**辽宁省实验中学2023—2024学年度上学期12月份月考考试**

**高二数学试卷**

**一、单项选择题（本大题共8个小题，每小题5分，共40分）．**

1. 若则方程所表示的曲线一定不是（ ）

A. 直线 B. 圆 C. 抛物线 D. 双曲线

2. 两条不同直线，的方向向量分别为，，则这两条直线（ ）

A. 相交或异面 B. 相交 C. 异面 D. 平行

3. 直线：，：，若，则实数的值为（ ）

A.  B. 1 C. 或1 D. 

4. 若直线：关于直线*l*：对称的直线为，则的方程为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 已知椭圆E:＋＝1(a>b>0)的右焦点为F(3,0)，过点F的直线交椭圆于A、B两点．若AB的中点坐标为(1，－1)，则E的方程为

A. ＋＝1 B. ＋＝1

C. ＋＝1 D. ＋＝1

6. 在正四面体中，其外接球的球心为，则（ ）

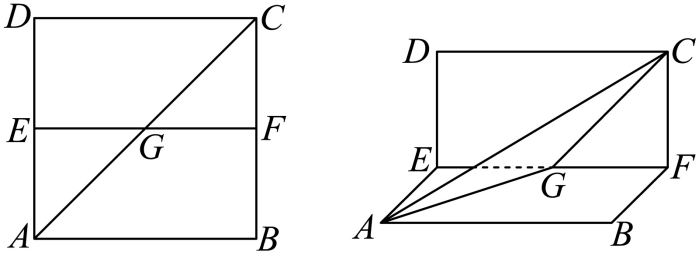
A.  B. 

C.  D. 

7. 已知圆关于直线对称，过点作圆*C*的两条切线和，切点分别为，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 如图，在正方形中，点，分别是线段，上动点，且，与交于*G*，在与之间滑动，但与和均不重合．现将四边形沿直线折起，使平面平面，在从滑动到的过程中，的大小（ ）



A. 先变小后变大 B. 先变大后变小 C. 不发生变化 D. 由小变大

**二、多项选择题（本大题共4个小题，每题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）**

9. 已知分别为直线方向向量（不重合），分别为平面，的法向量（，不重合），则下列说法中，正确的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

10. 下列四个方程所表示的曲线中既关于*x*轴对称，又关于*y*轴对称的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

11. 已知*P*为双曲线右支上的一个动点（不经过顶点），，分别是双曲线的左、右焦点，的内切圆圆心为，过做，垂足为*A*，下列结论正确的是（ ）

A. 的横坐标为2 B. 

C.  D. 

12. 已知点在抛物线的准线上，过抛物线的焦点作直线交于、两点，则（ ）

A. 抛物线的方程是 B. 

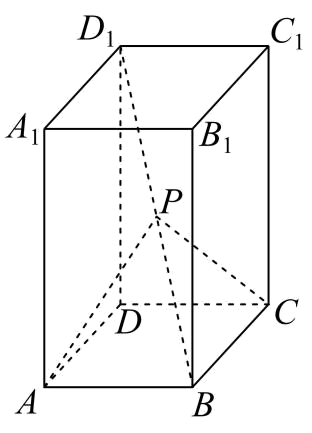
C. 当时， D. 

**三、填空题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分）**

13. 点是圆内异于圆心的点，则直线与该圆的位置关系是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 已知向量，，若，则*m*，*n*满足的关系式为\_\_\_\_\_\_．

15. 在长方体中，，，动点*P*在体对角线上（含端点），则点*B*到平面的最大距离为\_\_\_\_\_\_．



16. 已知圆与双曲线，若在双曲线上存在一点*P*，使得过点*P*所作圆的两条切线，切点为*A*、*B*，且，则双曲线的离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

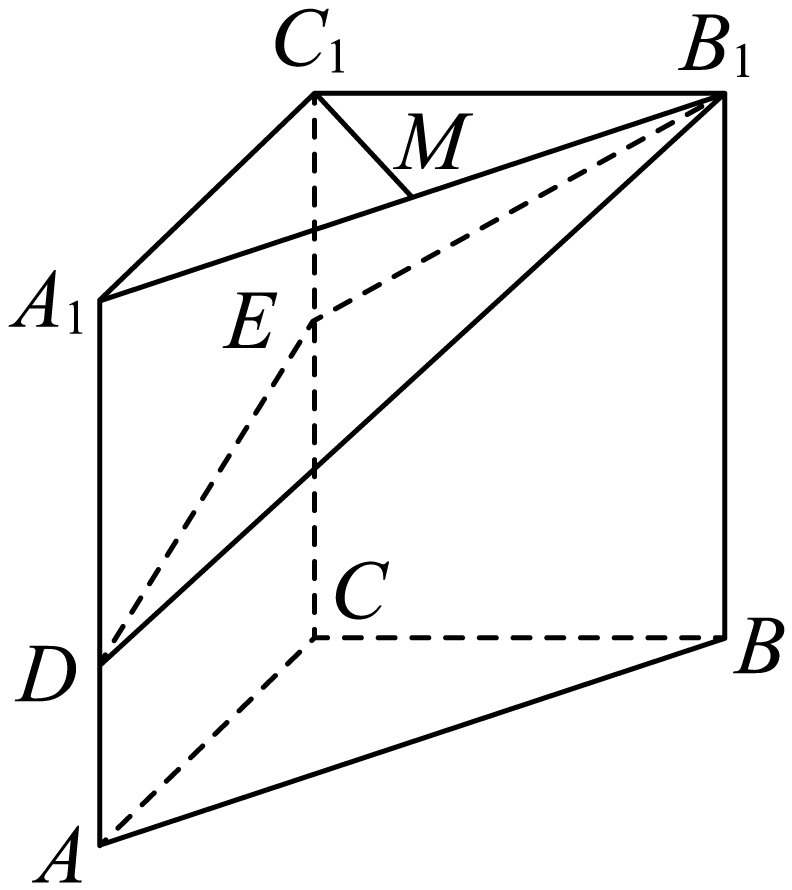
**四、解答题（本大题共6个小题，共70分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

17. 已知点为抛物线上一点，*F*为的焦点，*A*、*B*是*C*上两个动点．

（1）直线经过点*F*时，求最小值．

（2）若直线，的倾斜角互补，与*C*的另一个交点为*A*，求直线的斜率．

18. 如图，在三棱柱中，平面，点，分别在棱和棱上，且为棱中点．



（1）求证：平面；

（2）若，求二面角余弦值．

19. 设椭圆：的左、右顶点分别为*C*，*D*，且焦距为2.*F*为椭圆的右焦点，点*M*在椭圆上且异于*C*，*D*两点.若直线与的斜率之积为.

