

**2023～2024学年度上学期六校高二期末联考试卷**

**数 学**

**考生注意：**

**1.本试卷分选择题和非选择题两部分.满分150分，考试时间120分钟.**

**2.答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.**

**3.考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效.**

**4.本卷命题范围：人教A版选择性必修第一册，选择性必修第二册第四章.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知数列满足，（），则（ ）

A.  B. 0 C.  D. 2

2. 焦点在直线上的抛物线的标准方程为（ ）

A. 或 B. 或

C. 或 D. 或

3. 若双曲线（，）的一条渐近线经过点，则双曲线的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 阿基米德不仅是著名的物理学家，也是著名的数学家，他利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积.若焦点在轴上的椭圆的离心率为，面积为，则椭圆的标准方程为（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 记为等比数列的前项和，若，，则（ ）

A. 48 B. 81 C. 93 D. 243

6. 经过第一、二、三象限的直线：与圆：相交于，两点，若，则的最大值是（ ）

A 8 B. 4 C. 2 D. 1

7. 已知等差数列  与等差数列  的前  项和分别为  与 , 且, 则（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知，直线：与：的交点在圆：上，则的最大值是（ ）

A.  B.  C.  D. 

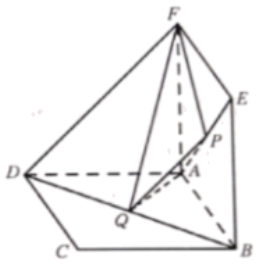
**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9 已知直线：，则（ ）

A. 不过原点 B. 的横截距为

C. 的斜率为 D. 与坐标轴围成的三角形的面积为3

10. 如图，四边形，都是边长为2的正方形，平面平面，，分别是线段，的中点，则（ ）



A.  B. 异面直线，所成角为

C. 点到直线的距离为 D. 的面积是

11. 某高中通过甲、乙两家餐厅给1920名学生提供午餐，通过调查发现：开学后第一天有的学生到甲餐厅就餐，剩余的学生到乙餐厅就餐，从第二天起，在前一天选择甲餐厅就餐的学生中，次日会有的学生继续选择甲餐厅，在前一天选择乙餐厅就餐的学生中，次日会有的学生选择甲餐厅．设开学后第*n*天选择甲餐厅就餐的学生比例为，则（ ）

A 

B. 是等比数列

C. 第100天选择甲餐厅就餐的学生比例约为

D. 开学后第一个星期（7天）中在甲餐厅就过餐的有5750人次

12. 经过抛物线：（）的焦点的直线交于两点，为坐标原点，设，（），的最小值是4，则下列说法正确的是（ ）

A. 

B. 

C. 若点是线段中点，则直线的方程为

D. 若，则直线的倾斜角为60°

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若方程表示双曲线，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

14. 已知等差数列的项数为，其中奇数项之和为140，偶数项之和为120，则数列的项数是\_\_\_\_\_\_.

15. 在四面体中，，，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16. 在各项均为正数的等差数列中，，，，成等比数列，保持数列中各项先后顺序不变，在与（）之间插入个3，使它们和原数列的项构成一个新的数列，记的前项和为，则\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知的圆心为，且过点．

（1）求的标准方程；

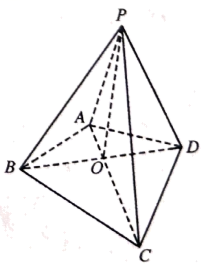
（2）若直线与相切于点，求的方程．

18. 已知是各项均为正数的等比数列，其前项和为，，，，成等差数列.

（1）求数列的通项公式；

（2）若，求数列的前项和.

19. 如图，在四棱锥中，与交于点，平面，，.



（1）求证：平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

20. 已知是离心率为的椭圆：（）上任意一点，是椭圆的右焦点，且的最小值是1.

（1）求椭圆的方程；

（2）过点的直线与椭圆相交于，两点，若，求直线的方程.

21. 已知数列的前项和为，且满足，等差数列满足，.

（1）求数列的通项公式；

（2）设，求数列的前项和.

22. 已知，分别是双曲线：（，）的左、右焦点，，点到的渐近线的距离为3.

（1）求双曲线标准方程及其渐近线方程；

（2）已知点为坐标原点，动直线与相切，若与的两条渐近线交于，两点，求证：的面积为定值.



**2023～2024学年度上学期六校高二期末联考试卷**

**数学**

**考生注意：**

**1.本试卷分选择题和非选择题两部分.满分150分，考试时间120分钟.**

**2.答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.**

**3.考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效.**

**4.本卷命题范围：人教A版选择性必修第一册，选择性必修第二册第四章.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知数列满足，（），则（ ）

A.  B. 0 C.  D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】根据递推公式可得数列的周期性即可求解.

【详解】由，可得，

，

，

因此为周期数列，且周期为3，

故，

故选：B

2. 焦点在直线上的抛物线的标准方程为（ ）

A. 或 B. 或

C. 或 D. 或

【答案】C

【解析】

【分析】根据焦点即可求解抛物线方程.

