**高三数学**

**满分：150分 考试时间：120分钟**

**注意事项：**

**1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。**

**2．选择题必须使用2B铅笔填涂：非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹签字笔书写，字体工整、笔迹清晰。**

**3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。**

**4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。**

**5．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。**

**一、选择题：共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。**

1．已知集合，则（ ）

A． B．

C． D．

2．已知数列的前项和为，且数列满足．若，则（ ）

A．9 B．10 C．17 D．19

3．已知向量满足，且，则的值为（ ）

A．2 B． C．1 D．

4．已知是三个不同的平面，是两条不同的直线，则下列判断正确的是（ ）

A．若，则

B．若，则

C．若，则

D．若，则

5．将函数的图象绕着原点沿逆时针方向旋转角得到曲线，已知曲线始终保持为函数图象，则的最大值为（ ）

A． B． C．1 D．

6．设函数的定义域为，若函数满足条件：存在，使在上的值域为，则称为“倍增函数”．若函数（其中）为“倍增函数”，则的取值范围为（ ）

A． B． C． D．

7．已知边长为的正方体，点为内一个动点，且满足，则点的轨迹长度为（ ）

A． B． C． D．

8．已知函数，若实数满足，则的最大值为（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。**

9．下列判断正确的是（ ）

A．若是一次函数，满足，则

B．命题“”的否定是“”

C．函数的定义域为，值域，则满足条件的有3个

D．关于的不等式的解集为，则不等式的解集为

10．已知函数，点在函数图象上，则下列说法正确的是（ ）

A．有最小值 B．有最小值2

C．有最小值 D．若，则有最小值

11．已知定义在上的奇函数满足，且当时，，则下列说法正确的是（ ）

A．函数的一个周期为4

B．当时，函数的解析式为

C．当时，函数的最大值为

D．函数在区间内有1011个零点

12．定义数列，则下列说法正确的是（ ）

A．是单调递减数列 B．

C． D．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．已知是角终边上的一点，则\_\_\_\_\_\_．

14．已知一个正三棱柱既有内切球又有外接球，且外接球的表面积为，则该三棱柱的体积为\_\_\_\_\_\_．

15．若是的垂心，且，则的值为\_\_\_\_\_\_．

16．在同一直角坐标系中，分别是函数和图象上的动点，若对于任意，都有恒成立，则实数的最大值为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（10分）