（1）求椭圆的标准方程；

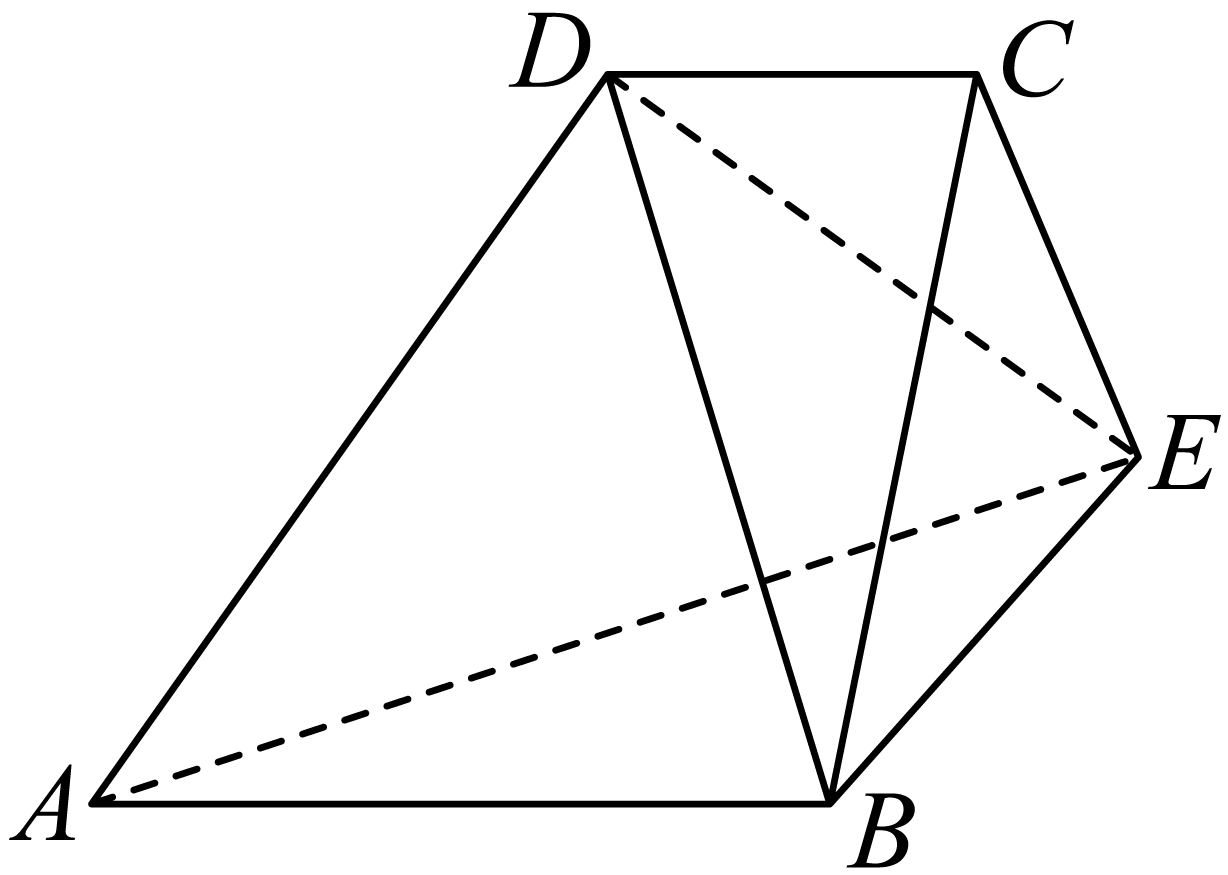
（2）过点作一条斜率不为0的直线与椭圆*E*相交于*A*，*B*两点（*A*在*B*，*P*之间），直线与椭圆*E*的另一个交点为*H*，求证：点*A*，*H*关于*x*轴对称.

20. 已知点到直线：的距离和它到定点的距离之比为常数．

（1）求点的轨迹的方程；

（2）若点是直线上一点，过作曲线的两条切线分别切于点与点，试求三角形面积的最小值．（二次曲线在其上一点处的切线为）

21. 如图，四棱锥中，平面平面，，，，，．



（1）求证：平面平面；

（2）若，求与平面所成角的正切值．

22. 已知点在双曲线上．

（1）点，为的左右顶点，为双曲线上异于，的点，求的值；

（2）点，在上，且，，为垂足，证明：存在定点，使得为定值．

**辽宁省实验中学2023—2024学年度上学期12月份月考考试**

**高二数学试卷**

**一、单项选择题（本大题共8个小题，每小题5分，共40分）．**

1. 若则方程所表示的曲线一定不是（ ）

A. 直线 B. 圆 C. 抛物线 D. 双曲线

【答案】C

【解析】

【分析】讨论参数*m*的取值，从而确定方程所代表的曲线，即可判断各项的正误.

【详解】当时，曲线方程为，即为两条直线；

当时，曲线方程为，即为原点为圆心，半径为1的圆；

当时，曲线方程为，即为双曲线；

而不论*m*为何值时，都不可能为抛物线.

故选：C

2. 两条不同直线，的方向向量分别为，，则这两条直线（ ）

A. 相交或异面 B. 相交 C. 异面 D. 平行

【答案】A

【解析】

【分析】令，利用空间向量的坐标运算判断即可.

【详解】令，即，

则，此方程组无解，则直线，不平行，即相交或异面.

故选：A．

3. 直线：，：，若，则实数的值为（ ）

A.  B. 1 C. 或1 D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知得出，求解得出的值，代入的方程检验，即可得出答案.

【详解】由可得，，即，

解得或.

当时，方程为，方程为不重合，满足；

当时，方程为，方程为，即，与重合，舍去.

综上所述，.

故选：A.

4. 若直线：关于直线*l*：对称的直线为，则的方程为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】直线与*l*的交点在直线上，并且直线上任取一点，该点关于直线*l*的对称点也在直线上，根据两点坐标求出斜率，即可求出直线的方程.

【详解】联立，解得，即与*l*的交点为.

又点在上，设*A*关于*l*的对称点为，

则，解得，即，

所以直线的斜率，

从而直线的方程为，

即.

故选：D

5. 已知椭圆E:＋＝1(a>b>0)的右焦点为F(3,0)，过点F的直线交椭圆于A、B两点．若AB的中点坐标为(1，－1)，则E的方程为

A. ＋＝1 B. ＋＝1

C. ＋＝1 D. ＋＝1

【答案】D

【解析】

【详解】设、，所以，运用点差法，所以直线的斜率为，设直线方程为，联立直线与椭圆的方程，所以；又因为，解得.

【考点定位】本题考查直线与圆锥曲线的关系，考查学生的化归与转化能力.

