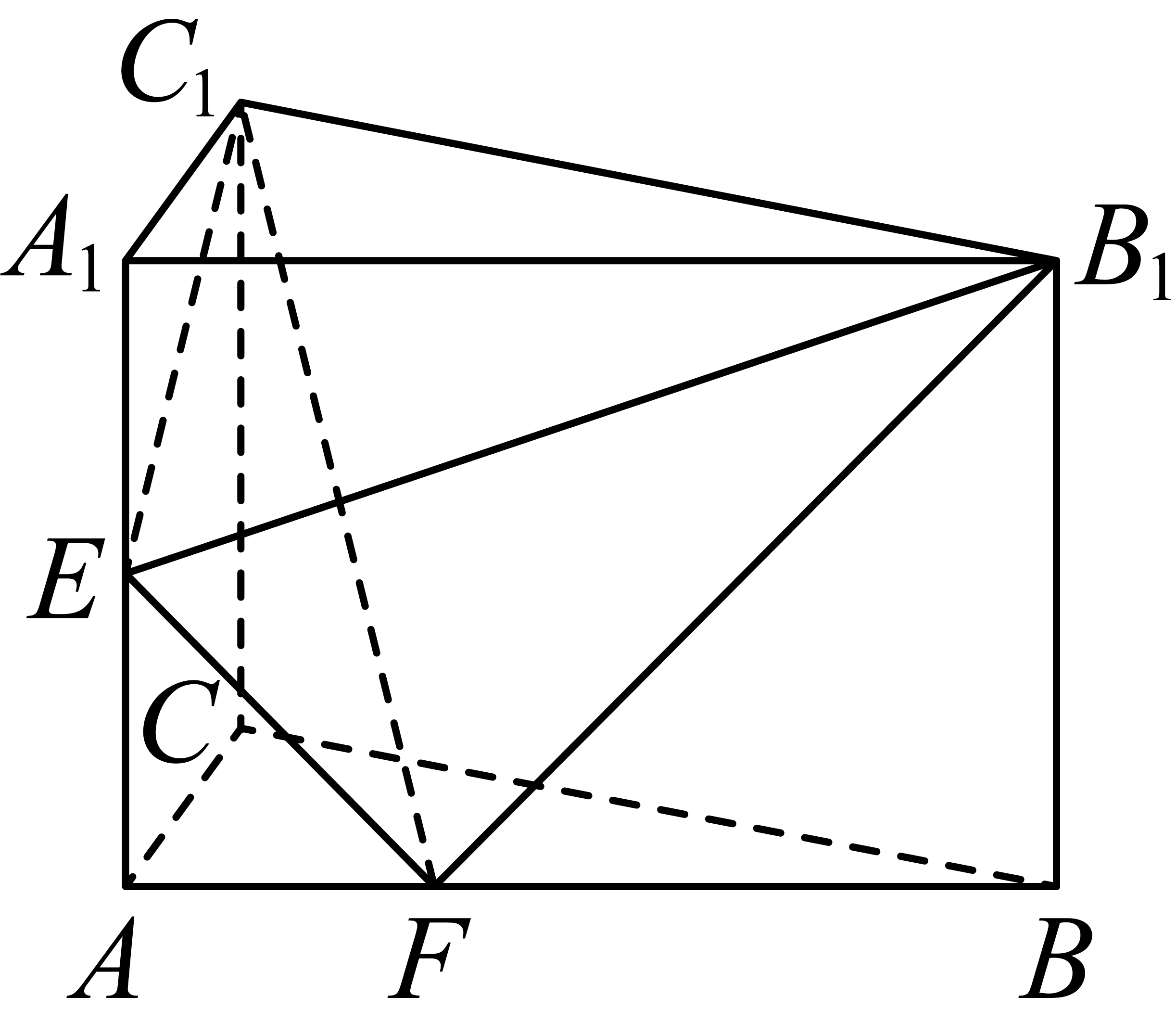
**第II卷（非选择题 共92分）**

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知等差数列满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13. 已知双曲线左右焦点分别为，过的直线分别交双曲线的左，右两支于两点，若为正三角形，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 如图，在直三棱柱中，，点*E*，*F*分别是棱，*AB*上的动点，当最小时，三棱锥外接球的表面积为\_\_\_.