【详解】直线与坐标轴的交点为以及，

所以抛物线的焦点为或，

当焦点为，此时抛物线方程为，

当焦点为时，此时抛物线的方程为，

故选：C

3. 若双曲线（，）的一条渐近线经过点，则双曲线的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求出渐近线方程，得到，从而得到离心率.

【详解】由题意得的渐近线方程为，

显然在上，故，

故，

即双曲线的离心率为.

故选：A

4. 阿基米德不仅是著名的物理学家，也是著名的数学家，他利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积.若焦点在轴上的椭圆的离心率为，面积为，则椭圆的标准方程为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】设出椭圆方程，由题意可得，结合离心率以及的关系，可得出答案.

【详解】设椭圆的标准方程为，焦距为，

依题意有，解得，，∴椭圆的标准方程为，

故选：C．

5. 记为等比数列的前项和，若，，则（ ）

A. 48 B. 81 C. 93 D. 243

【答案】C

【解析】

【分析】根据等比数列前项和先确定公比，再计算得，从而计算得的值，即可得的值.

【详解】设等比数列的公比为，因为，，

若，则，得，则，故，

则，所以，

所以，所以.

故选：C.

6. 经过第一、二、三象限的直线：与圆：相交于，两点，若，则的最大值是（ ）

A. 8 B. 4 C. 2 D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由条件可得直线经过圆心，则可得，再由基本不等式，代入计算，即可得到结果.

【详解】因为圆：，即，

圆心为，半径为3，且，

则直线经过圆心，即，所以，

又直线经过第一、二、三象限，则，即，

则，当且仅当时，等号成立，

所以的最大值是4.

故选：B

7. 已知等差数列  与等差数列  的前  项和分别为  与 , 且, 则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由等差数列性质可得，由等差数列前项和公式可得、，即可令，代入计算即可得.

【详解】因为数列、都是等差数列, 所以,

又，，

故，，即有,

在中，令，得，

故.

故选：D

8. 已知，直线：与：的交点在圆：上，则的最大值是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据两条直线的位置关系和所过的定点，结合圆与圆的位置关系进行求解即可.

【详解】，所以直线恒过点，

，所以直线恒过点，

由两条直线的方程可以判断直线与直线互相垂直，

因此点在以为直径的圆上，线段中点为，

半径为，

圆的圆心为，半径为，

由已知条件可知点在圆：上，

所以圆与圆相交或相切，，

因此有，

解得：，所以则的最大值是，

故选：A

【点睛】关键点睛：通过直线方程判断交点的位置，根据圆与圆的位置关系进行求解是解题的关键.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知直线：，则（ ）

A. 不过原点 B. 的横截距为

C. 的斜率为 D. 与坐标轴围成的三角形的面积为3

【答案】AC

【解析】

【分析】根据直线方程的确定点是否再直线上可判断A，由横截距、斜率的概念可判断B，C，由横纵截距求解与坐标轴围成的三角形的面积可判断D.

【详解】已知直线：，

对于A，原点不满足直线方程，故不过原点，故A正确；

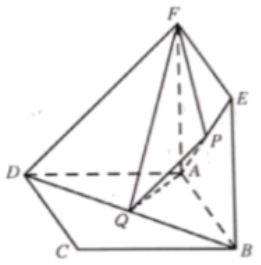
对于B，当时，，故的横截距为，故B不正确；

对于C，直线的方程可化为，则的斜率为，故C正确；

对于D，当时，，则与坐标轴围成的三角形的面积为，故D不正确.

故选：AC.

10. 如图，四边形，都是边长为2的正方形，平面平面，，分别是线段，的中点，则（ ）



A.  B. 异面直线，所成角

C. 点到直线的距离为 D. 的面积是

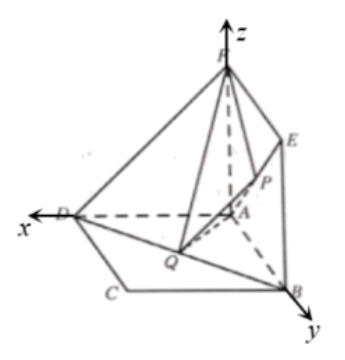
【答案】ABD

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，由空间向量的坐标运算证明线线平行、求异面直线的夹角、点到直线的距离、再根据空间中三角形面积公式逐一求解判定各选项即可．