6. 在正四面体中，其外接球的球心为，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

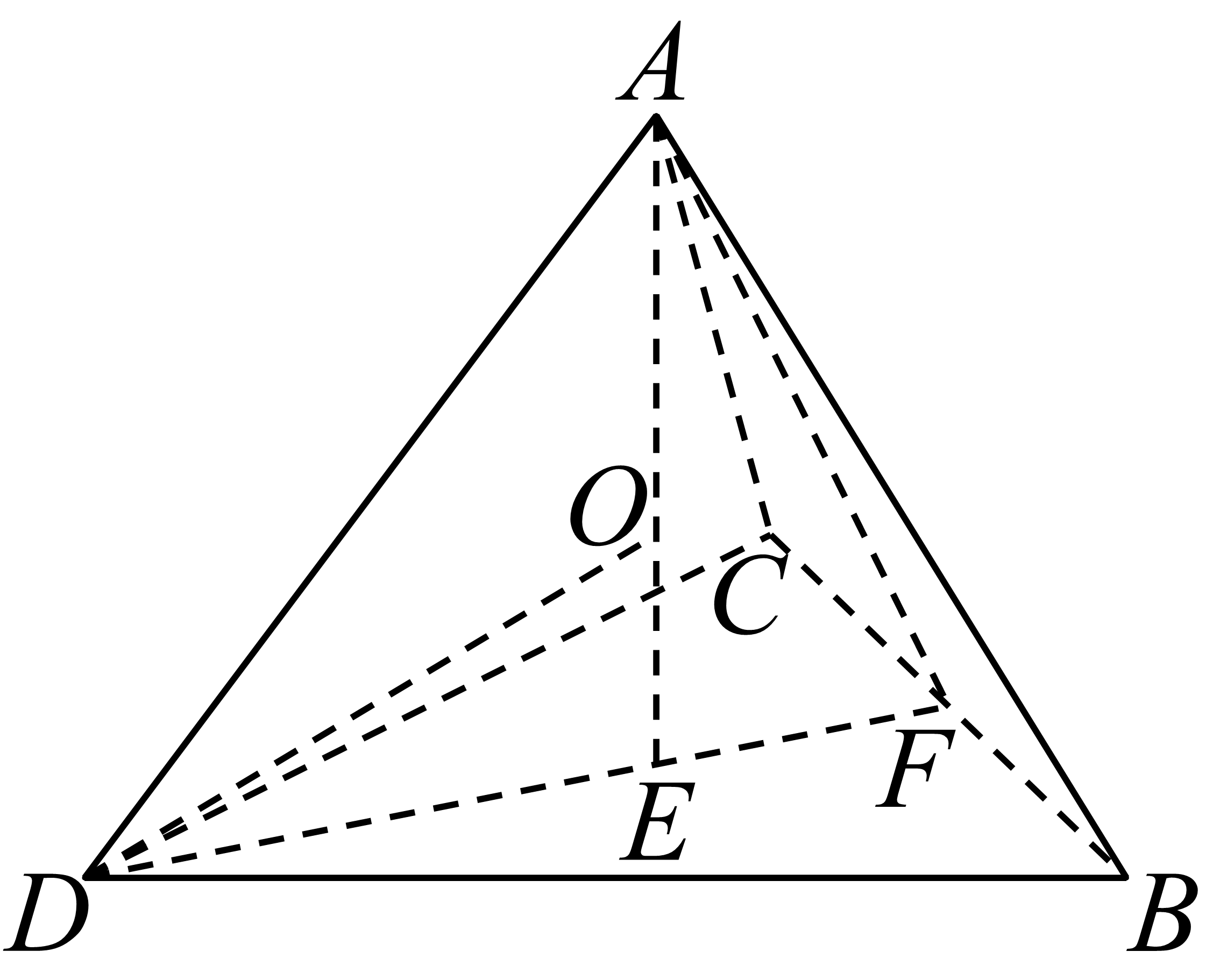
【分析】根据立体图形结合空间向量的线性运算即可.

【详解】由题知，在正四面体中，因为是外接球的球心，

设三角形的中心为点的中点为，则，

，．

故选：C．



7. 已知圆关于直线对称，过点作圆*C*的两条切线和，切点分别为，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】圆心在直线上，求出，利用切线算出的长度，再利用等面积法即可的.

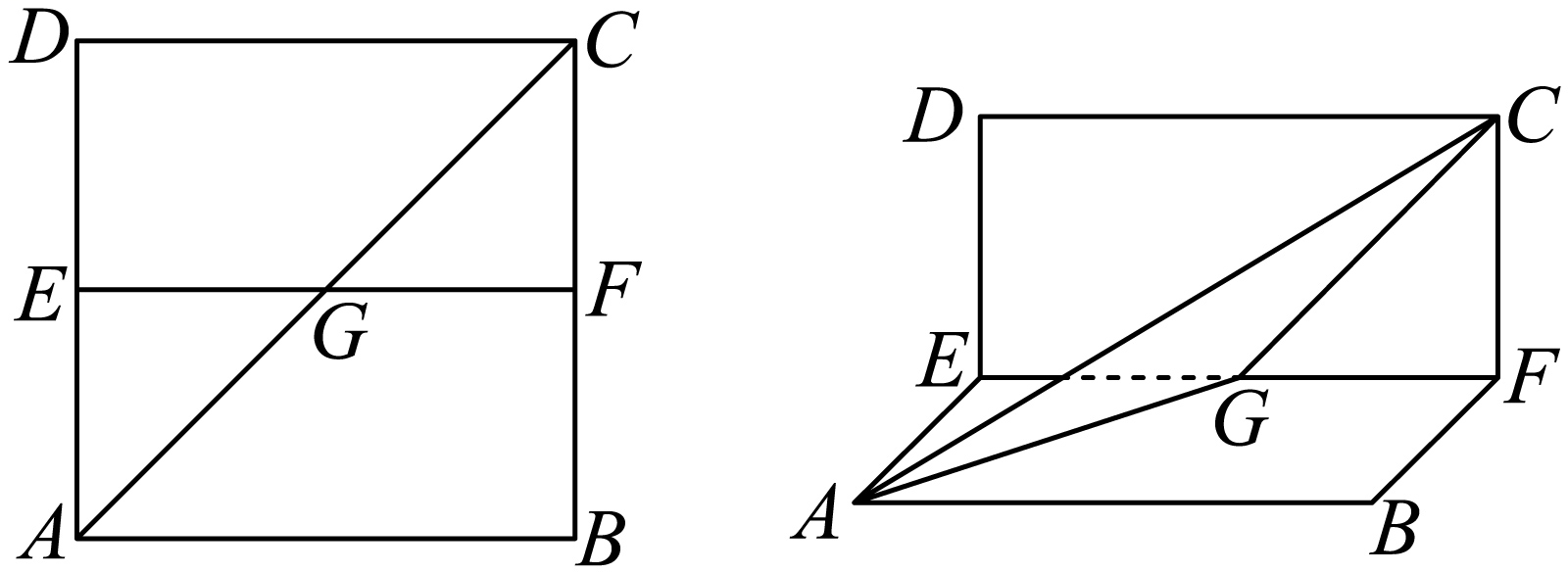
【详解】圆心在直线上，解得，因此，，

，

,

故选:D

8. 如图，在正方形中，点，分别是线段，上的动点，且，与交于*G*，在与之间滑动，但与和均不重合．现将四边形沿直线折起，使平面平面，在从滑动到的过程中，的大小（ ）



A. 先变小后变大 B. 先变大后变小 C. 不发生变化 D. 由小变大

【答案】C

【解析】

【分析】以为原点，，，所在的直线为轴，建立空间直角坐标系，设正方形的边长为，，利用空间向量的数量积可判断.

【详解】设正方形的边长为，，

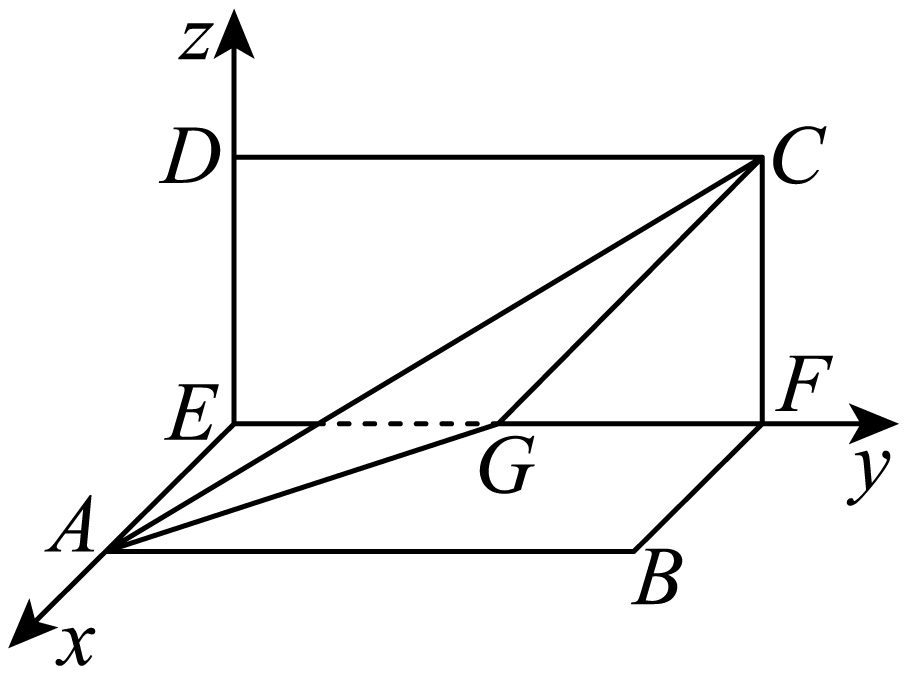
，，，，，

，，

，

由面面垂直关系可知，即角度不会发生变化，所以C正确；

故选：C.



