**河北区2023-2024学年度第一学期期末高三年级质量检测**

**数 学**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟.第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷4至8页.**

**第Ⅰ卷（选择题 共45分）**

**注意事项：**

**1.答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码.**

**2.每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.答在试卷上的无效.**

**3.本卷共9小题，每小题5分，共45分.**

**参考公式：**

|  |  |
| --- | --- |
| **如果事件****互斥，那么**  **如果事件****相互独立，那么** | **球的表面积公式**  **球的体积公式**  **其中****表示球的半径** |

**一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 已知集合，集合，则（ ）

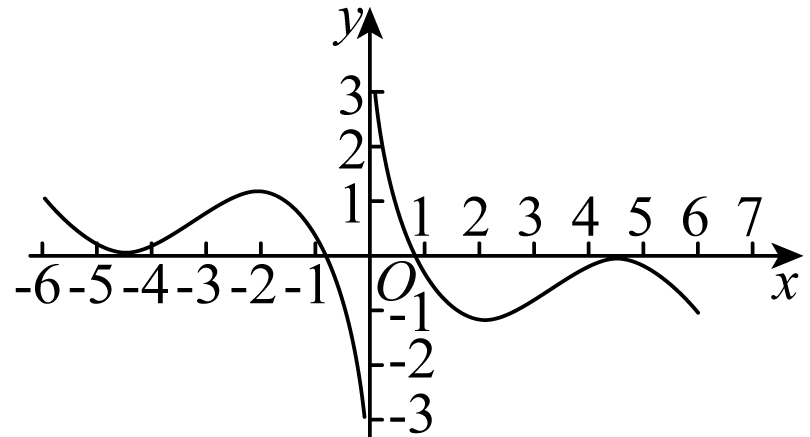
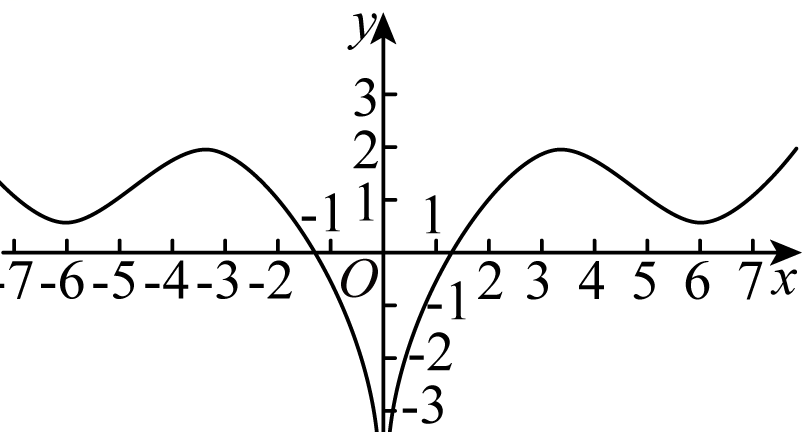
A.  B.  C.  D. 

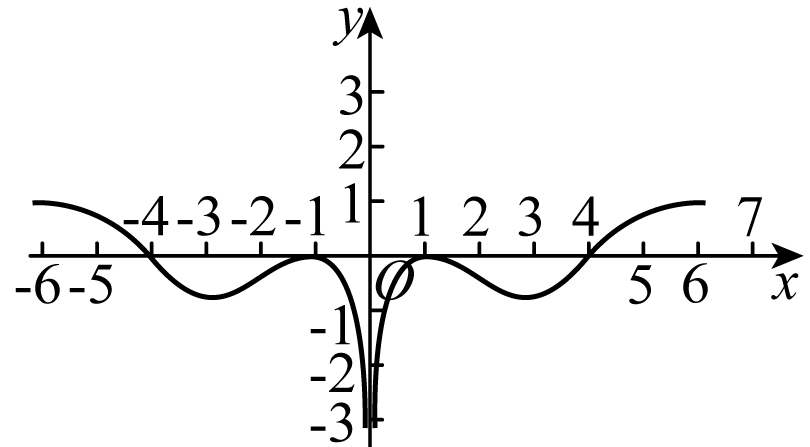
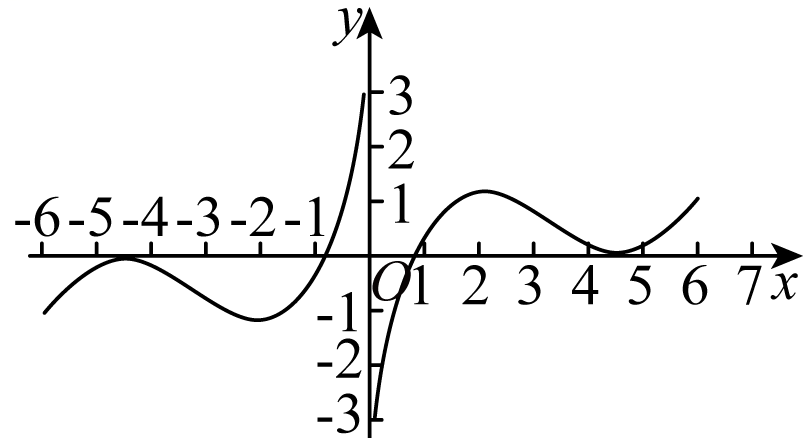
2. 设，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数的部分图像大致为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