【详解】由题可得：，，两两垂直，

以为坐标原点，，，所在直线分别为轴，轴，轴建立空间直角坐标系如图所示，



则,0,，,2,，,0,，,2,，,0,，

对于A，因为，分别是线段，的中点，所以,1,，,1,，

所以,0,，,0,，又，不共线，所以，故A正确；

对于B，,1,，,,，设异面直线，所成角为，

则，

又因为，所以，即异面直线，所成角为，故B正确；

对于C，由,,，,0,，得，

所以点到直线的距离为，故C不正确；

对于D，因为，所以到的距离即为到的距离，

所以的面积．故D正确．

故选：ABD．

11. 某高中通过甲、乙两家餐厅给1920名学生提供午餐，通过调查发现：开学后第一天有的学生到甲餐厅就餐，剩余的学生到乙餐厅就餐，从第二天起，在前一天选择甲餐厅就餐的学生中，次日会有的学生继续选择甲餐厅，在前一天选择乙餐厅就餐的学生中，次日会有的学生选择甲餐厅．设开学后第*n*天选择甲餐厅就餐的学生比例为，则（ ）

A. 

B. 是等比数列

C. 第100天选择甲餐厅就餐的学生比例约为

D. 开学后第一个星期（7天）中在甲餐厅就过餐的有5750人次

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据给定的信息求出递推公式判断A；变形递推公式判断B；求出通项公式，利用通项公式求项及前7项和判断CD即可.

【详解】依题意，当时，，A正确；

当时，，又，即，

因此数列是以为首项，为公比的等比数列，B正确；

显然，即，则，C错误；

显然，又有1920名学生，

所以开学后第一个星期（7天）中在甲餐厅就过餐的有人次，D正确．

故选：ABD

12. 经过抛物线：（）的焦点的直线交于两点，为坐标原点，设，（），的最小值是4，则下列说法正确的是（ ）

A. 

B. 

C. 若点是线段的中点，则直线的方程为

D. 若，则直线的倾斜角为60°

【答案】BCD

【解析】

【分析】设出直线的方程并与抛物线方程联立，化简写出根与系数关系，根据的最小值求得，由此逐项分析即可.

【详解】由题焦点，直线的斜率存在且不为零，

可设直线的方程为，

联立，得，

所以，

则，

则，

当时，等号成立，

所以，抛物线方程为，

所以，

则，故A错误；

又,

所以，

，

所以，故B正确；

若点是线段的中点，

则即，

所以直线的方程为，C正确；

若，则，

即，

所以，

又，所以，

化为，

解得，或（舍），

又，故，

所以,

所以直线的斜率为，

直线的倾斜角为60°，故D正确，

故选：BCD.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若方程表示双曲线，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据双曲线的方程即可求解.

【详解】若方程表示双曲线，显然，

则由可得，

故,

故答案为：

14. 已知等差数列的项数为，其中奇数项之和为140，偶数项之和为120，则数列的项数是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据等差数列的前项和公式，结合等差数列奇数项与偶数项之间的关系进行求解即可.

【详解】设等差数列的公差为，

因为等差数列的项奇数项之和为140，偶数项之和为120，

所以有，

故答案为：

15. 在四面体中，，，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据空间向量数量积的运算进行求解即可.

【详解】因为，所以，

又，所以，

所以.

又，，所以，

所以.

又，所以．

故答案为：

16. 在各项均为正数的等差数列中，，，，成等比数列，保持数列中各项先后顺序不变，在与（）之间插入个3，使它们和原数列的项构成一个新的数列，记的前项和为，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】348

【解析】

【分析】计算出公差，得到，从而得到，，，……，，，再求和即可.

【详解】设公差为，由题意得，

即，解得，

解得或（舍去），

故，，

则，，，，

，，，

，，，

，，

故.

故答案为：348

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知的圆心为，且过点．

（1）求的标准方程；

（2）若直线与相切于点，求的方程．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）利用圆心坐标和圆上的一个点的坐标求圆的标准方程；

（2）利用直线与圆的位置关系求解.

【小问1详解】

由题可知，的半径为,

所以的标准方程为.

【小问2详解】

因为直线与相切于点，且,

所以，所以，

由点斜式得，，整理得，.

18. 已知是各项均为正数的等比数列，其前项和为，，，，成等差数列.

（1）求数列的通项公式；

（2）若，求数列的前项和.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据等差数列可得，再由等比数列的基本公式计算可得公比的值，从而得数列的通项公式；

（2）根据裂项相消法直接求数列的前项和即可.

【小问1详解】

设等比数列的公差为，则，

由，，成等差数列可得，即，

又，所以，即，解得或（舍），

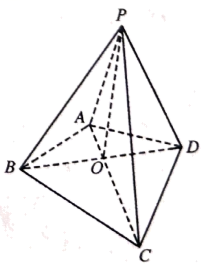
所以；

【小问2详解】

由（1）可得，所以，

所以.

19. 如图，在四棱锥中，与交于点，平面，，.