**二、多项选择题（本大题共4个小题，每题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）**

9. 已知分别为直线的方向向量（不重合），分别为平面，的法向量（，不重合），则下列说法中，正确的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据直线方向向量、平面法向量定义，结合向量间的位置关系判断线线、线面、面面关系即可.

【详解】A：由题设，对；

B：由题设，或，错；

C：由题设，对；

D：由题设，对.

故选：ACD

10. 下列四个方程所表示的曲线中既关于*x*轴对称，又关于*y*轴对称的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】由同时满足方程求得正确答案.

【详解】关于轴的对称点为，关于轴的对称点为，

同时满足方程、、，ACD选项正确.

，是开口向上的抛物线，关于轴对称，不关于轴对称，B选项错误.

故选：ACD

11. 已知*P*为双曲线右支上的一个动点（不经过顶点），，分别是双曲线的左、右焦点，的内切圆圆心为，过做，垂足为*A*，下列结论正确的是（ ）

A. 的横坐标为2 B. 

C.  D. 

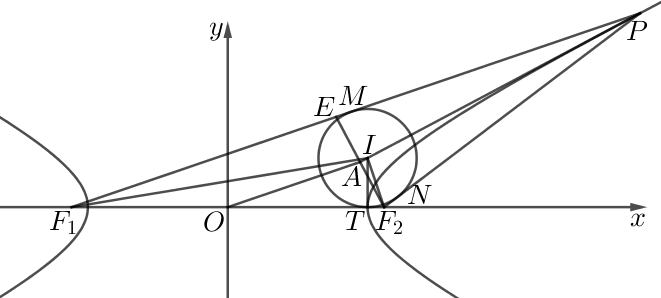
【答案】ABC

【解析】

【分析】求出双曲线的实半轴长及半焦距，再利用双曲线的定义，结合三角形内切圆的性质逐项计算判断即得.

【详解】双曲线的实半轴长，半焦距，

设的内切圆在，，上的切点分别为，切点，



显然，即，而，则的横坐标为，A正确；

设的内切圆半径为，则，B正确；

延长交于点，由平分，，得，为的中点，

因此，即有，C正确；

，D错误.

故选：ABC

12. 已知点在抛物线的准线上，过抛物线的焦点作直线交于、两点，则（ ）

A. 抛物线的方程是 B. 

C. 当时， D. 

【答案】BCD

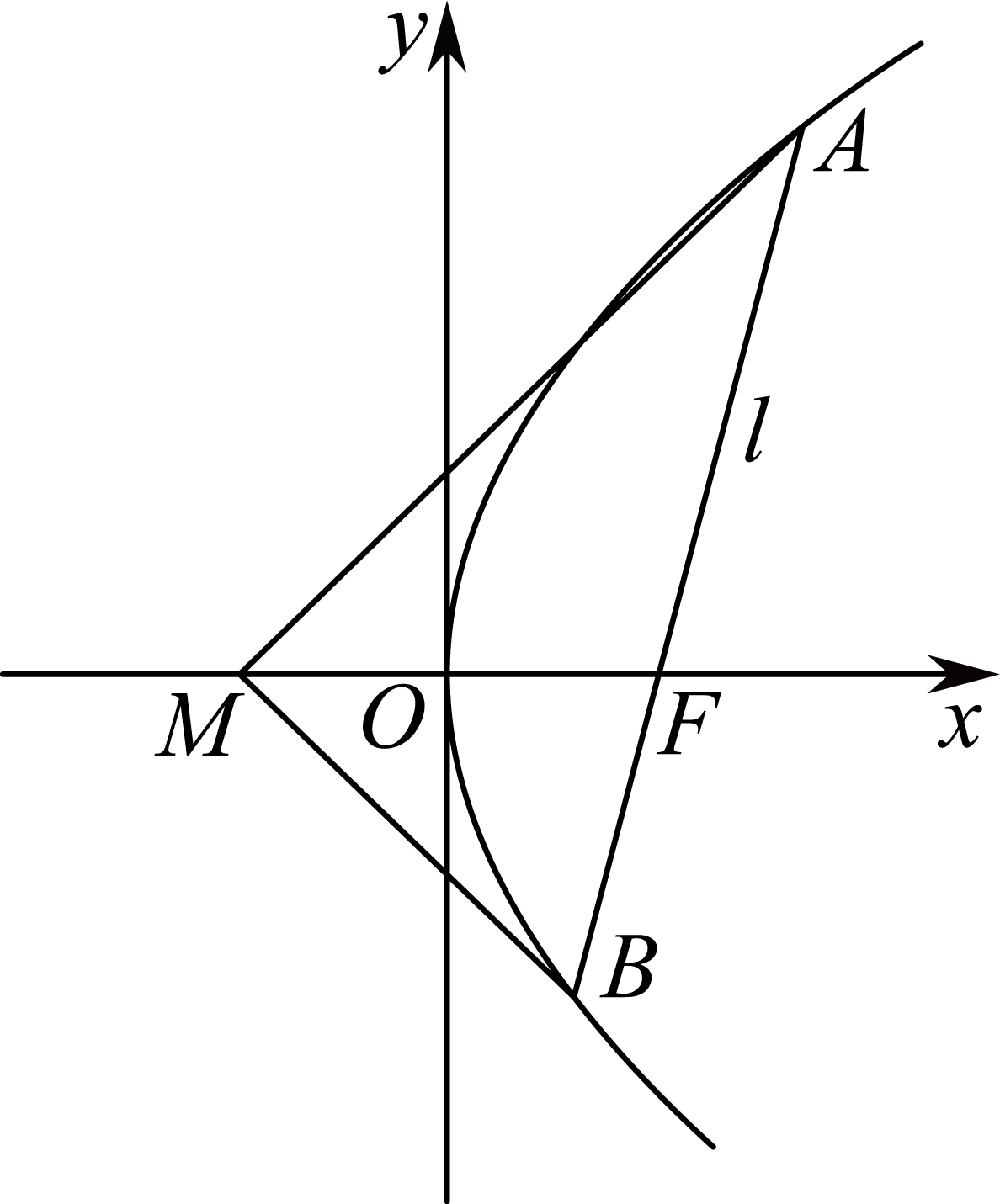
【解析】

【分析】求出的值，可得出抛物线的方程，可判断A选项；设直线的方程为，将该直线的方程与抛物线的方程联立，利用韦达定理可判断B选项；根据平面向量的线性运算，结合韦达定理求出的值，再结合抛物线的焦点弦长公式可判断C选项；计算出直线、的斜率之和，可判断D选项.

【详解】对于A选项，抛物线的准线方程为，

因为点在抛物线准线上，则，可得，

所以，抛物线的方程为，A错；



对于B选项，抛物线的焦点为，

若直线与轴重合，此时，直线与抛物线只有一个公共点，不合乎题意，

所以，直线不与轴重合，设直线的方程为，

联立，可得，，则，

所以，，B对；

对于C选项，因为，即，则，

因为，可得，

则，则，

此时，

，C对；

对于D选项，，同理可得，

所以，

，所以，，D对.

故选：BCD.

**三、填空题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分）**

13. 点是圆内异于圆心的点，则直线与该圆的位置关系是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】相离

【解析】

【分析】由点与圆的位置关系可得：，

由点到直线的距离公式可得圆心到直线的距离，则有，即可判断直线与圆的位置关系.