**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 在中，角，，的对边分别是，，，且.

（1）求角的大小；

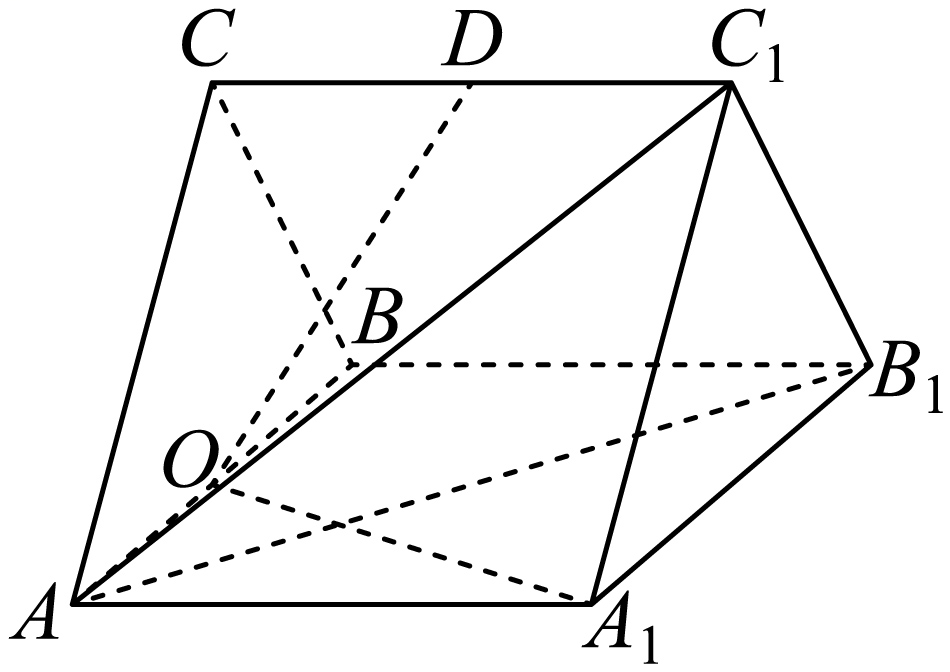
（2）若，为边上的一点，，且\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，求的面积．

（从下面①，②两个条件中任选一个，补充在上面的横线上并作答）.

①是的平分线；

②为线段的中点.