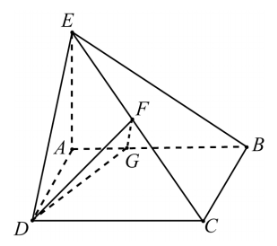
已知，且函数．

（1）求函数的对称轴方程与单调递增区间；

（2）已知，求的值．

18．（12分）

如图，在四棱锥中，平面，底面为矩形，为中点，．



（1）求证：平面；

（2）求二面角的余弦值．

19．（12分）

记的角的对边分别为，且．

（1）求；

（2）若，求的最小值．

20．（12分）

已知函数．

（1）求函数的单调区间；

（2）证明：当时，．

21．（12分）

已知数列是等比数列，公比不为1，且．

（1）令，求证：；

（2）记其中，求数列的前项和．

22．（12分）

已知函数．

（1）当时，过点与函数相切的直线有几条？

（2）若有两个交点，求实数的取值范围．

**高三数学参考答案**

1．【答案】D

【解析】依题意，，则，故．

2．【答案】C

【解析】，

数列是等差数列，设公差为，

则，可得，可得，

，故选C．

3．【答案】B

【解析】，在等式两边平方并化简得，

，故选B．

4．【答案】C

【解析】有可能出现的情况，故A不正确；

若，则与平行或相交，故B不正确；

由，得直线和平面没有公共点，所以，故C正确；

三条直线可能重合，或相交于一点，故D不正确．

5．【答案】B

【解析】，所以在原点处的切线斜率为，切线方程为，

当绕着原点沿逆时针方向旋转时，始终保持为函数图象，

设其倾角为，则，则，显然为锐角，

，故的最大值为．

6．【答案】A

【解析】依题意知，函数在上是“倍增函数”；

可得即

是方程的两个根；

设，则，此时方程为，即方程有两个不等的实根，且两根都大于0，

可得解得：；

故满足条件的取值范围是．

7．【答案】A

【解析】设点到平面的距离为为正方体对角线的，则，

以点为球心，为半径的球面与平面相交的圆半径为；

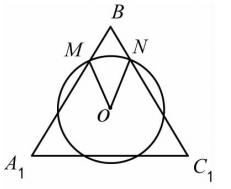
等边的内切圆半径为，

设的中心为轨迹与分别交于两点，

如图，弧长的三倍即为所求；

，可得，

故交线长为．



8．【答案】C

【解析】由题意有，

记；

显然关于中心对称且为上的增函数，，

故是关于中心对称且为上的增函数，

得也是关于中心对称且为上的增函数；

由于，故，可得；

记，由基本不等式，

可得，当且仅当即时，等号成立，

故的最大值为，选C．

9．【答案】BC

【解析】因为是一次函数，设，

则，

可得解得或

所以或，故选项A错误；

选项B正确；

，可得，所以函数的定义域可以是：或或，满足条件的有3个，故选项C正确；

关于的不等式的解集为，则方程的解是或，且，

由韦达定理可得解得，

则不等式转化为，

因为，所以，解得，

则不等式的解集为，故选项D不正确．

故选BC．

10．【答案】ACD

【解析】依题意，，由基本不等式，，当且仅当时，等号成立，有最小值，选项A正确；

，当且仅当时，等号成立，

有最小值4，选项B错误；

，

当且仅当时，等号成立，

所以有最小值为，选项C正确；

，

，

则有最小值，选项D正确．

故选ACD．

11．【答案】AC

【解析】由得，又因为为奇函数，，，所以的周期为4，选项A正确；

当时，，所以，选项B错误；

当时，，令，得时函数有最小值，

又因为为奇函数，故时，函数在区间有最大值，，选项C正确；

因为函数关于对称，，一个周期内两个零点，有505个周期，共1010个零点，总计1012个零点，选项D错误．

故选AC．

12．【答案】ABD

【解析】由题意得，

在单调递增，在单调递减，

，当且仅当时，，

若，又因为，则，则，

又因为，所以，所以，

设，可得，

当时，单调递减，当时，单调递增，

所以时，，所以，所以，

由，当时，，

因为，所以，则，同理得，

当时，，所以，故数列单调递减，选项A正确；

需证明，

令，

令，则，

成立，所以，选项B正确；

，设，

设，则，

所以函数单调递减，所以随着减小，从而增大，

所以，选项C错误；

当时，根据选项B可知，，

当时，，即，选项D正确．故选ABD．

13．【答案】

【解析】是角的终边上一点，由三角函数定义可得，，所以．

14．【答案】

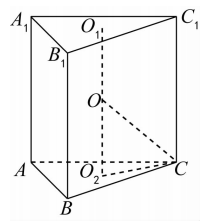
【解析】设球的外接球半径为，则，则，

三棱柱有内切球，设内切球半径为，故高为，

连接的外心，则的中点即为球心，

内切圆半径为，得，

则，则．



15．【答案】

【解析】，得，

所以（为的中点），

所以垂心在中线上，即高线与中线重合，故；

，所以，

又因为，得，

化简为，得，

所以，即．

16．【答案】

【解析】解法一：

已知，



，

；

切点到直线的距离

．

解法二：

令，则，当时，，

单调递增，当时，单调递减，

故在处取得极小值，也是最小值，故，

故，当且仅当时，等号成立，

设，由基本不等式得：

，

当且仅当时，等号成立，故，则的最大值为．

17．【解析】（1），

令，得，

所以函数的对称轴方程为；

令，解得，

故函数的单调递增区间为．

（2），即，所以，

又，所以，

所以，

所以．

18．【解析】（1）因为平面，四边形为矩形，因此两两垂直，以为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，

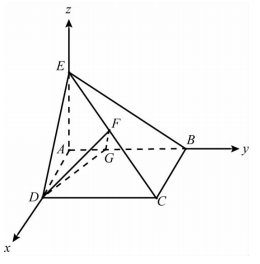
，

，

因为，所以，即；

因为，所以，即；

又，因此平面．



（2）因为平面，所以为平面的一个法向量，

由（1）知为平面的一个法向量，

，

显然二面角为锐二面角，所以二面角的余弦值为．

19．【解析】（1），由正弦定理得：，

即，

由余弦定理得：，

因为，所以．

（2）由正弦定理：，，

；

又因为代入得：

（时取等），

所以的最小值为3．

20．【解析】（1）的定义域为，

令，得，

由，解得；

由，解得；

所以的单调递减区间为，单调递增区间为．

（2）证明：令，

令，则，在上单调递减，

所以；

由，可得，

即证，

令，

则；

由，可得（舍去），

因为当时，，

所以当时，在上单调递减，

当时，在上单调递增；

所以，

所以，则，

故，结论成立．

21．【解析】（1）数列是等比数列，且，

设数列的公比为

解得，

数列的通项公式为：；





，

．

（2），

；

令，





；

，

，







，

；

．

22．【解析】（1）当时，函数，设切点为，

因为，所以；

所以切线方程为：，

因为切线过点，所以，

化简得：，即；

记，，

令，解得或；

当时，，所以在上单调递增，

当时，，所以在上单调递减，

当时，，所以在上单调递增；

，，当时，为正数，

故在无零点，

，故在内有1个零点，

，故在内有1个零点，

综上，有2个零点，即过点与函数相切的直线有2条．

（2）令，

则有两个交点等价于有两个零点，

易得，

当时，，

所以在上单调递增，则至多有一个零点，因此；

令，则，

所以在上单调递增，

因为，

所以存在，使得，则，

所以当时，，即，

所以在上单调递减，

当时，，即，

所以在上单调递增；

因此，，

由，得，则，

故；

当时，，则在上没有零点，

当时，，则在上只有一个零点，

当时，；则在上有两个零点；

因为，所以，所以，

因为，

所以在上有且只有一个零点，即在上有且只有一个零点；

易得，

设，则，

易知在上单调递增，则，

所以在上单调递增，则，

所以，所以在上有且只有一个零点，即在上有且只有一个零点，