【详解】解：因为是圆内异于圆心的点，

所以，即 ，①

又圆心到直线的距离，②

联立①②可得的，

即直线与该圆的位置关系是相离，

故答案为相离.

【点睛】本题考查了点与圆的位置关系及点到直线的距离公式，重点考查了直线与圆的位置关系，属中档题.

14. 已知向量，，若，则*m*，*n*满足的关系式为\_\_\_\_\_\_．

【答案】（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据得到存在实数，使，根据坐标运算列式可得答案.

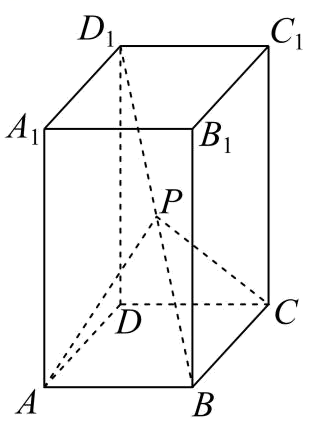
【详解】，，，

则存在实数，使，

即，可得*m*，*n*满足的关系式为或等

故答案为：（答案不唯一）.

15. 在长方体中，，，动点*P*在体对角线上（含端点），则点*B*到平面的最大距离为\_\_\_\_\_\_．

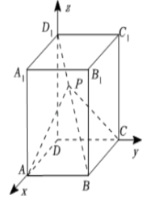


【答案】

【解析】

【分析】以点为原点建立空间直角坐标系，利用向量法求出点*B*到平面的距离，然后求其最值即可.

【详解】如图，以点为原点建立空间直角坐标系，



设，

则，

则，故，

则，，

设平面的法向量，

则，取可得，

则点*B*到平面的距离为，

当时，点*B*到平面的距离为，

当时，.

当且仅当时，等号成立，

所以点*B*到平面的最大距离为.

故答案为：.

16. 已知圆与双曲线，若在双曲线上存在一点*P*，使得过点*P*所作的圆的两条切线，切点为*A*、*B*，且，则双曲线的离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】连接，则，设点，则，分析可得，可得范围，进而可得离心率的范围.

【详解】连接，则，

由切线长定理可得，又，，

所以

所以，

则

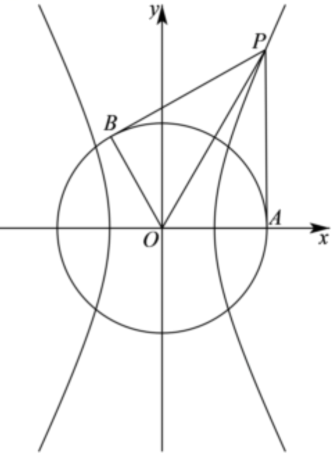
设点，则，且，

所以

所以，

故.

故答案为：.



**四、解答题（本大题共6个小题，共70分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

17. 已知点为抛物线上一点，*F*为的焦点，*A*、*B*是*C*上两个动点．

（1）直线经过点*F*时，求的最小值．

（2）若直线，的倾斜角互补，与*C*的另一个交点为*A*，求直线的斜率．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）先代入点的坐标求出抛物线方程，设直线的方程为，与抛物线联立，利用韦达定理及焦半径公式求解的最小值；

（2）先利用求出坐标，再利用求出点坐标，进而可得直线的斜率．

【小问1详解】

点为抛物线上一点

，得，即抛物线方程为，

设直线的方程为，，

联立，消去得，，

，

.

当时，等号成立，

直线经过点*F*时，求的最小值为

【小问2详解】

直线，的倾斜角互补，，

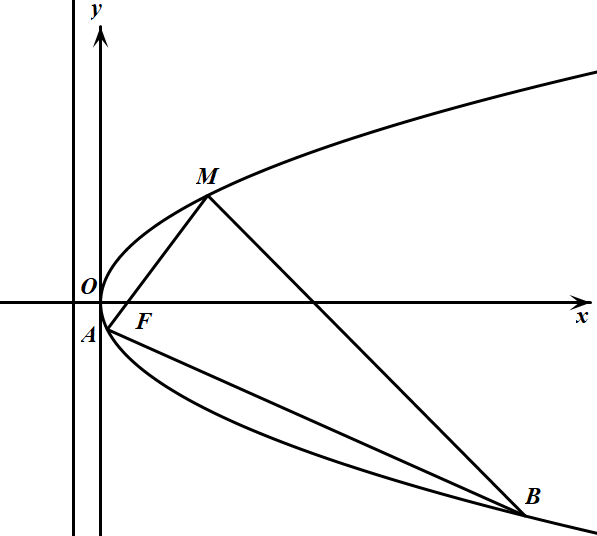
则直线的斜率

解得，则，

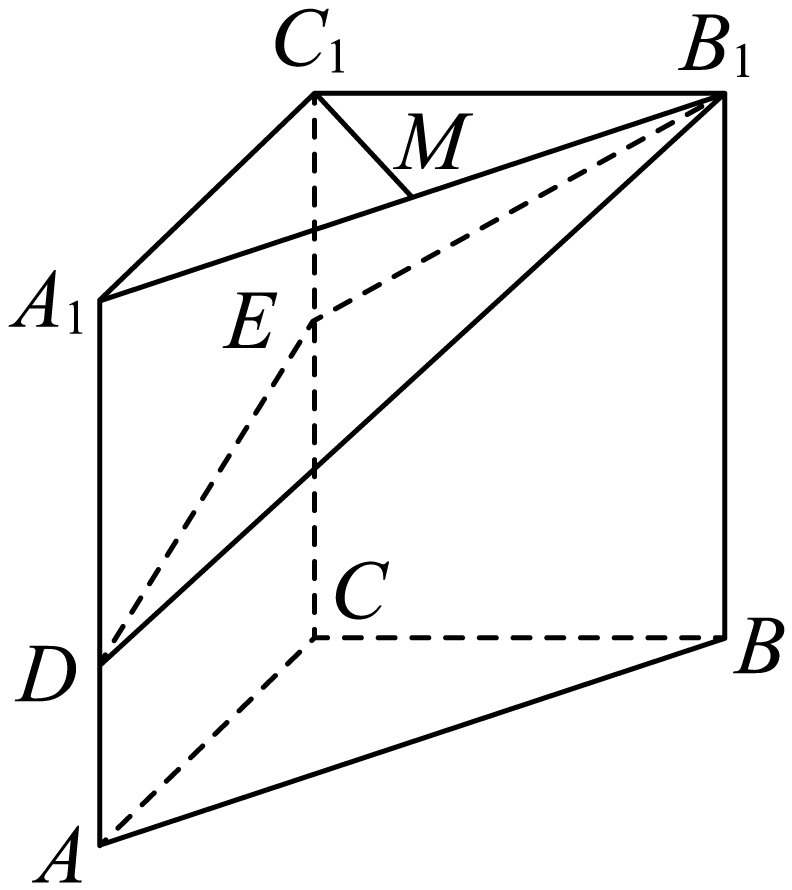
同理，

，解得，则，

故直线的斜率.