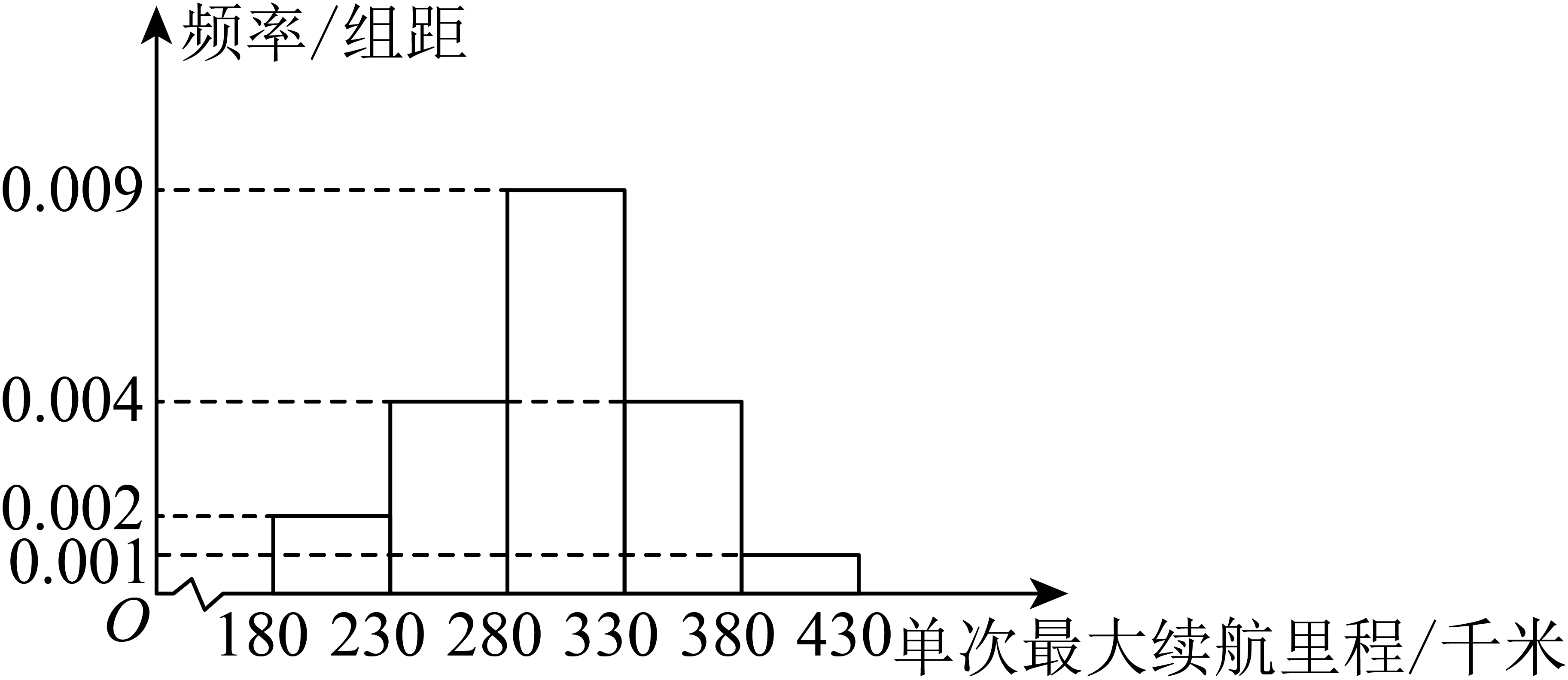
16. 如图，在斜三棱柱中，所有棱长均相等，*O*，*D*分别是*AB*，的中点．



（1）证明：平面；

（2）若，且，求平面与平面所成角的余弦值．

17. 某无人飞机研发中心最近研发了一款新能源无人飞机，在投放市场前对100架新能源无人飞机进行了单次最大续航里程的测试.现对测试数据进行分析，得到如图所示的频率分布直方图：



（1）估计这100架新能源无人飞机的单次最大续航里程的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

（2）经计算第（1）问中样本标准差的近似值为50，根据大量的测试数据，可以认为这款新能源无人飞机的单次最大续航里程近似地服从正态分布（用样本平均数和标准差分别作为和的近似值），现任取一架新能源无人飞机，求它的单次最大续航里程的概率；（参考数据：若随机变量，则）

（3）该无人飞机研发中心依据新能源无人飞机的载重量和续航能力分为卓越*A*型､卓越型和卓越型，统计分析可知卓越*A*型､卓越型和卓越型的分布比例为，研发中心在投放市场前决定分别按卓越*A*型､卓越型和卓越型的分布比例分层随机共抽取6架，然后再从这6架中随机抽取3架进行综合性能测试，记随机变量是综合性能测试的3架中卓越*A*型的架数，求随机变量的分布列和数学期望.

18. 已知实数，函数有两个不同的零点．

（1）求实数的取值范围，

（2）设是方程的实根，证明：．

19. 在平面直角坐标系中，点在抛物线上.

（1）求的准线方程.

（2）已知点，，是的两条切线，，是切点，圆经过点，，.

①若，求证：；

②设圆在，处切线的交点为，求证：直线过定点.

**附：**若点在圆上，则圆在点处的切线方程为.