**绝密★启用前**

**24届高三年级TOP二十名校调研考试八**

**数 学**

**全卷满分150分，考试时间120分钟**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

2.已知复数满足，则（ ）

A. B. C. D.

3.函数的图象在点处的切线方程为（ ）

A. B.

C. D.

4.在《增减算法统宗》中有这样一则故事：“三百七十八里关，初行健步不为难；次日脚痛减一半，如此六日过其关”.其大意是：有人要去某关口，路程为378里，第一天健步行走，从第二天起由于脚痛，每天走的路程都为前一天的一半，一共走了六天，才到目的地.则此人第4天与第5天共走的里程数为（ ）

A.24 B.36 C.42 D.60

5.已知向量，若，则（ ）

A. B. C. D.

6.《九章算术》中将圆台称为“圆亭”.已知某圆亭的高为3，上底面半径为1，下底面半径为5，则此圆亭的表面积为（ ）

A. B. C. D.

7.已知函数，若存在两个零点，则实数的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

8.已知函数图象的相邻两个对称中心之间的距离是，若将图象上的每个点向左平移个单位长度得到函数的图象，若为偶函数，且函数的图象在区间上至少含有30个零点，则在所有满足条件的区间中，的最小值为（ ）

A. B. C. D.

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9.下列结论正确的是（ ）

A.若，则

B.若，则

C.“”是“”成立的充分不必要条件

D.若，则

10.已知各项都是实数的数列的前项和为，则下列说法正确的是（ ）

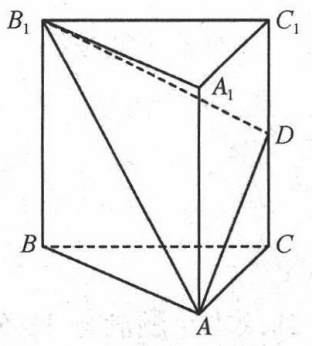
A.若，则数列是递减数列

B.若，则数列无最大值

C.若数列为等比数列，则为等比数列

D.若数列为等差数列，则为等差数列

11.如图，直三棱柱的各条棱长均为是侧棱的中点，是的中点，是的中心，则（ ）



A.平面平面

B.平面

C.异面直线与所成角的正弦值为

D.直线与平面所成角的正弦值为

12.已知函数，则下列说法正确的是（ ）

A.当时，则方程在上有5个不同的解

B.当时，函数在上单调递减

C.当时，函数在上有2个零点

D.若在上恒成立，则实数的取值范围为

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知函数则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知平面向量为单位向量，且，则在方向上的投影向量的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.已知函数，若，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.若锐角的内角所对的边分别为，其外接圆的半径为，且，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17.（本小题满分10分）

已知各项均为正数的数列满足：，且.

（1）求证：数列为等比数列；

（2）若，求数列的前项和.

18.（本小题满分12分）

已知函数为奇函数，.

（1）求的值；

（2）若函数在区间上没有零点，求实数的取值范围.

19.（本小题满分12分）

已知函数.

（1）求函数的最小正周期和单调递增区间；

（2）在中，内角所对的边分别是，且，若，求的面积.

20.（本小题满分12分）

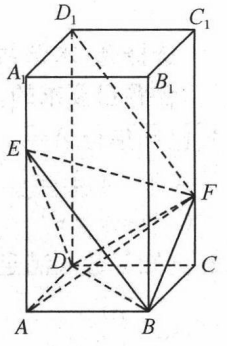


（1）求的值；

（2）若，求的值.

21.（本小题满分12分）

如图，在长方体中，点分别在棱上，且，.



（1）求证：四点共面；

（2）若，求平面与平面夹角的正弦值.

22.（本小题满分12分）

已知函数.

（1）当时，求在区间上的最值；

（2）若有两个不同的零点，证明：.

**24届高三年级TOP二十名校调研考试八•数学**

**参考答案､提示及评分细则**

1.C由题意得，所以，所以.故选C.

