**2024届高三11月质量检测•数学**

**参考答案、提示及评分细则**

1.【答案】C

【解析】因为，，所以，有6个元素，故选C.

2.【答案】A

【解析】，所以复数的虚部为，故选A.

3.【答案】B

【解析】当*a*与*b*无公共点时，*a*与*b*可能平行或异面，反之，当*a*与*b*是异面直线时，*a*与*b*无公共点，故选B.

4.【答案】B

【解析】因为函数的定义域为，又，函数为偶函数.故选B.

5.【答案】A

【解析】由，得.又，所以，所以向量在向量上的投影向量为，故选A.

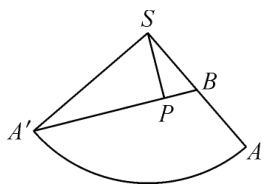
6.【答案】D

【解析】以为分界线，将圆锥的侧面展开，可得其展开图如图.

则从点*A*到点*B*的最短路径为线段，，.

过*S*作，则公路距山顶的最近距离为，

因为，所以，故选D.



7.【答案】D

【解析】因为且，

令，得，则，

所以，即，所以，

所以，故函数是周期为6的周期函数.

令，，得，则；

令，，得，则.

由，得，，，，所以，

又，故由函数的周期性知，，故选D.

8.【答案】C

【解析】设.

因为在上最多有两个零点，故，所以.

由得.

（1）由得；（2）由得；

（3）由得；（4）由得；

（5）由得此时不等式组无实数解.

综上可得，故选C.

9.【答案】BD

【解析】对选项A，取，，满足且，则，错误；

对选项B，因为函数单调递增，当时，，正确；

对选项C，，要使，即，即，错误；

对选项D，因为函数单调递增，当，则，正确.故选BD.

10.【答案】ACD

【解析】在函数中，当时，，由，知，，故A正确；

当时，，所以，则，

当时，，故B不正确；

由，得，故C正确；

由，得，所以，故D正确.故选ACD.

11.【答案】ACD

【解析】对于A，因为，，，所以，故A正确；

对于B，由于，故B错误；

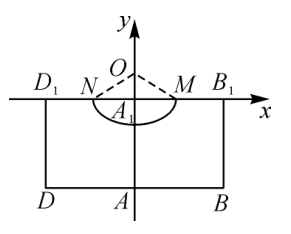
对于C，因为小于的所有正奇数与均互质，且小于的所有正奇数有个，所以，因此数列为等比数列，故C正确；

对于D，同理，所以，令，

则，故D正确，故选ACD.

12.【答案】ACD

【解析】是正方体的棱的中垂面与四个侧面的交线，它是一个边长为2的正方形，它的周长是8，且，，，所以A，C正确；



在正方体两侧面、和上底面都是一段圆弧，它与其它三个面无公共点.将正方体两侧面和沿展开为平面图，建立平面直角坐标系如图，设动点，因为，

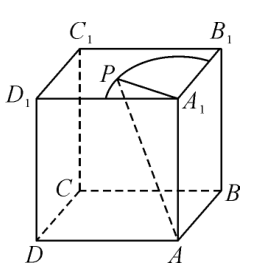
所以，化简得，

故动点*P*在两侧面内轨迹是以为圆心，以为半径的圆弧，

因为，所以，所以，

所以在两侧面内点轨迹长度为.

在上底面内，动点*P*轨迹为以为圆心的一段圆弧，如上图，由，可知，故，又，所以，即圆弧所在圆的半径为，所以圆弧的长为，所以动点*P*形成的轨迹的长度为，且不存在这样的点*P*，*Q*，使，所以D正确，B错误.故选ACD.



13.【答案】0

【解析】设数列的公差为*d*，由已知有，，所以，，所以.

14.【答案】或或（答案不唯一）

【解析】由题设知，圆的圆心为，半径为，圆的圆心为，半径为，所以，即两圆外离，故共有4条公切线.又*M*，*N*关于原点对称，且两圆半径相等，则有过原点的两条公切线和与平行的两条公切线.设过原点的公切线为，则，可得或，所以公切线为或；设与平行的公切线为，且*M*，*N*与公切线距离都为1，则，即，所以公切线为.

15.【答案】

【解析】设函数，，则过定点，在同一个坐标系中作出两个函数的图象.由题意得得，故所求实数*a*的取值范围是.

16.【答案】4

【解析】依题意可得，，

当时，由得；当时，由得；

当时，由得；当时，由得.

综上可得，方程有4个实数根.

17.【解析】（1）由题设知，.

因为，所以，即.

又，，故，得.……5分

（2）由题意得，，，.

于是，

所以，，

故的值是.……10分

18.【解析】（1）连接交于，连接.