（1）求证：平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明过程见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）根据余弦定理、勾股定理，结合线面垂直的判定定理和性质进行证明即可；

（2）结合（1）中的结论，建立空间直角坐标系，利用空间向量夹角公式进行求解即可.

【小问1详解】

设，所以，

因此，

由余弦定理可知，，

因为，所以，

因此，于有，

因此有，即，而，

所以，因此，即，

因为平面，平面，

所以，因为平面，

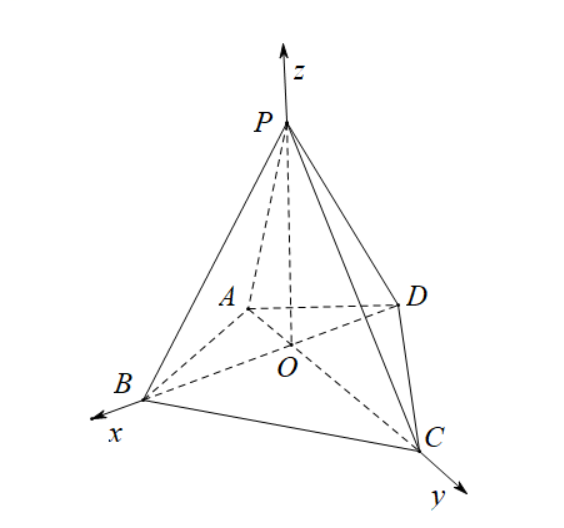
所以平面；

【小问2详解】

因为平面，平面，

所以，由（1）知，，

所以建立如图所示的空间直角坐标系，



因为，，所以，

即，

于是，

，

设平面的法向量为，

则有，

所以直线与平面所成角的正弦值为，

即直线与平面所成角的正弦值.

20. 已知是离心率为的椭圆：（）上任意一点，是椭圆的右焦点，且的最小值是1.

（1）求椭圆的方程；

（2）过点的直线与椭圆相交于，两点，若，求直线的方程.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）先由离心率得到，，设，，表达出，结合最小值得到方程，求出，得到椭圆方程；

（2）当过点的直线的斜率为0时不合要求，当过点的直线的斜率不为0时，设出方程，联立椭圆方程，得到两根之和，两根之积，由弦长公式列出方程，求出直线方程.

【小问1详解】

由题意得，，故，

又，故，

设，，则，即，



，

故当时，取得最小值，最小值为，

故，

则，椭圆方程为；

【小问2详解】

当过点的直线的斜率为0时，，不合要求，

当过点的直线的斜率不为0时，设为，



联立得，

恒成立，

设，则，

故，

故，解得，

故直线方程为.

21. 已知数列的前项和为，且满足，等差数列满足，.

（1）求数列的通项公式；

（2）设，求数列的前项和.

【答案】（1），

（2）

【解析】

【分析】（1）根据与之间的关系，结合等比数列的定义和通项公式、等差数列的通项公式进行求解即可；

（2）利用错位相减法，结合等差数列和等比数列的前项和公式进行求解即可.

【小问1详解】

由，

当时，由，

两式相减，得，

因此数列是以2为首项，为公式的等比数列，

即，

设等差数列的公差为，

因为，所以，

因此，

即，；

【小问2详解】

由（1）可知，，

所以，

设数列前项和为，

则有，

，

两式相减，得

即，

因此.

22. 已知，分别是双曲线：（，）的左、右焦点，，点到的渐近线的距离为3.

（1）求双曲线的标准方程及其渐近线方程；

（2）已知点为坐标原点，动直线与相切，若与的两条渐近线交于，两点，求证：的面积为定值.

【答案】（1）双曲线的标准方程为，渐近线方程为

（2）证明过程见详解.

【解析】

【分析】（1）利用焦距求出，利用点到直线距离公式表示到的渐近线的距离求出，

再利用求出，然后求出渐近线.

（2）讨论直线的斜率是否存在，且当直线的斜率存在时，设出直线方程，与双曲线方程联立，根据，找到参数之间的关系，线段的长，利用点到直线的距离公式求出三角形的高，求得面积，即可证明.

【小问1详解】

因为，所以，因为，渐近线为，

即则到的渐近线的距离为可表示为，

所以，

所以双曲线的标准方程为，渐近线方程为.

【小问2详解】

①当直线经过双曲线的顶点时直线的斜率不存在，此时直线方程为，

此时易得，点到直线的距离为，所以此时

②当直线的斜率存在时设直线为，

由得

因为直线于双曲线相切，所以且，

整理得且，即

由得，则

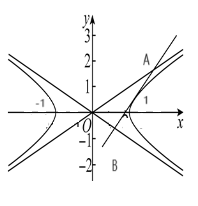
同理得到

所以

点到直线的距离

所以

所以的面积为定值3.



【点睛】利用，找到参数之间的关系，再利用公式求得，利用点到直线的距离公式求出三角形的高，进而求出面积是解题关键.