4. 若，则的大小关系为（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 底面边长为，且侧棱长为的正四棱锥的体积和侧面积分别为（ ）

A.  B.  C. 32，24 D. 32，6

6. 物体在常温下的温度变化可以用牛顿冷却方程来描述：设物体的初始温度为，环境温度为，经过一段时间（单位：分钟）后物体的温度是，满足.将85℃的热水放到21℃的房间中，如果热水降到37℃需要16分钟，那么从37℃降到29℃还需要多少分钟？（ ）

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

7. 函数最小正周期为，将函数的图象向左平移个单位后得到的图象，则下列命题中不正确的是

A. 函数图象的两条相邻对称轴之间距离为；

B. 函数图象关于对称；

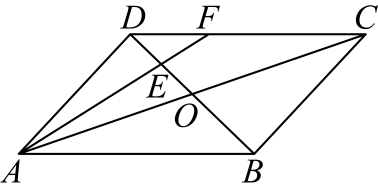
C. 函数图像关于对称；

D. 函数在内为单调减函数.

8. 若双曲线的离心率为2.抛物线的焦点为，抛物线的准线交双曲线于两点.若为等边三角形，则双曲线的焦距为（ ）

A 2 B. 4 C.  D. 

9. 如图，在平行四边形中，与交于点，是线段的中点，的延长线与交于点.若，则等于（ ）



A.  B.  C.  D. 

**第Ⅱ卷（非选择题）**

**二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分，请将案写在答题纸上）**

10. 是虚数单位，则复数共轭复数为\_\_\_\_\_\_.

11. 已知，若的展开式中含项的系数为40，则\_\_\_\_\_\_.

12. 将直线向右平移一个单位后，被圆截得的弦长为，则\_\_\_\_\_\_.

13. 甲乙两人射击，甲射击两次，乙射击一次.甲每次射击命中的概率是，乙命中的概率是，两人每次射击是否命中都互不影响，则甲乙二人全部命中的概率为\_\_\_\_\_\_；在两人至少命中两次的条件下，甲恰好命中两次的概率为\_\_\_\_\_\_.

14. 已知，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

15. 若函数恰有两个不同的零点，且，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

**三、解答题（本大题共5小题，共75分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）**

16. 在中，角的对边分别为，已知，.

（1）求的值；

（2）求的值；

（3）求的值.

17. 如图，直角梯形与等腰直角三角形所在的平面互相垂直，，为的中点.



（1）求证：；

（2）求直线与平面所成角的正弦值；

（3）线段上有一点，满足，求证：平面.

18. 设椭圆的左右焦点分别为，短轴的两个端点为，且四边形是边长为2的正方形.分别是椭圆的左右顶点，动点满足，连接，交椭圆于点.

（1）求椭圆的方程；

（2）求证：为定值.

19. 已知是等差数列，其公差不等于，其前项和为是等比数列，且.

（1）求和的通项公式；

（2）求数列的前项和；

（3）记，求的前项和.

20 已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）当时，求函数单调区间；

（3）在（2）的条件下，当时，，求实数的取值范围.

**河北区2023-2024学年度第一学期期末高三年级质量检测**

**数学**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟.第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷4至8页.**

**第Ⅰ卷（选择题 共45分）**

**注意事项：**

**1.答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码.**

**2.每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.答在试卷上的无效.**

**3.本卷共9小题，每小题5分，共45分.**

**参考公式：**

|  |  |
| --- | --- |
| **如果事件****互斥，那么**  **如果事件****相互独立，那么** | **球的表面积公式**  **球的体积公式**  **其中****表示球的半径** |

**一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 已知集合，集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据集合的交集运算，直接求交集即可.

