**长郡中学**2023**年下学期高二期中考试**

**数 学**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共8页.时量120分钟.满分150分.**

**第Ⅰ卷**

**一、选择题（本大题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 若两个不同平面的法向量分别为，则（ ）

A.  B.  C. 相交但不垂直 D. 以上均不正确

2. 《莱茵德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一．书中有这样一道题目：把个面包分给个人，使每个人所得成等差数列，且使较大的三份之和的是较小的两份之和，则最小的一份为（ ）

A.  B.  C.  D. 

3. 若直线与直线垂直，则

A. 3 B.  C. -3 D. 

4. 直三棱柱中，，、分别是、的中点，，则与所成的角的余弦值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 双曲线*C*与椭圆有相同的焦点，一条渐近线的方程为，则双曲线*C*的标准方程为（ ）

A.  B.  C.  D. 

6. 已知抛物线*E*：和圆*F*：，焦点*F*作直线*l*与上述两曲线自左而右依次交于点*A*，*C*，*D*，*B*，则与的乘积为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 

7. 已知数列满足且.若是递增数列，则的取值范围是（ ）

A  B.  C.  D. 

8. 已知椭圆上一点关于原点的对称点为点，为其右焦点，若，设，且，则该椭圆的离心率的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**二、选择题（本大题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得**5**分，部分选对的得**2**分，有选错的得**0**分）**

9. 已知（*a*，）是直线*l*的方向向量，是平面的法向量，则下列结论正确的是（ ）

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

10. 已知数列是等比数列，那么下列数列一定是等比数列的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

11. 已知，直线：过定点*A*，：过定点*B*，与交于点*M*，则下列结论正确的是（ ）

A.  B. 的最大值是25

C. 点*M*的轨迹方程是 D. 的最大值为

12. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，直线*l*与*C*交于，两点，其中点*A*在第一象限，点*M*是的中点，作垂直于准线，垂足为*N*，则下列结论正确的是（ ）

A. 若以为直径作圆*M*，则圆*M*与准线相切

B. 若直线*l*经过焦点*F*，且，则

C. 若，则直线*l*的倾斜角为

D. 若以为直径的圆*M*经过焦点*F*，则的最小值为

**第Ⅱ卷**

**三、填空题（本大题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分）**

13. 已知的圆心为，且与直线相切，则圆*C*的面积为\_\_\_\_\_\_.

14. 如图，在三棱锥*O*-*ABC*中，*OA*，*OB*，*OC*两两垂直，，，则直线*OB*与平面*ABC*所成角的正弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



15. 已知双曲线*C*：的左、右焦点分别为，，*P*为*C*上一点，且，则当*C*的离心率\_\_\_\_\_\_时，满足.

16. 已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是，接下来的两项是，，再接下来的三项是，，，依此类推.

（1）这个数列的第100项为\_\_\_\_\_\_；

（2）整数*N*满足条件：且该数列的前*N*项和为2的整数幂，则最小整数\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题（本大题共**6**小题，共**70**分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

17. 已知数列各项均为正数，且，.

（1）证明：为等差数列，并求出通项公式；

（2）设，求

18. 四棱锥中，，平面，，*E*为*AB*的中点，且.



（1）求证：平面；

（2）求二面角的正弦值.

19. 已知圆，*Q*是*x*轴上的动点，*QA*，*QB*分别切圆*M*于*A*，*B*两点.

（1）求四边形*QAMB*面积的最小值；

（2）若，求*Q*点的坐标.

20. 设抛物线的准线为*l*，*A*、*B*为抛物线上两动点，于，定点使有最小值．



（1）求抛物线方程；

（2）当（且）时，是否存在一定点*T*满足为定值？若存在，求出*T*的坐标和该定值；若不存在，请说明理由．

21. 已知数列，，，数列满足，.

（1）求证：数列为等差数列，并求出数列的通项公式；

（2）求的表达式；

（3）求证：

22. 已知椭圆*C*：的左、右焦点分别为、，焦距为2，上、下顶点分别为、，*A*为椭圆上的点，且满足.



（1）求椭圆*C*的标准方程；

（2）过、作两条相互平行直线，交*C*于*M*，*N*和*P*，*Q*，顺次连接构成四边形*PQNM*，求四边形*PQNM*面积的取值范围.

**长郡中学**2023**年下学期高二期中考试**

**数 学**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共8页.时量120分钟.满分150分.**

**第Ⅰ卷**

**一、选择题（本大题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

【1题答案】

【答案】A

【2题答案】

【答案】A

【3题答案】

【答案】D

【4题答案】

【答案】C

【5题答案】

【答案】A

【6题答案】

【答案】A

【7题答案】

【答案】C

【8题答案】

【答案】A

**二、选择题（本大题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得**5**分，部分选对的得**2**分，有选错的得**0**分）**

【9题答案】

【答案】ACD

【10题答案】

【答案】AB

【11题答案】

【答案】AD

【12题答案】

【答案】BCD

**第Ⅱ卷**

**三、填空题（本大题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分）**

【13题答案】

【答案】

【14题答案】

【答案】##

【15题答案】

【答案】##

【16题答案】

【答案】 ①. 256 ②. 1897

**四、解答题（本大题共**6**小题，共**70**分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

【17题答案】

【答案】（1）证明见解析，

（2）20

【18题答案】

【答案】（1）证明见解析

（2）

【19题答案】

【答案】（1）

（2）

【20题答案】

【答案】（1）

（2）存在定点，使得为定值．

【21题答案】

【答案】（1）证明见解析，

（2）

（3）证明见解析

【22题答案】

【答案】（1）