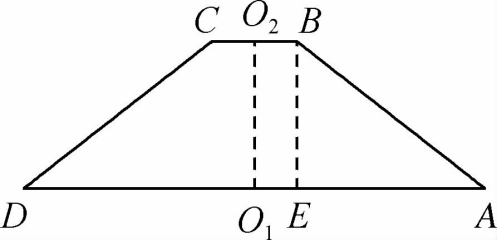
2.C因为，所以，所以，所以.故选C.

3.B由题意得，所以，解得，故，则，所以函数的图象在点处的切线方程为，即.故选B.

4.B设第天走里，其中，由题意可知，数列是公比为的等比数列，所以，解得，所以此人第4天与第5天共走里程数为.故选B.

5.D因为，所以，得，所以.故选D.

6.D由题意，可作该圆亭的轴截面，如图所示：



则圆亭的高，上底面半径，下底面半径，母线5，所以圆台的表面积.故选D.

7.A因为的定义域为，当时，在上单调递减，不可能存在两个零点，不合题意；当时，可得在上单调递增，在上单调递减，若存在两个零点，则，解得.又，令，当时，，所以在上单调递增，所以，又，所以当时，存在两个零点，所以实数的取值范围为.故选A.

8.C 由，得，则，则为偶函数，所以，又，所以，故，可得.由得，故或，解得或，所以相邻两个零点之间的距离为或.若最小，则和都是零点，此时在区间分别恰有个零点，所以在区

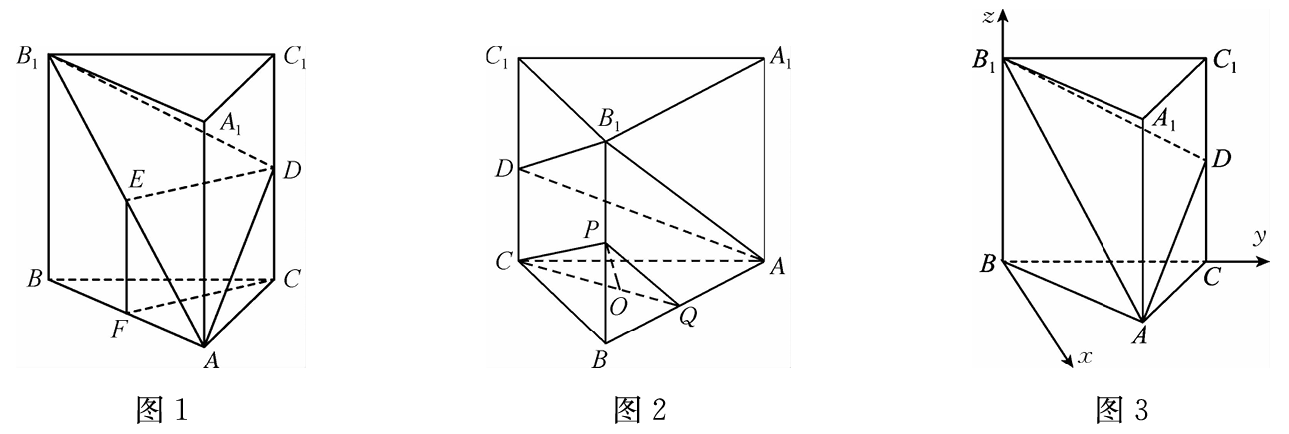
间上恰有29个零点，从而在区间上至少有1个零点，所以，所以的最小值为.故选C.

9.BD对于选项*A*，不妨令，满足，但，故*A*错误；对于选项，若，则，所以，不等式两边同除以得，故*B*正确；对于选项*C*，由“”不能得到“”，比如，故充分性不成立，故*C*错误；对于选项*D*，若，则，故*D*正确.故选BD.

10.ACD对于选项，当时，，又，所以则是递减数列，故*A*正确；对于选项是递减数列，所以，故*B*错误；对于选项，由题意得各项均不为0，设公比为，即，且0，即，所以，故*C*正确；对于*D*，，所以即数列为等差数列，故*D*正确.故选ACD.