【详解】由，，

可得.

故选：B.

2. 设，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

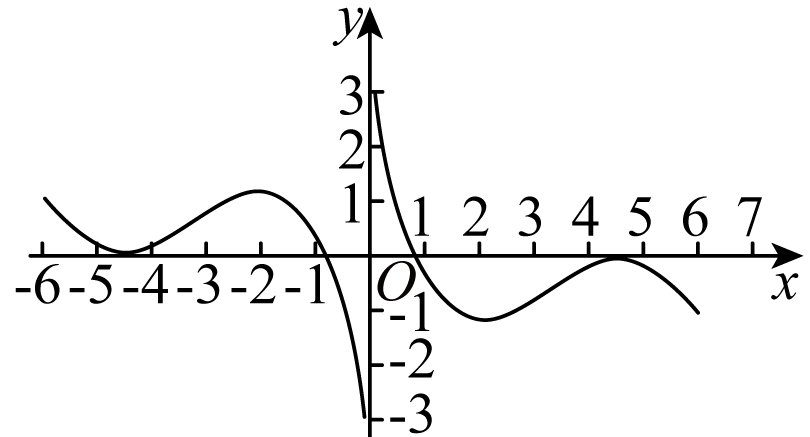
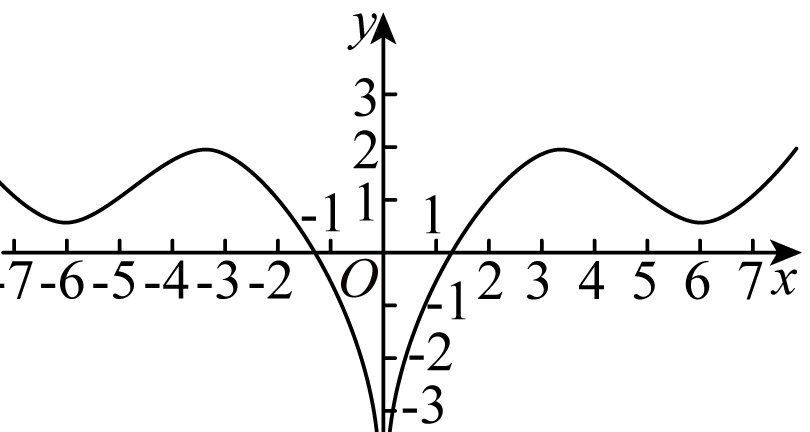
【分析】分别求出两个命题，得到递推关系，最后得到充分性和必要性即可.

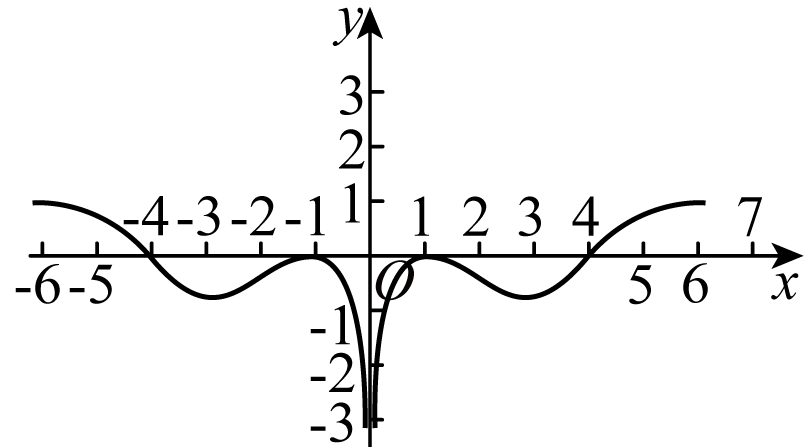
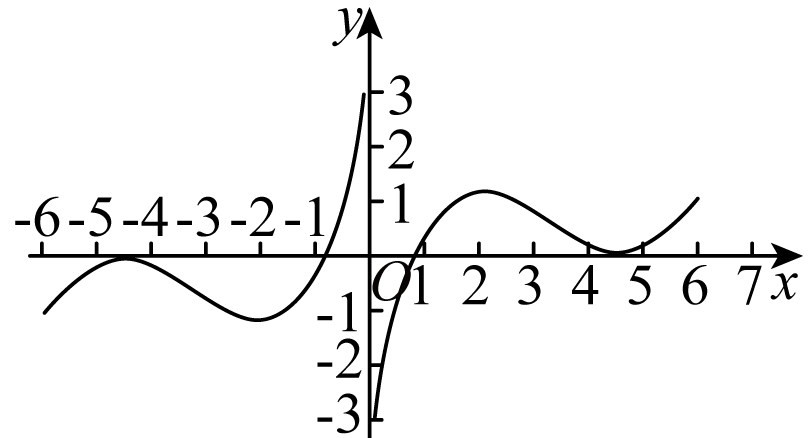
【详解】由，解得，由，解得，

