**2024届高三11月质量检测试题**

**数 学**

**本试卷共4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。**

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡上。**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑，如有改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案；回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，，则中元素的个数为（ ）

A.1 B.4 C.6 D.7

2.已知是虚数单位，则复数的虚部是（ ）

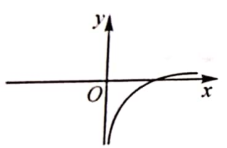
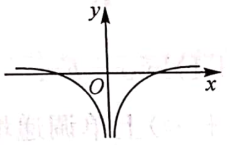
A. B. C. D.

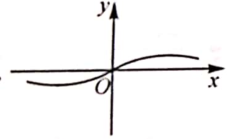
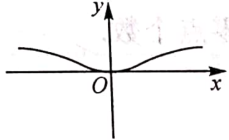
3.设*a*，*b*是空间两条不同直线，则“*a*与*b*无公共点”是“*a*与*b*是异面直线”的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

4.函数的图象大致为（ ）

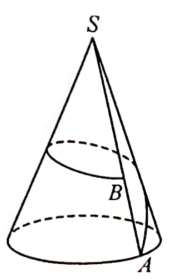
A. B.

C. D.

5.已知向量，满足，且，则向量在向量上的投影向量为（ ）

A. B. C. D.

6.如图是一坐山峰的示意图，山峰大致呈圆锥形，峰底呈圆形，其半径为，峰底*A*到峰顶的距离为，*B*是山坡的中点.为了发展当地旅游业，现要建设一条从*A*到*B*的环山观光公路，当公路长度最短时，公路距山顶的最近距离为（ ）



A. B. C. D.

7.已知函数满足，对任意实数*x*，*y*都有成立，则（ ）

A. B. C.2 D.1

8.已知，函数与的图象在上最多有两个公共点，则的取值范围为（ ）

A. B.

C. D.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9.若*a*，，则下列命题正确的是（ ）

A.若且，则 B.若，则

C.若，则 D.若，则

10.某食品的保鲜时间*y*（单位：小时）与储藏温度*x*（单位：℃）满足函数关系（为自然对数的底数，*k*，*b*为常数）.若该食品在0℃的保鲜时间是192小时，在14℃的保鲜时间是48小时，则下列说法正确的是（ ）

参考数据：，

A.

B.若该食品储藏温度是21℃，则它的保鲜时间是16小时

C.

D.若该食品保鲜时间超过96小时，则它的储藏温度不高于7℃

11.欧拉函数的函数值等于所有不超过正整数*n*，且与*n*互质的正整数的个数（公约数只有1的两个正整数称为互质整数），例如：，，则（ ）

A. B.当*n*为奇数时，

C.数列为等比数列 D.数列的前*n*项和小于

12.已知正方体的棱长为2，*P*是正方体表面上一动点，且，记点*P*形成的轨迹为，则下列结论正确的是（ ）

A.，， B.，，

C.的长度是8 D.的长度是

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知等差数列的前*n*项和为，若，，则\_\_\_\_\_\_.

14.写出与圆和圆都相切的一条直线的方程\_\_\_\_\_\_.

15.已知关于*x*的不等式恰有一个整数解，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

16.已知函数则方程的解的个数是\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.**

17.（本小题满分10分）

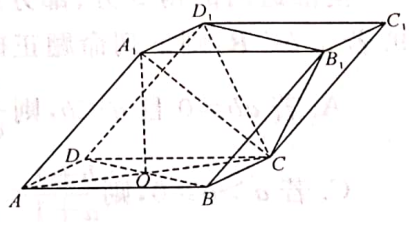
已知函数和在处有相同的导数.

（1）求；

（2）设是的极大值点，是的极小值点，求的值.

18.（本小题满分12分）

如图，在斜四棱柱中，底面正方形的中心是*O*，且平面.



（1）证明：平面平面；

（2）若该四棱柱的所有棱长均为1，求二面角的余弦值.

19.（本小题满分12分）

为了加快实现我国高水平科技自立自强，某科技公司逐年加大高科技研发投入.下图1是该公司2013年至2022年的年份代码*x*和年研发投入*y*（单位：亿元）的散点图，其中年份代码1∼10分别对应年份2013∼2022.

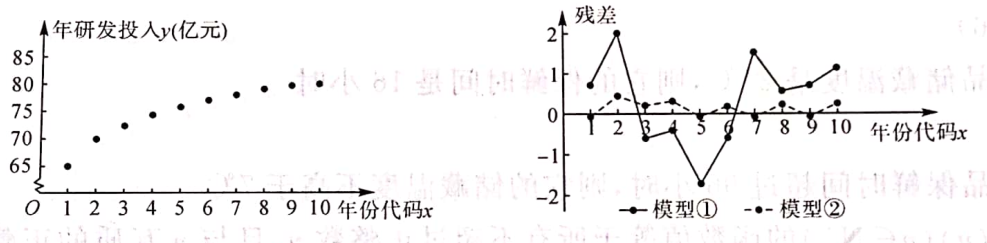


图1 图2

根据散点图，分别用模型①，②作为年研发投入*y*（单位：亿元）关于年份代码*x*的经验回归方程模型，并进行残差分析，得到图2所示的残差图.结合数据，计算得到如下表所示的一些统计量的值：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 75 | 2.25 | 82.5 | 4.5 | 120 | 28.35 |

表中，.

（1）根据残差图，判断模型①和模型②哪一个更适宜作为年研发投入*y*（单位：亿元）关于年份代码*x*的经验回归方程模型?并说明理由；

（2）（i）根据（1）中所选模型，求出*y*关于*x*的经验回归方程；

（ii）设该科技公司的年利润（单位：亿元）和年研发投入*y*（单位：亿元）满足（且），问该科技公司哪一年的年利润最大?

附：对于一组数据，，…，，其经验回归直线的斜率和截距的最小二乘估计分别为，.

20.（本小题满分12分）

在数列中，已知，，.

（1）求数列的通项公式；

（2）若数列满足，求的值；

（3）若数列满足，求证：.

21.（本小题满分12分）

在中，为边上的高，已知.

（1）若，求的值；

（2）若，，求的最小值及取最小值时*k*的值.

22.（本小题满分12分）

已知函数.

（1）若函数在上单调递增，求实数的取值范围；

（2）讨论函数的零点个数.