11.ABD对于选项，如图1，取的中点的中点，连接，故.又四边形为平行四边形，.又三棱柱是直三棱柱，为正三角形，平面，而平面，又平面.又平面，所以平面平面，故*A*正确；

对于选项*B*，如图2，连接并延长交于，则为的中点，连接点为棱的中点，平面平面平面平面，故*B*正确；



对于选项*C*，建立如图3所示的空间直角坐标系，则，.设异面直线与所成的角为，则，故异面直线与所成角的余弦值为，所以，故错误；

对于选项，得，设为平面的一个法向量.由得即.直线的一个方向

向量为，则，即直线与平面所成角的正弦值为，故正确.故选ABD.

12.AD对于选项，当时，，方程，即，所以或，所以或，故*A*正确；对于选项，当时，，则，当时，，所以，即在上单调递增，故*B*错误；对于选项，因为，根据选项，所以在上有且仅有一个零点，当时，，所以在上无零点，所以在上有且仅有一个零点，故错误；对于选项，由，即，整理得，令，则，当时，对任意有，又，所以，此时在上单调递增，故，符合题意.当时，令，则，所以，在上恒成立，即在上单调递增.又，当，即时，在上有，此时在上单调递增，，符合题意.当，即时，若，即，由零点存在定理，存在使，故上，所以在上单调递减，此时，不合题意.若，即，此时对恒有且不恒为0，即在上单调递减，所以，不合题意.综上，的取值范围是，故*D*正确.故选AD.

13.9因为，所以.

14.由题意，即，则在方向上的投影向量为.

15.8因为的定义域为，所以函数为奇函数，又在上为减函数，所以由，得，所以，则，当且仅当时，即时取等号，所以的最小值为8.

16.因为，所以，即，由正弦定理得，显然，所以，所以，因为，所以.因为，所以，所以，因为为锐角三角形，所以所以，即.令，根据对勾函数的性质可知函数在上单调递减，在上单调递增，且，所以，即，所以，即的取值范围为.

17.（1）证明：因为，所以，

可化为，

因为，所以，

所以数列是以为首项，2为公比的等比数列.

（2）解：由（1）知，

，

所以



18.解：（1）由，即，

所以，故对定义域内的任意实数都成立，则，

经验证不符合，符合题意，所以.

（2）由（1）知，所以函数的定义域为，

因为，所以在上单调递减，

由，得，

因为在上单调递减，而在上单调递增，

所以在上单调递增，则.

又在区间上无解，故.

19.解：（1），

所以函数的最小正周期为.

令，得，

故函数的单调递增区间为.

（2）由，得，

由得，所以，得.

由余弦定理得，得，

因为，所以，

从而有，得，

则.

20.解：（1）因为，所以，

又，所以.

所以.

（2）由（1），得，

又，所以，又，所以，

所以，

.

所以.

21.（1）证明：如图所示，在棱上取点，使得，

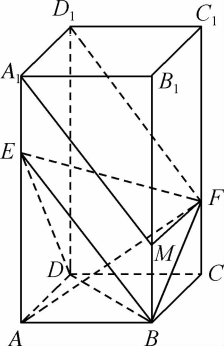
又，所以四边形为平行四边形，

则且，又且，所以且，

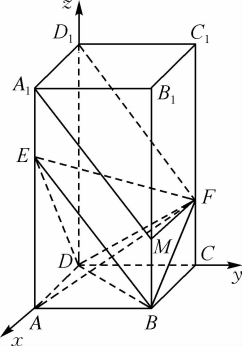
则四边形为平行四边形，所以，

同理可证四边形为平行四边形，则，所以.

所以四点共面.



（2）解：以为轴，为轴，为轴建立空间直角坐标系，如图所示，



则，

.设平面的法向量为，

由得，解得

令，则.

，设平面的法向量为，

由得，解得

令，则，

设两个平面夹角大小为，则.

所以，

所以平面与平面夹角的正弦值为.

22.（1）解：当时，，

.

由，得；由，得，

所以在区间上单调递增，在区间上单调递减.

因为，

，

所以在区间上的最大值为0，最小值为.

（2）证明：.

当时，在上单调递减，不可能有两个零点，舍去；

当时，所以，

由，得，所以在上单调递增；

由，得，所以在上单调递减.

所以当时，取得极大值，极大值为，

为满足题意，必有，得.

因为是的两个不同的零点，

所以，

两式相减得.

设，要证，

只需证，即证.

设，只需证，

设，则，

所以在上为增函数，从而，