**2024年高三年级第一次适应性检测**

**数学试题2024.03**

**本试卷共4页，19题，全卷满分150分．考试用时120分钟．**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．等比数列中，，，则（ ）

A．32 B．24 C．20 D．16

2．在的展开式中，项的系数为（ ）

A．1 B．10 C．40 D．80

3．已知直线*a*，*b*和平面，，，则“”是“”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

4．△*ABC*内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若，，则△*ABC*的面积为（ ）

A．1 B． C．2 D．

5．2024年2月4日，“龙行中华——甲辰龙年生肖文物大联展”在山东孔子博物馆举行，展览的多件文物都有“龙”的元素或图案．出土于鲁国故城遗址的“出廓双龙勾玉纹黄玉璜”（图1）就是这样一件珍宝．玉璜璜身满刻勾云纹，体扁平，呈扇面状，璜身外镂空雕饰“*S*”型双龙，造型精美．现要计算璜身面积（厚度忽略不计），测得各项数据（图2）：cm，cm，cm，若，，则璜身（即曲边四边形*ABCD*）面积近似为（ ）



A． B． C．1 D．

6．记正项等差数列的前*n*项和为，，则的最大值为（ ）

A．9 B．16 C．25 D．50

7．，，，则的值为（ ）

A．2 B．1 C．0 D．－1

8．已知，，设点*P*是圆上的点，若动点*Q*满足：，，则*Q*的轨迹方程为（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．袋子中有6个相同的球，分别标有数字1，2，3，4，5，6，从中随机取出两个球，设事件*A*＝“取出的球的数字之积为奇数”，事件*B*＝“取出的球的数字之积为偶数”，事件*C*＝“取出的球的数字之和为偶数”，则

A．事件*A*与*B*是互斥事件 B．事件*A*与*B*是对立事件

C．事件*B*与*C*是互斥事件 D．事件*B*与*C*相互独立

10．已知复数*z*，下列说法正确的是（ ）

A．若，则*z*为实数 B．若，则

C．若，则的最大值为2 D．若，则*z*为纯虚数

11．已知函数，则（ ）

A．在区间单调递增

B．的图象关于直线对称

C．的值域为

D．关于*x*的方程在区间有实数根，则所有根之和组成的集合为

**三、填空题：本题共3个小题，每小题5分，共15分。**

12．已知集合，，则的所有元素之和为\_\_\_\_\_\_．

13．已知*O*为坐标原点，点*F*为椭圆的右焦点，点*A*，*B*在*C*上，*AB*的中点为*F*，，则*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_．

14．已知球*O*的表面积为，正四面体*ABCD*的顶点*B*，*C*，*D*均在球*O*的表面上，球心*O*为△*BCD*的外心，棱*AB*与球面交于点*P*．若平面，平面，平面，平面，且与之间的距离为同一定值，棱*AC*，*AD*分别与交于点*Q*，*R*，则△*PQR*的周长为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

15．（13分）为促进全民阅读，建设书香校园，某校在寒假面向全体学生发出“读书好、读好书、好读书”的号召，并开展阅读活动．开学后，学校统计了高一年级共1000名学生的假期日均阅读时间（单位：分钟），得到了如下所示的频率分布直方图，若前两个小矩形的高度分别为0.0075，0.0125，后三个小矩形的高度比为3：2：1．



（1）根据频率分布直方图，估计高一年级1000名学生假期日均阅读时间的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（2）开学后，学校从高一日均阅读时间不低于60分钟的学生中，按照分层抽样的方式，抽取6名学生作为代表分两周进行国旗下演讲，假设第一周演讲的3名学生日均阅读时间处于[80，100）的人数记为，求随机变量的分布列与数学期望．

16．（15分）

已知函数．

（1）若，曲线在点处的切线斜率为1，求该切线的方程；

（2）讨论的单调性．

17．（15分）

如图，在三棱柱中，与的距离为，，．



（1）证明：平面平面*ABC*；

（2）若点*N*在棱上，求直线*AN*与平面所成角的正弦值的最大值．

18．（17分）

已知*O*为坐标原点，点*W*为：和的公共点，，与直线相切，记动点*M*的轨迹为*C*．

（1）求*C*的方程；

（2）若，直线与*C*交于点*A*，*B*，直线与*C*交于点，，点*A*，在第一象限，记直线与的交点为*G*，直线与的交点为*H*，线段*AB*的中点为*E*．

（*i*）证明：*G*，*E*，*H*三点共线;

（*ii*）若，过点*H*作的平行线，分别交线段，于点*T*，，求四边形面积的最大值．

19．（17分）

记集合，对任意，设变换，．

定义运算：若，则，．

（1）若，用表示；

（2）证明：；

（3）若，，

证明：．

**2024年高三年级第一次适应性检测**

**数学参考答案及评分标准**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．**

1－8：ADBA　　CCBA

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．**

9．AB 10．AC 11．BCD

**三、填空题：本题共3个小题，每小题5分，共15分．**

12．0； 13． 14．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

15．（13分）

解：（1）由题知：各组频率分别为：0.15，0.25，0.3，0.2，0.1

日均阅读时间的平均数为：

（分钟）

（2）由题意，在[60，80），[80，100），[100，120]三组分别抽取3，2，1人

的可能取值为：0，1，2

则 



所以的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |



16．（15分）

解：（1）当时，，解得

又因为，所以切线方程为：

（2）的定义域为，

当时，得恒成立，在单调递增

当时，令，

（i）当即时，

恒成立，在单调递增

（ii）当即时，

由得，或，

由得，

所以在，单调递增，

在单调递减

综上：当时，在单调递增；

当时，在，单调递增；

在单调递减

17．（15分）

解：（1）取棱中点D，连接BD，因为，所以

因为三棱柱，所以，

所以，所以

因为，所以，；

因为，，所以，所以，

同理，

因为，且，平面，所以平面，

因为平面*ABC*，

所以平面平面*ABC*



（2）取*AB*中点*O*，连接，取*BC*中点*P*，连接*OP*，则，

由（1）知平面，所以平面

因为平面，平面，

所以，，

因为，则

以*O*为坐标原点，*OP*，*OB*，所在的直线为*x*轴、*y*轴、*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系*O－xyz*，

则，，，，

设点，

，，，

设面的法向量为，得，得，

取，则，，所以

设直线*AN*与平面所成角为，

则



若，则，

若，则，

当且仅当，即时，等号成立，

所以直线*AN*与平面所成角的正弦值的最大值

18．（17分）

解：（1）设，切点为*N*，则，

所以

化简得，所以*C*的方程为：

（2）（*i*）因为，所以可设，，

又因为，

所以*G*，*E*，*F*三点共线，同理，*H*，*E*，*F*三点共线，

所以*G*，*E*，*H*三点共线．

（*ii*）设，，，，*AB*中点为*E*，中点为*F*，

将代入得：，所以，，

所以，同理（均在定直线上）

因为，所以△*EAT*与△*EAH*面积相等，与△*EBH*面积相等；

所以四边形面积等于四边形*GAHB*面积

设，，

直线，即

整理得：直线，又因为，所以，

同理，直线，，所以

所以



所以四边形*GAHB*面积









当且仅当，即，即时取等号，

所以△*GAT*面积的最大值为16．

19．（17分）

解：（1）因为，

所以

（2）因为，

所以

又因为





所以

所以

（3）对于，

因为，

所以，

所以

所以



所以