所以“”是“”的充要条件，

故选：C

3. 函数的部分图像大致为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用函数的奇偶性可排除两个答案，再根据时，函数值的正负可得正确答案.

【详解】因为，所以为偶函数，排除A,D；

当时，，故排除C；

故选B

【点睛】本题考查根据函数的解析式选择对应函数图象，考查数形结合思想的应用，求解时要充分利用函数的性质和特殊点寻找解题的突破口.

4. 若，则的大小关系为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据指数函数、对数函数单调性，判断出的范围，从而可得答案．

【详解】因为是单调递减函数，

所以，

因为在上单调递增，

所以，

因为是单调递减函数，

，

综上，，

故选：A．

5. 底面边长为，且侧棱长为的正四棱锥的体积和侧面积分别为（ ）

A.  B.  C. 32，24 D. 32，6

【答案】A

【解析】

【分析】由正四棱锥的结构特征求高、斜高，根据体积、侧面积公式求结果.

【详解】由正四棱锥底面为正方形，且底面中心为顶点在底面上射影，

结合题设，底面对角线长为，则棱锥的高，斜高为，

所以正四棱锥的体积为，

侧面积为.

故选：A.

6. 物体在常温下的温度变化可以用牛顿冷却方程来描述：设物体的初始温度为，环境温度为，经过一段时间（单位：分钟）后物体的温度是，满足.将85℃的热水放到21℃的房间中，如果热水降到37℃需要16分钟，那么从37℃降到29℃还需要多少分钟？（ ）

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】D

【解析】

【分析】由题设，将代入并应用指数运算求得，再将代入公式求从37℃降到29℃需要的时间.

【详解】由题设，可得，

所以，则，可得.

故选：D

7. 函数的最小正周期为，将函数的图象向左平移个单位后得到的图象，则下列命题中不正确的是

A. 函数图象的两条相邻对称轴之间距离为；

B. 函数图象关于对称；

C. 函数图像关于对称；

D. 函数在内单调减函数.

【答案】C

【解析】

【分析】本题首先可通过函数的解析式得出函数的解析式，再通过函数的解析式得出函数的对称中心横坐标，即可得出答案．

【详解】将函数的图像向左平移个单位后得到，

函数的对称中心横坐标为，即，

C选项错误，故选C．

【点睛】一般地，我们研究函数的图像和性质时，通常用复合函数的方法来讨论，比如求函数的单调区间时，我们可以先确定的单调性，再通过函数的单调性确定外函数的单调区间后求出的范围即可，比如求函数的对称轴、对称中心时，可以由的对称轴或对称中心得到相应的对称轴或对称中心．

8. 若双曲线的离心率为2.抛物线的焦点为，抛物线的准线交双曲线于两点.若为等边三角形，则双曲线的焦距为（ ）

A. 2 B. 4 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由题可得代入双曲线，即可得解.

【详解】抛物线的准线交双曲线于两点.设，

,到准线距离为,

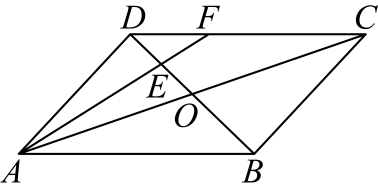
为等边三角形, 

代入双曲线,可得，

解得，

故选:D．

9. 如图，在平行四边形中，与交于点，是线段的中点，的延长线与交于点.若，则等于（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据两个三角形相似对应边成比例，得到，运用向量的加减运算和向量中点的表示，结合向量数量积的定义和性质，将向量用，表示，计算即可得到结果．

【详解】平行四边形，，，，，

可得，

是线段的中点，

可得，



；

，

则

．

故选：C

**第Ⅱ卷（非选择题）**

**二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分，请将案写在答题纸上）**

10. 是虚数单位，则复数的共轭复数为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据复数除法运算和共轭复数概念即可.