18. 如图，在三棱柱中，平面，点，分别在棱和棱上，且为棱中点．



（1）求证：平面；

（2）若，求二面角的余弦值．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）取的中点，连接，证明平面平面后可证得题中线面平行；

（2）先证得，然后建立如图所示的空间直角坐标系，由空间向量法求二面角．

【小问1详解】

取的中点，连接，因为，，

所以且，

所以四边形为平行四边形，所以，

又平面，平面，所以平面，

因为为棱中点，所以，

又平面，平面，

所以平面，

又平面，

所以平面平面，

又平面，

所以平面；

【小问2详解】

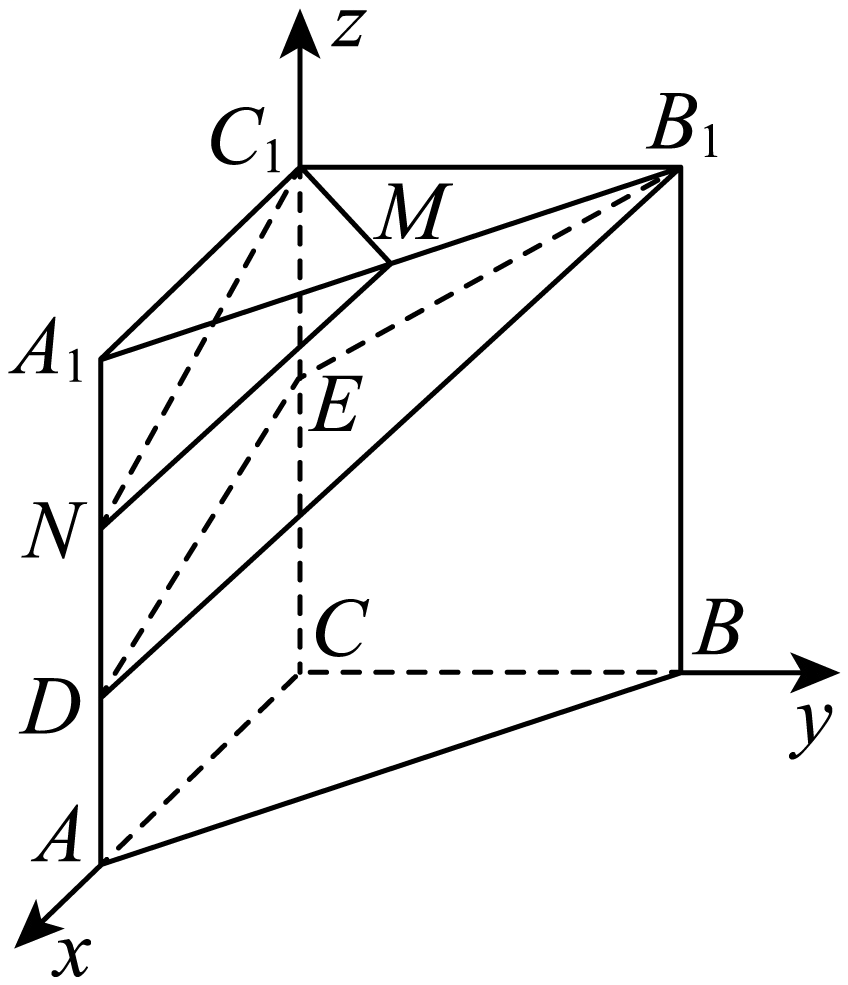
因为平面，平面，

所以，

又平面，

所以平面，

又平面，所以，如图，以点为原点，建立空间直角坐标系，



则，因为平面，

所以，即为平面的一个法向量，

，

设平面的一个法向量为，

则，令，则，所以，

则，

由图可知，二面角为钝二面角，所以二面角的余弦值为．

19. 设椭圆：的左、右顶点分别为*C*，*D*，且焦距为2.*F*为椭圆的右焦点，点*M*在椭圆上且异于*C*，*D*两点.若直线与的斜率之积为.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）过点作一条斜率不为0的直线与椭圆*E*相交于*A*，*B*两点（*A*在*B*，*P*之间），直线与椭圆*E*的另一个交点为*H*，求证：点*A*，*H*关于*x*轴对称.

【答案】（1）

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）根据直线与斜率之积得到，故，结合焦距得到，，得到椭圆方程；

（2）设出直线方程，与椭圆方程联立，得到两根之和，两根之积，表达出，得到结论

【小问1详解】

由题意有，，

设，，化简得，结合，

可得，

由椭圆焦距为2，有，得，，

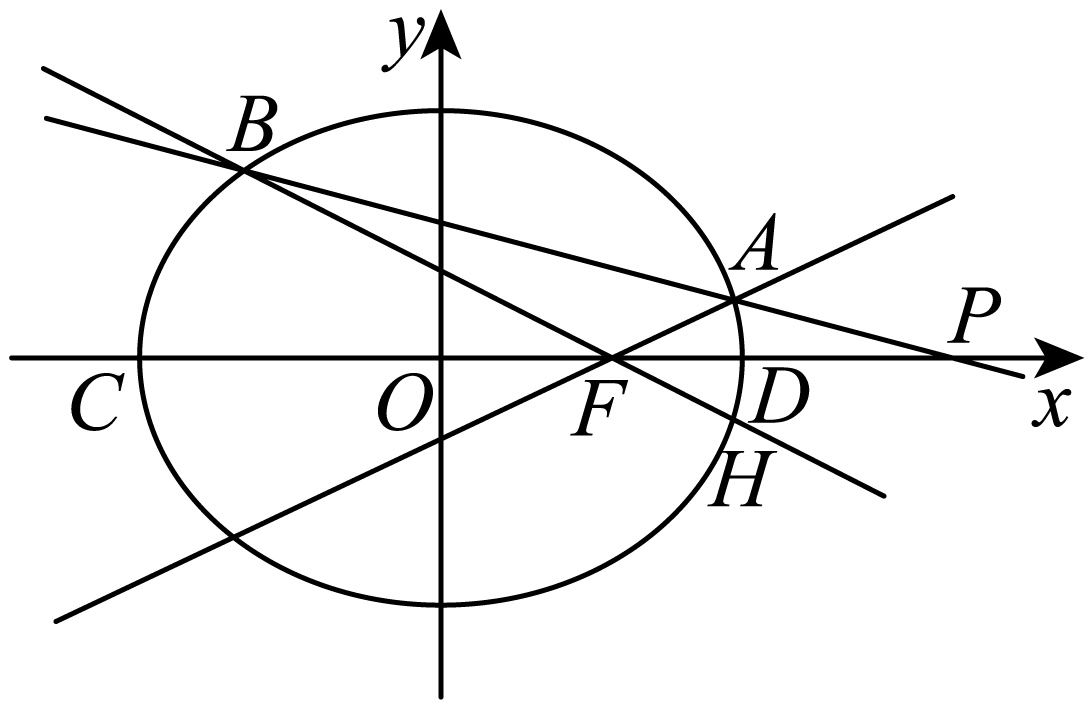
椭圆*E*的标准方程为；

【小问2详解】

显然直线方程斜率不存在时，与椭圆方程无交点，

根据椭圆的对称性，欲证，*H*关于轴对称，

只需证，即证，



设，，直线方程，

由消去得，

，解得，

所以，.

则，

因为，

所以，即*A*，*H*关于轴对称.

20. 已知点到直线：的距离和它到定点的距离之比为常数．

（1）求点的轨迹的方程；

（2）若点是直线上一点，过作曲线的两条切线分别切于点与点，试求三角形面积的最小值．（二次曲线在其上一点处的切线为）

【答案】（1）；

（2）.

【解析】

【分析】（1）设，根据已知有，化简整理得轨迹；

（2）设，，，写出切线、并将点代入得直线为，由点线距离公式确定距离最小值，联立直线与，应用韦达定理、弦长公式求的最小值，注意最小值取值条件一致，最后求三角形面积的最小值.

【小问1详解】

设，则，化简得：，

所以点*M* 的轨迹*E*的方程为.