在平行四边形中，

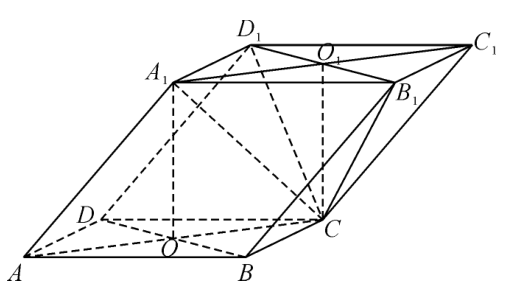
由于，分别是、的中点，

所以.

因为平面，平面平面，

所以平面.

又因为平面，所以平面平面.



（2）法一：由于平面，所以，.

又，

故可以直线，，分别为*x*轴、*y*轴、*z*轴建立空间直角坐标系如图.由于斜四棱柱的棱长均为1，所以，，，.

所以，.……8分

设是平面的一个法向量，

由得 令得.

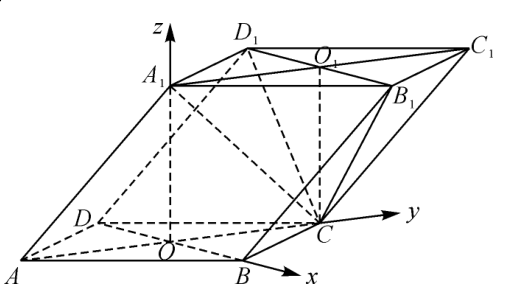
又由（1）知，，，所以平面.

即是平面的一个法向量.……10分

设二面角的平面角为，由图可知，.

所以.

故所求二面角的余弦值为.……12分



法二：由（1）知，，又，所以平面.

过点作于点，连接，则.

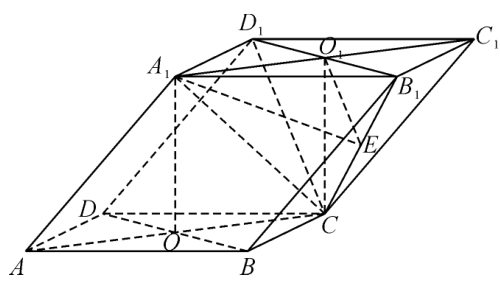
所以是二面角的平面角.……9分

因为该四棱柱的棱长为1，所以.

在中，，，所以.

在中，，则.

故所求二面角的余弦值为.……12分



19.【解析】（1）根据图2可知，模型①的残差波动性很大，说明拟合关系较差；

模型②的残差波动性很小，基本分布在0的附近，说明拟合关系很好，所以选择模型②更适宜.……3分

（2）（i）设，所以，

所以，，

所以关于的经验回归方程为.……8分

（ii）由题设可得，

当，即时，年利润*L*有最大值，

故该公司2028年的年利润最大.……12分

20.【解析】（1）由可得，

因为，所以，从而是以1为首项，1为公比的等比数列，

所以，.……4分

（2）因为，

所以.……8分

（3）因为



.

所以.

即.……12分

21.【解析】设*a*，*b*，*c*分别为角*A*，*B*，*C*所对的边，，则.

（1）在中，由余弦定理得.

由，得，所以.

因为，所以，于是，

而.……6分

（2）法一：由（1）知，.

如图，在中，过*B*作的垂线，且使，

则，则，

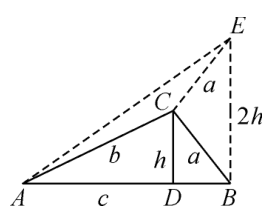
即，所以.

于是，即.……10分

令函数，，则在上单调递增，

所以，此时.

故所求的最小值为，此时*k*的值为.……12分



法二：由，

得，即，

化简得，即，

因为，，所以，

于是.……10分

以下同解法一……12分

22.【解析】（1）由题意可知对恒成立.

当时，显然成立；当时，；当时，.

令，则，所以在上单调递减，在上单调递增，在上单调递增，故当时，；当时，.

综上，实数的取值范围是.……5分

（2）法一：由（1）可知，当时，有一个零点；

当时，在上单调递增，当*x*趋于0时，趋于负无穷大，且，故只有一个零点.……7分

当时，.令，则，

在上单调递减，在上单调递增..

当*x*趋于0时，因为趋于0，所以趋于正无穷大.

又，所以存在，使得.

所以在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，且当时，，，所以当时，在只有一个零点.……9分

当时，在上单调递减，，且*x*趋于正无穷大时，.所以存在，使得，所以在上单调递增，在上单调递减，又当*x*趋于0时，趋于负无穷大，.

所以当时，，当时，.

故当时，无论*k*为何值，取，总能有.

所以当时，有两个零点.……11分

综上所述，当时，有两个零点；当时，有一个零点.……12分

法二：，故当时，.

令，则，

所以在上单调递减，在上也单调递减，且当*x*大于0且趋于0时，趋于正无穷大，当*x*小于e且趋于e时，趋于负无穷大，当*x*大于e且趋于e时，趋于正无穷大，当*x*趋于正无穷大时，趋于0，其大致图象如图.

由图可知，当时，有两个零点；当时，有一个零点.……12分