【详解】，

则其共轭复数为，

故答案为：.

11. 已知，若的展开式中含项的系数为40，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】求出展开式的通项公式，然后令的指数为4，由此建立方程即可求解

【详解】展开式的通项公式为，

令，解得，

所以项的系数为，解得,又，所以

故答案为：

12. 将直线向右平移一个单位后，被圆截得的弦长为，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】3或

【解析】

【分析】求出平移后直线的方程，再根据平移后的直线被圆截得的弦长，列式计算，即可得答案.

【详解】由题意将直线向右平移一个单位后，得到的直线的方程为，

圆的圆心到该直线的距离为，

由于直线被圆截得的弦长为，

故，解得或，

故答案为：3或

13. 甲乙两人射击，甲射击两次，乙射击一次.甲每次射击命中的概率是，乙命中的概率是，两人每次射击是否命中都互不影响，则甲乙二人全部命中的概率为\_\_\_\_\_\_；在两人至少命中两次的条件下，甲恰好命中两次的概率为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】利用互斥事件的概率加法公式、相互独立事件的概率乘法公式，分别计算对应概率，即可选出答案. 根再根据条件概率的计算公式即可求解.

【详解】甲射击目标恰好命中两次的概率为，则甲乙二人全部命中的概率为，

两人至少命中两次为事件*A*,甲恰好命中两次为事件*B,*，

，

所以.

故答案为：,.

14. 已知，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】先将式子化简消去分子的，进而利用基本不等式即可求解.

【详解】因为，

所以

，

当且仅当，即时，等号成立.

所以的最小值为.

故答案为：.

15. 若函数恰有两个不同的零点，且，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】题意转化为方程恰有两个不同的根，即与恰有两个不同的交点，数形结合可求得结果.

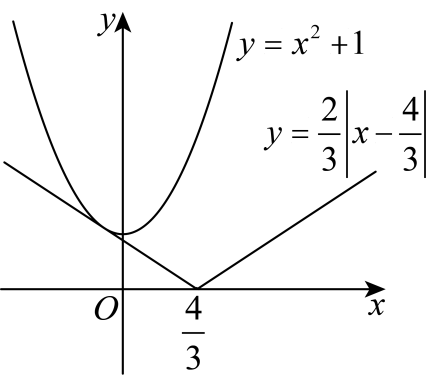
【详解】由题意函数恰有两个不同的零点，，且，

即方程恰有两个不同的根，，且显然，

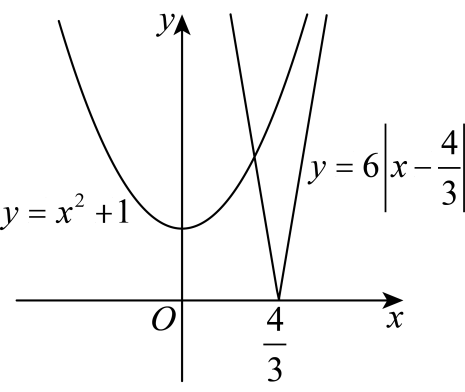
即与恰有两个不同的交点，

设与相切，则有两个等根，由即，解得或.

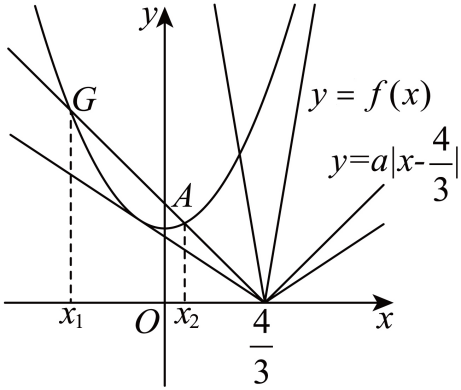
所以当时，与的图象如图所示，



当时，与的图象如图所示，



所以当时，与恰有两个不同的交点，即方程恰有两个不同的根,



当时，对应的直线与相切，解得切点横坐标为，

当时，对应的直线与相交，解得两交点横坐标为和1，

又，所以函数与恰有两个不同的交点，则.

