**南通市2024届高三第二次调研测试**

**数学**

|  |
| --- |
| **注意事项：**  **1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**  **2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置上，在其他位置作答一律无效。**  **3．本卷满分为150分，考试时间为120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。** |

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．已知单位向量，的夹角为120°，则

A．-2 B．0 C．1 D．2

2．在正方体中，下列关系正确的是

A． B． C． D．

3．一组样本数据删除一个数后，得到一组新数据：10，21，25，35，36，40．若这两组数据的中位数相等，则删除的数为

A．25 B．30 C．35 D．40

4．已知函数则

A． B． C． D．

5．设，，，则的最小值为

A． B． C． D．3

6．若函数有大于零的极值点，则实数*a*的取值范围为

A． B． C． D．

7．设抛物线的焦点为*F*，*C*的准线与*x*轴交于点*A*，过*A*的直线与*C*在第一象限的交点为*M*，*N*，且，则直线*MN*的斜率为

A． B． C． D．

8．若cos*α*，，成等比数列，则sin2*α*＝

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。**

9．已知双曲线的右焦点为*F*，直线是*C*的一条渐近线，*P*是*l*上一点，则

A．*C*的虚轴长为 B．*C*的离心率为

C．|*PF*|的最小值为2 D．直线*PF*的斜率不等于

10．已知，．若随机事件*A*，*B*相互独立，则

A． B． C． D．

11．已知函数*f*（*x*），*g*（*x*）的定义域均为**R**，*f*（*x*）的图象关于点（2，0）对称，，，则

A．*f*（*x*）为偶函数 B．*g*（*x*）为偶函数 C． D．

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12．设，i为虚数单位．若集合，，且，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．在△*ABC*中，，，*M*为*BC*的中点，，则*AM*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．若正四棱锥的棱长均为2，则以所有棱的中点为顶点的十面体的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_，该十面体的外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

15．（13分）甲公司推出一种新产品，为了解某地区消费者对新产品的满意度，从中随机调查了1000名消费者，得到下表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 满意 | 不满意 |
| 男 | 440 | 60 |
| 女 | 460 | 40 |

（1）能否有95％的把握认为消费者对新产品的满意度与性别有关；

（2）若用频率估计概率，从该地区消费者中随机选取3人，用*X*表示不满意的人数，求*X*的分布列与数学期望．

附：，．

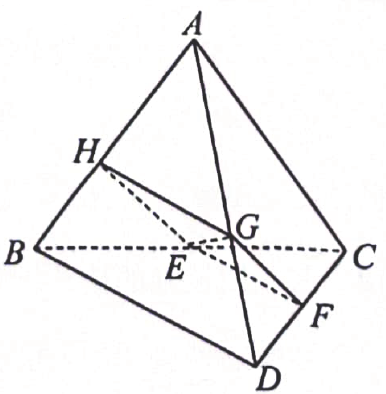
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| *k* | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

16．（15分）设函数．已知*f*（*x*）的图象的两条相邻对称轴间的距离为，且．

（1）若*f*（*x*）在区间（0，*m*）上有最大值无最小值，求实数*m*的取值范围；

（2）设*l*为曲线在处的切线，证明：*l*与曲线有唯一的公共点．

17．（15分）如图，边长为4的两个正三角形*ABC*，*BCD*所在平面互相垂直，*E*，*F*分别为*BC*，*CD*的中点，点*G*在棱*AD*上，，直线*AB*与平面*EFG*相交于点*H*．



（1）从下面两个结论中选一个证明：①；②直线*HE*，*GF*，*AC*相交于一点；

注：若两个问题均作答，则按第一个计分．

（2）求直线*BD*与平面*EFG*的距离．

18．（17分）已知数列的前*n*项和为，，．

（1）证明：数列为等比数列；

（2）设，求数列的前*n*项和；

（3）是否存在正整数*p*，*q*（），使得，，成等差数列？若存在，求*p*，*q*；若不存在，说明理由．

19．（17分）在平面直角坐标系*xOy*中，已知椭圆*Γ*：的离心率为，直线*l*与*Γ*相切，与圆O：相交于*A*，*B*两点．当*l*垂直于*x*轴时，．

（1）求*Γ*的方程；

（2）对于给定的点集*M*，*N*，若*M*中的每个点在*N*中都存在距离最小的点，且所有最小距离的最大值存在，则记此最大值为*d*（*M*，*N*）．

（ⅰ）若*M*，*N*分别为线段*AB*与圆*O*，*P*为圆*O*上一点，当△*PAB*的面积最大时，求*d*（*M*，*N*）；

（ⅱ）若*d*（*M*，*N*），*d*（*N*，*M*）均存在，记两者中的较大者为*H*（*M*，*N*）．已知*H*（*X*，*Y*），*H*（*Y*，*Z*），*H*（*X*，*Z*）均存在，证明：．