【小问2详解】

设，，，则切线为，切线为，

将点分别代入得，所以直线为，

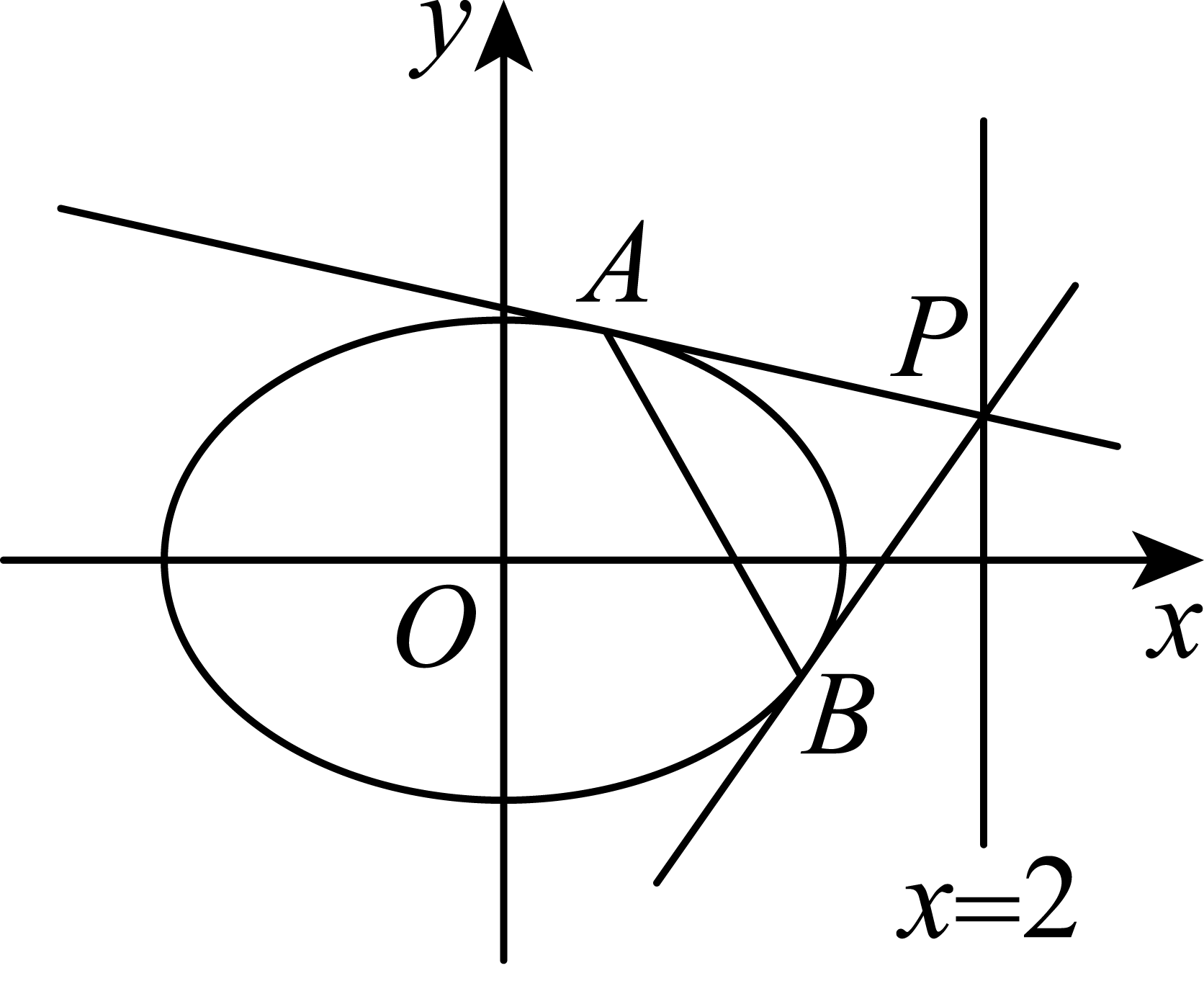
点到的距离，当时，．

另一方面，联立直线与得，

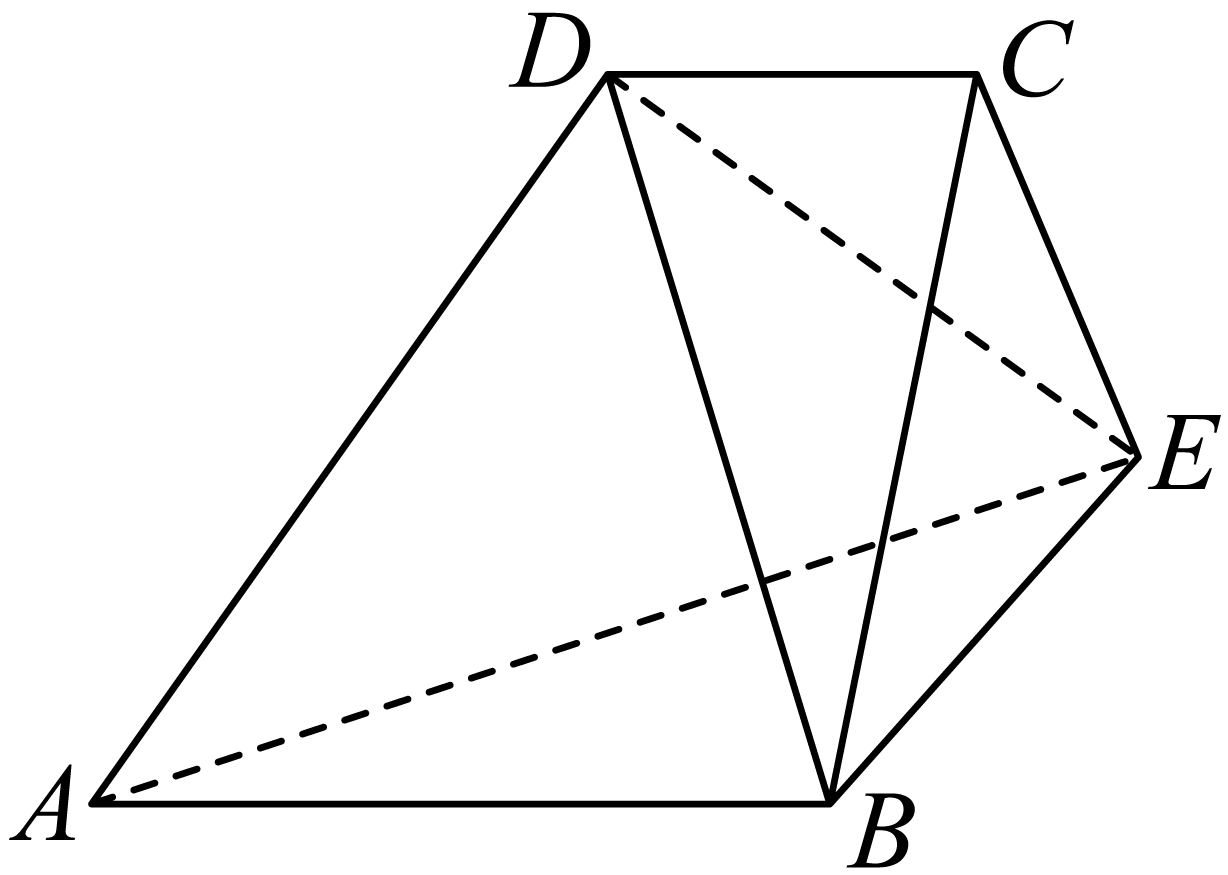
所以，则，

当时，．所以．

故时，最小值为.



21. 如图，四棱锥中，平面平面，，，，，．



（1）求证：平面平面；

（2）若，求与平面所成角的正切值．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）建立合适的空间直角坐标系，利用空间向量证明面面垂直即可；

（2）利用空间向量求线面角即可.