所以的取值范围为.

故答案为：.

【点睛】思路点睛：函数恰有两个不同的零点，，

即转化为函数与恰有两个不同的交点，数形结合找到相切时的临界情况运算得解.

**三、解答题（本大题共5小题，共75分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）**

16. 在中，角的对边分别为，已知，.

（1）求的值；

（2）求的值；

（3）求的值.

【答案】（1）

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）先根据正弦定理求得的关系，然后结合已知条件求得的关系，最后根据余弦定理求解出的值；

（2）先求解出，然后根据正弦定理求解出；

（3）先根据二倍角公式求解出的值，然后根据两角和的正弦公式求解出结果.

【小问1详解】

，由正弦定理可得，

.

由余弦定理可得.

【小问2详解】

，

由正弦定理，得，

.

小问3详解】

，

.

17. 如图，直角梯形与等腰直角三角形所在的平面互相垂直，，为的中点.



（1）求证：；

（2）求直线与平面所成角正弦值；

（3）线段上有一点，满足，求证：平面.

【答案】（1）证明见解析；

（2）；

（3）证明见解析.

【解析】

【分析】（1）由题设知、，再由线面垂直的判定、性质证结论；

（2）由面面垂直的性质得，构建空间直角坐标系，应用向量法求线面角；

（3）根据（2）坐标系，向量法证明线面平行即可.

【小问1详解】

由为的中点，得.

四边形为直角梯形，且，

所以四边形为正方形，则，又，面，

所以平面，平面，则.

【小问2详解】

面面，且，面面，面，

所以平面，平面，则，故两两垂直，

以为原点，分别以的方向为轴，轴，轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系.



三角形为等腰直角三角形，且，

则，故.

平面的一个法向量为，设直线与平面所成的角为，

则，即直线与面所成角正弦值为.

【小问3详解】

由（2）知，而，得，

故，且，

设面的法向量为，则，取，得.

所以，且平面，故平面.

18. 设椭圆的左右焦点分别为，短轴的两个端点为，且四边形是边长为2的正方形.分别是椭圆的左右顶点，动点满足，连接，交椭圆于点.

（1）求椭圆的方程；

（2）求证：为定值.

【答案】（1）；

（2）证明见解析.

【解析】

【分析】（1）根据题设得，结合椭圆参数关系即可得方程；

（2）设直线的方程为，联立椭圆并应用韦达定理求坐标，根据已知确定坐标，再由向量数量积的坐标表示求，即可证.

【小问1详解】

由题设，，得，

椭圆的方程为.

【小问2详解】



由（1）知，由题意知，直线的斜率存在且不为0，

设直线的方程为，联立，

消去得，其中是直线与椭圆一个交点，

所以，则，代入直线得，故.

又，将代入，得，则.

所以，为定值.

19. 已知是等差数列，其公差不等于，其前项和为是等比数列，且.

（1）求和的通项公式；

（2）求数列的前项和；

（3）记，求前项和.

【答案】（1），

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）根据条件列出关于的方程组，由此求解出的值，则和的通项公式可求；

（2）利用错位相减法求解出；

（3）先将的通项公式裂项为，然后采用裂项相消法求和.

【小问1详解】

设数列的公比为，

，

，即，

整理得，

，，

.

【小问2详解】

，

设，

则，

将以上两式相减得：

，

.

【小问3详解】

，



.

20. 已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）当时，求函数的单调区间；

（3）在（2）的条件下，当时，，求实数的取值范围.

【答案】（1）

（2）单调递减区间是，单调递增区间是

（3）

【解析】

【分析】（1）当时，分别求出的值即可得解.

（2）对函数求导，令，得或，且满足，进一步即可得解.

（3）由题意只需，即，解不等式即可得解.

【小问1详解】

时，，

，整理得.

曲线在点处的切线方程为.

【小问2详解】

，

，

令，

，解得或，且满足.

当变化时，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 2 |  |
|  | - | 0 | + | 0 | - |
|  |  | 极小值 |  | 极大值 |  |

函数单调递减区间是，单调递增区间是.

【小问3详解】

由（2）可知，函数在区间单调递增，在区间单调递减，

，

解得，

，

实数的取值范围为.

【点睛】关键点睛：第二问的关键是将极值点先求出来，然后根据导数与单调性的关系即可得解，第三问的关键是由，列出相应的不等式，从而即可顺利得解.