**绝密★启用前（全国卷）**

**文科数学试卷**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､准考证号填写在答题卡上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一､选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.的值为（ ）

A. B. C. D.

2.已知复数，则（ ）

A. B.

C. D.

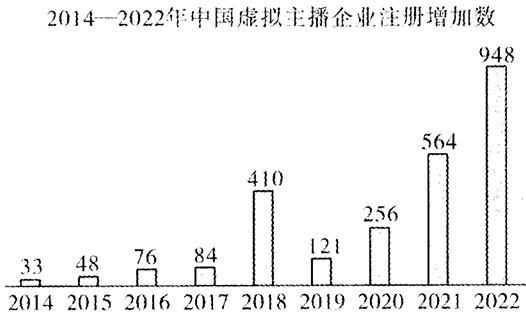
3.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

4.已知点为平面内不同的4点，若，且，则（ ）

A. B. C. D.

5.近几年随着技术的发展，虚拟人的智能化水平得到极大的提升，虚拟主播逐步走向商用，下图为2014~2022年中国虚拟主播企业注册增加数（较上一年增加的数量）条形图，根据该图，下列说法错误的是（ ）



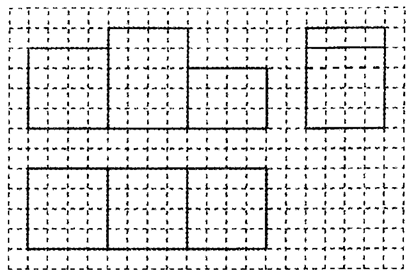
A.2014~2022年中国虚拟主播企业注册数量逐年增加

B.2014~2022年中国虚拟主播企业注册年增加数的中位数为410

C.2014~2022年中国虚拟主播企业注册年增加数的极差为915

D.从2018~2022年企业注办增加数字中任取2个数字，这两个数字的平均数不大于300的概率为

6.如图，网格纸中小正方形的边长为，粗线画出的是某体育比赛的领奖台三视图，则该领奖台除去下底面的所有面的面积之和为（ ）



A. B. C. D.

7.已知函数的图象是等轴双曲线，将的图象顺时针旋转可得到曲线，则的焦距为（ ）

A. B.4 C. D.8

8.函数在上没有最小值，则的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

9.知名数学教育家单墫曾为中学生写了一个小册子《十个有趣的数学问题》，其中提到了开普勒的最密的将球装箱的方法：考虑一个边长为2的正方体，分别以该正方体的8个顶点及6个面的中心为球心作半径为的球，则这些球在正方体内的体积之和与正方体的体积之比为（ ）

A. B. C. D.

10.过点可作3条直线与函数的图象相切，则（ ）

A. B.

C. D.

11.已知点为坐标原点，直线与椭圆交于点，点在上，，若，则的离心率为（ ）

A. B. C. D.

12.已知，则（ ）

A. B.

C. D.

**二､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知实数满足约束条件，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.函数是偶函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.平面几何中有一个著名的塞尔瓦定理：三角形任意一个顶点到其垂心（三角形三条高的交点）的距离等于外心（外接圆圆心）到该顶点对边距离的2倍，若点都在圆上，直线方程为，且的垂心在内，点在线段上，则圆的标准方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.四边形中，，设与的面积分别为，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三､解答题：共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22､23题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共60分.**

17.（12分）

已知等差数列满足.

（1）求；

（2）若，数列的前项和为，求最小时对应的的值.

18.（12分）

某高中数学兴趣小组，在学习了统计案例后，准备利用所学知识研究成年男性的臂长与身高之间的关系，为此他们随机统计了5名成年男性的身高与臂长，得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 159 | 165 | 170 | 176 | 180 |
|  | 67 | 71 | 73 | 76 | 78 |

（1）根据上表数据，可用线性回归模型拟合与的关系，请用相关系数加以说明；

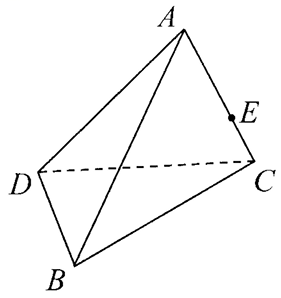
（2）建立关于的回归方程（系数精确到0.01）；

参考数据：

参考公式：相关系数，回归方程中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为.

19.（12分）

如图，在三棱锥中，，其余各棱的长均为6，点在棱上，，过点的平面与直线垂直，且与分别交于点.



（1）确定的位置，并证明你的结论；

（2）求点到平面的距离.

20.（12分）

已知函数.

（1）讨论的单调性；

（2）若在上有极值点，求证：.

21.（12分）

已知倾斜角为的直线与抛物线只有1个公共点的焦点为，直线的倾斜角为.

（1）求证：；

（2）若，直线与直线交于点，直线与的另一个交点为，求证：.

**（二）选考题：共10分.请考生在第22､23题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.**

22.[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，直线的参数方程为（为参数），以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为.

（1）求直线的极坐标方程；

（2）若直线与交于点，求的周长.

23.[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知.

（1）若，求的最小值；

（2）若，证明：.

**绝密★启用前（全国卷）**

**文科数学参考答案**

1.【答案】D

【解析】，故选D.

2.【答案】B

【解析】因为，所以，故选.

3.【答案】C

【解析】因为，所以，故选C.

4.【答案】D

【解析】由得，即，又，所以，故选D.

5.【答案】B

【解析】由每年增加数均为正数，可得*A*正确；2014~2022年中国虚拟主播企业注册年增加数的中位数为121，*B*错误；2014~2022年中国虚拟主播企业注册年增加数的极差为正确；从410，121，中任取两个数字，结果有10种，所取两个数字平均数不大于300的取法有：，，结果有2种，所以所求概率为，*D*正确，故选B.