【小问1详解】

取中点*F*，连接，因为，则，

又平面平面，平面平面，平面，

则平面，

设，如图过作交于点，建立空间直角坐标系，

则，，，，

由题意，则，

所以，

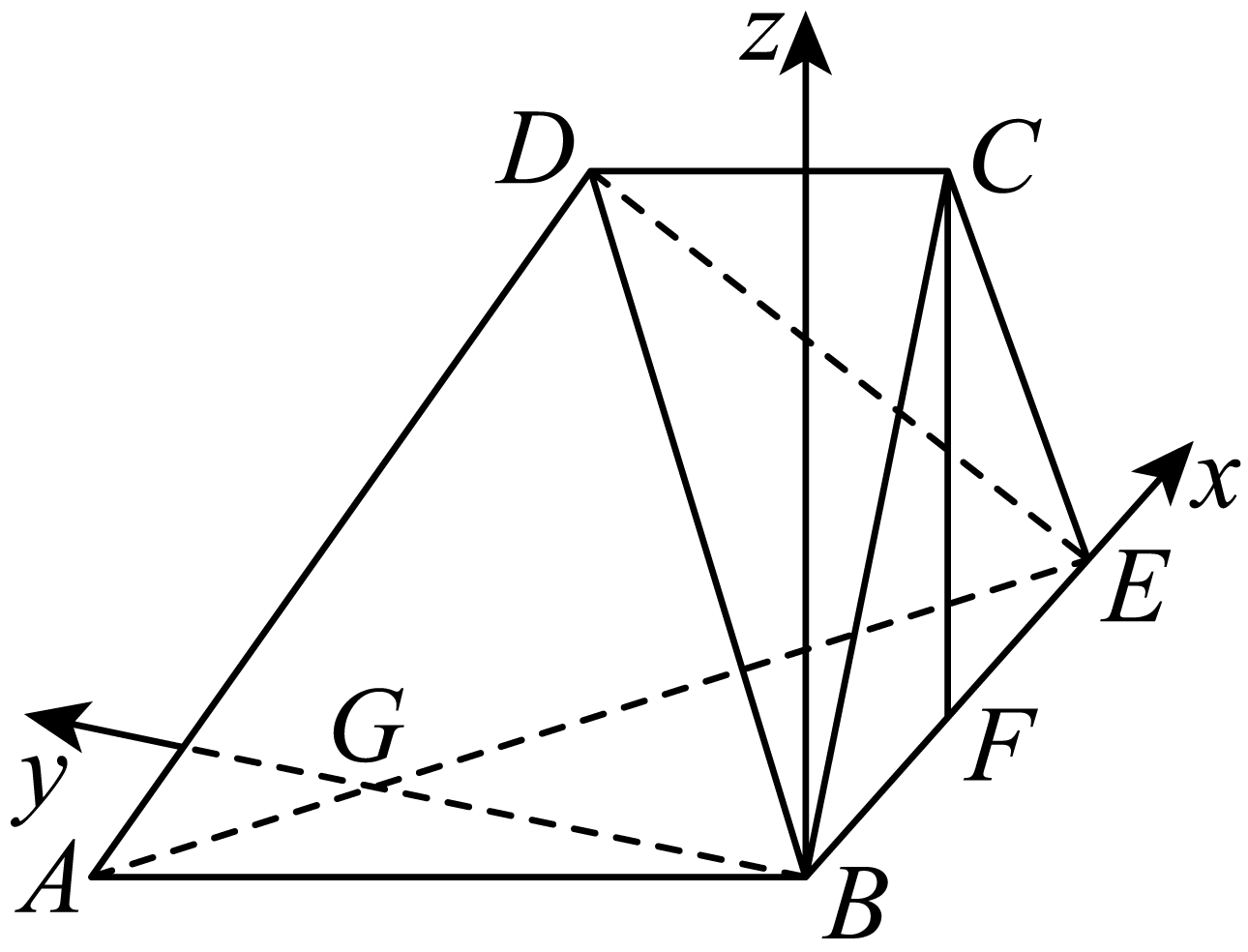
设平面一个法向量，

则，令，即，

又易知平面的一个法向量，

因为，则，

所以平面平面；

 【小问2详解】

由（1）得，，

则，解得，

则，

又平面的法向量，设与平面所成角为，

则，

所以．

22. 已知点在双曲线上．

（1）点，为的左右顶点，为双曲线上异于，的点，求的值；

（2）点，在上，且，，为垂足，证明：存在定点，使得为定值．

【答案】（1）;

（2）证明见解析.

【解析】

【分析】（1）代入点，得，从而得双曲线方程及，的坐标，设点坐标为，则，结合在双曲线上，即可得答案；

（2）设直线方程为，设，联立直线与双曲线方程，结合韦达定理及，得，舍去，从而得，直线过定点，为直角三角形，为直角，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可得证.

【小问1详解】

解：因为点在双曲线上，

所以，解得，

所以双曲线，则．

设点坐标为，则，

所以．

因为点在曲线上，

所以，

所以，

所以的值为．

【小问2详解】

证明：依题意，直线的斜率存在，

故设其方程为，设，

联立，消得，

显然，否则不可能有两个交点，

，

由韦达定理得，

因为直线的斜率之积为，

所以，

所以，

即，

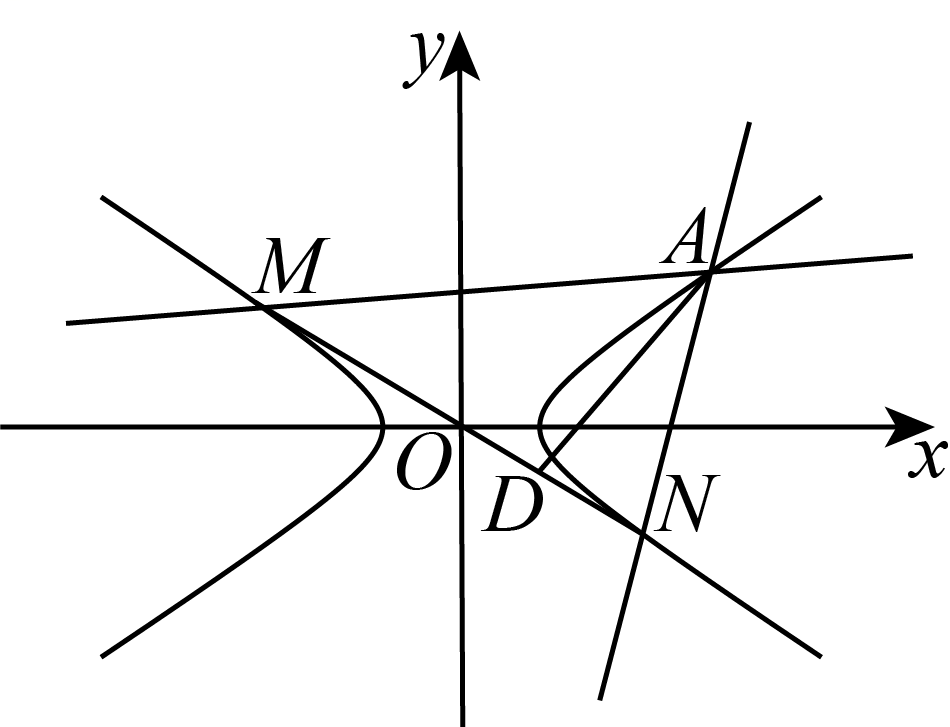
所以有，

将韦达定理代入化简得，

而当，此时直线为，

易知恒过定点，故舍去，

所以，此时满足且直线过定点，（如图所示）



又因为为垂足，所以为直角三角形，为直角，

所以当点为斜边的中点时，为定值．

综上所述，存在定点，使得为定值．