**2024年天津市八所重点学校高三毕业班联考**

**数学试卷**

本试卷分第Ⅰ卷(选择题) 和第Ⅱ卷(非选择题) 两部分，共 150分，考试时间 120分钟.考试结束后，上交答题卡.

第Ⅰ 卷(选择题, 共45分)

一. 选择题：本题共9小题，每小题5分，共45分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，请将正确答案的序号填涂到答题卡上.

1、已知全集, 集合 ,则

2、若,则 是 的( )

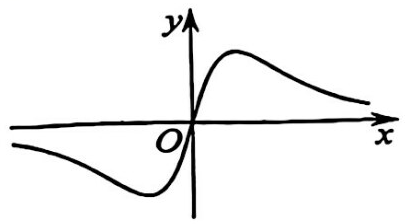
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3、已知 则( )

A. b>c>a B. b>a>c C. c>a>b D. c>b>a

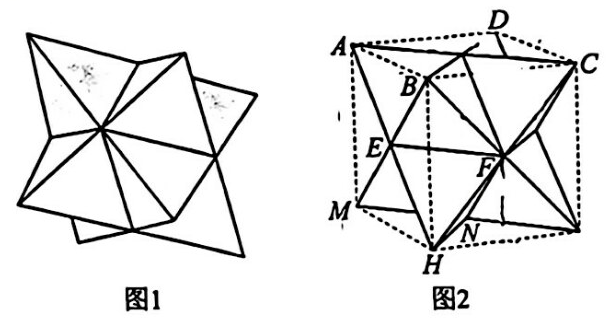
4、函数的部分图象如下图所示，则的解析式可能为( )



5、已知某公路上经过的货车与客车的数量之比为3：1，货车和客车中途停车修理的概率分别为 0.03 和0.01，则t辆汽车中途停车修理的概率为( )

6、已知 m为实数，若 则向量在上的投影向量为( )

7、清初著名数学家孔林宗曾提出一种“蒺藜形多面体”，其可由相同的两个正交的正四面体组合而成(如图1)，也可由正方体切割而成(如图2).在“蒺藜形多面体”中，若正四面体的棱长为2，则该几何体的体积为( )



B. 2 D. 4

8、 已知过原点O的直线与双曲线 交于 A，B两点(点 A 在第一象限), F₁,F₂分别为双曲线E 的左、右焦点, 延长AF₂交E于点C,若 则双曲线 E的渐近线方程为 ( )

9、 已知函数 的对称中心到对称轴的最小距离为 将的图象向右平移个单位长度后所得图象关于y轴对称，且关于函数有下列四种说法：

① 是的一个对称轴： 是 的一个对称中心；

③在 上单调递增： ④若 则

以上四个说法中，正确的个数为 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第Ⅱ卷 (非选择题, 共 105 分)

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分. 请将正确的答案填写到答题纸上.

10.若复数z满足 (其中是虚数单位)，则z的虚部为 .

11. 在 的展开式中，项的系数为 .(用数字填写答案)

12. 已知直线与⊙ 交于 A,B 两点, 写出满足“△ABC 面积为 的实数m的 个值 (写出其中 个即可)

13.学习于才干信仰，犹如运动于健康体魄，持之已久、行之愈远愈受益. 为实现中华民族伟大复兴，全国各行各业掀起了“学习强国”的高潮. 某老师很喜欢“学习强国”中“挑战答题”模块，他记录了自己连续七天每天一次最多答对的题数如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 天数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 一次最多答对题数y | 12 | 15 | 16 | 18 | 21 | 24 | 27 |

参考数据：

相关系数

由表中数据可知该老师每天一次最多答对题数y与天数之间是 相关(填“正”或“负”)，其相关系数r≈ (结果保留两位小数)

14.已知点 A为抛物线 上一点(点 A在第一象限)，点F 为抛物线的焦点，准线为，线段 AF 的中垂线交准线l于点D，交x轴于点E(D、E在 AF 的两侧)，四边形ADFE为菱形，若点P、 Q分别在边 DA、EA上, 若 则 的最小值为 , 的最小值为 .

15.函数 ,函数 若函数 恰有2个零点，则实数的取值范围是 .

三. 解答题：本大题共5小题，共75分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16.(本小题满分 14分)

在 中, 内角A,B,C所对的边分别为已知.

(1) 求角 A的大小;

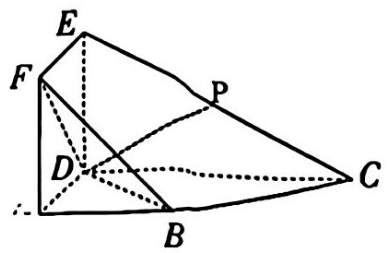
(2) 若

(i) 求的值; (ii ) 求的面积.

17.(本小题满分 15分)

如图，正方形 ADEF 与梯形 ABCD 所在平面互相垂直，已知. 点 P 为线段EC 的中点.

(1) 求证: BF ∥平面CDE;

(2) 求直线DP与平面 BDF 所成角的正弦值；

(3) 求平面 BDF 与平面CDE 夹角的余弦值.

18.(本小题满分 15分)

已知椭圆 分别是椭圆C的左、右焦点，点 A为左顶点，椭圆上的点到左焦点距离的最小值是焦距的

(1) 求椭圆C的离心率；

(2)直线过椭圆C的右焦点F₂，与椭圆C交于P，O两点(点P在第一象限). 且 面积的最大值为

(i) 求椭圆C 的方程;

(ii) 若直线 AP, AQ分别与直线 交于M,N 两点,

求证：以 MN 为直径的圆恒过右焦点F₂.

19.(本小题满分 15分)

已知数列是正项等比数列，是等差数列，且

(1) 求数列和的通项公式;

(2) 表示不超过的最大整数，表示数列 的前项和， 集合 共有4个元素，求λ范围；

(3) ，数列 的前2n项和为 求证：

20.(本小题满分 16 分)

已知函数 (e是自然对数的底数) .

(1) 当 1时, 求函数在点 处的切线方程;

(2) 当 时,

(i) 求证：函数存在唯一的极值点