6.【答案】B

【解析】解法一：该领奖台可看作由3个长方体构成的组合体，每个长方体的底面都是边长为的正方形，冠军台高，亚军台高，季军台高，该领奖台除去下底面的所有面的面积之和为3个长方体的表面积之和减去3个边长为的正方形面积，减去2个底边长为高为的矩形面积，减去2个底边长为高为的矩形面积，即，故选B.

解法二：该领奖台可看作由3个长方体构成的组合体，每个长方体的底面都是边长为的正方形，冠军台高，亚军台高，季军台高，前后两个面的面积之和为，上

面3个面的面积之和为，左右4个侧面的面积之和为，所以该组合体除去下底面的所有面的面积之和为，故选B.

7.【答案】D

【解析】函数的图象与对称轴的一个交点就是曲线的顶点，该点旋转后变为，曲线也是等轴双曲线，所以的焦距为8，故选D.

8.【答案】C

【解析】在上没有最小值，则，解得，故选C.

9.【答案】D

【解析】以8个顶点为球心的球各有在正方体内，以6个面的中心为球心的球各有在正方体内，所以这些球在正方体的体积之和为4个半径为的球的体积之和，所以这些球在正方体内的体积之和与正方体的体积之比为，故选D.

10.【答案】A

【解析】设过点的直线与函数的图象切于点，则切线斜率，整理得，设，则问题转化为有3个零点，因为，由得或，所以，所以，，故选A.

11.【答案】C

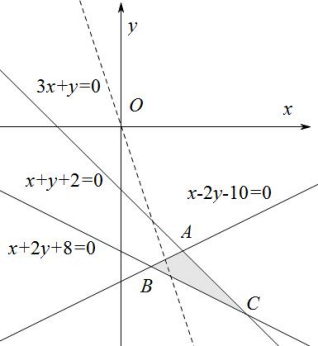
【解析】设，由得，由可得，所以，所以，所以，所以的离心率为，故选C.

12.【答案】A

【解析】设，则在上单调递减，所以，所以，所以，故选A.

13.【答案】

【解析】如图所示，不等式组表示的可行域是以为顶点的三角形区域，设，则，作直线，把该直线平移到点处取得最小值，.



14.【答案】

【解析】因为是偶函数，所以，所以.

15.【答案】

【解析】由的垂心到直线距离，设圆半径为，由塞尔瓦定理可得

，由圆的几何性质可得，联立解得，因为直线方程为，所以直线方程为，设，则到直线距离，解得（舍去）或，所以圆的标准方程为.

16.【答案】

【解析】因为，由正弦定理得，所以，即

，因为，所以，所以，

由余弦定理得，所以，当时取等号，

，设，则，在中由余弦定理得

，所以，当时，

取得最大值.所以的最大值为.

17.【解析】（1）设等差数列的公差为，

由得

，

解得，

所以

（2）由（1）得，

，

当时，

当，

时，

所以最小时的值为4或6

18.【解析】（1）由表中的数据和附注中的参考数据得









因为与的相关系数近似为0.997，说明与的线性相关程度相当高，从而可以用线性回归模型拟合与的关系.

（2）由及（1）得，

，

所以关于的回归方程为.

（说明：根据，得出也正确，）

19.【解析】（1）取中点，连接，

由已知可得，

所以，

因为，所以平面，

因为平面，

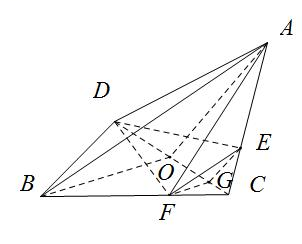
所以平面平面，

过作的平行线与的交点即为，过作的平行线与的交点即为，

因为，

所以，

所以当时，平面与直线垂直



（2）由题意可得，因为，所以，

由（1）可得，

，

所以的面积，

又点到平面的距离为，

所以三棱锥的体积，

在中，，

所以，

同理，

又，所以的面积，

设点到平面的距离为，则三棱锥的体积，

由得，所以.

20.【解析】（1）因为，

所以，

的定义域为，

设，则在上单调递增，且，

（i）若时单调递减，和时单调递增

（ii）若在上单调递增，

（iii）若时单调递减，和时单调递增，

综上得，时在上单调递减，在和上单调递增，时在上单调递增，时在上单调递减，在和上单调递增.

（2）由（1）知在上有极值点，则，且，

所以，

设，则

设，则

因为，所以，

所以在上单调递减，

所以，

所以在上单调递减，

，即.

21.【解析】（1）设，则的方程为，

与联立得，

因为直线与抛物线只有1个公共点，

所以，整理得，

所以，

又，

所以，

因为，

所以，

所以.

（2）时的方程为，

把代入得的方程为，

把代入得，

所以，

由（1）知，，设，

设直线方程为，与联立得，

是该方程的两个根，所以，所以，

所以，

所以.

22.【解析】（1）将中的参数消去，得，

把代入，

得直线的极坐标方程为.

（2）解法一：设，

由方程组得，

所以，即.

因为点到直线的距离，

所以，

所以的周长为

解法二：由，

得的直角坐标方程为，

即，

曲线是以为圆心，半径为2的圆，

点到直线的距离，

所以，

直线与直线垂直，点到直线的距离，

所以，

所以的周长为

23.【解析】（1）因为，

所以，

当时等号成立，

所以的最小值为2.

（2）因为且，

要证，

即证，

即证，

整理得，

所以即证，

而

，等号在时成立.

所以成立.