**高2024届期中考试数学试卷**

**总分：150分 考试时间：120分钟**

**一、单项选择题：共8小题，每小题5分，共40分。**

1. 已知集合，则（    ）

A.  B.  C.  D. 

2. 已知复数*z*满足，则（    ）

A. 3 B. 1 C.  D. 

3. 已知，则（    ）

A.  B.  C.  D. 

4. 已知等比数列的首项 ，前项和为，且成等差数列，则（    ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 已知四棱锥的底面是正方形，平面，若，则平面与平面夹角的余弦值为（    ）

A.  B.  C.  D. 

6. 某款对战游戏，总有一定比例的玩家作弊该游戏每10个人组成一组对局，若一组对局中有作弊玩家，则认为这组对局不公平.现有50名玩家，其中有2名玩家为作弊玩家，一次性将50名玩家平均分为5组，则5组对局中，恰有一组对局为不公平对局的概率为（   ）

A.  B.  C.  D. 

7. 设函数，若关于的不等式有解，则实数的值为（    ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知，则（    ）

A.  B. 

C.  D. 

**二、多项选择题：共4小题，每小题5分，共20分。**

9. 设*z*为复数，则下列命题中正确的是（　　）

A.  B. 

C. 若，则的最大值为2 D. 若复数，则

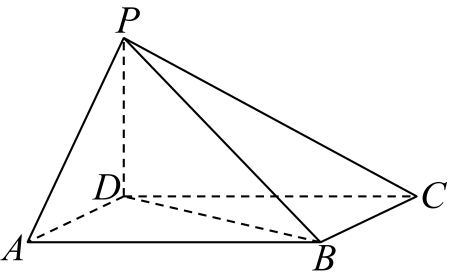
10. 在中，下列说法正确的有（    ）

A. 若，则公众号：全元高考go. 若为锐角三角形，则

C. 若，则一定是等腰三角形

D. 若为钝角三角形，且，，，则的面积为

11. 如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，，，底面，则（    ）



A. 

B. 与平面所成角为

C. 异面直线与所成角的余弦值为

D. 平面与平面夹角的余弦值为

12. 已知函数，若存在实数使得方程有四个互不相等的实数根，分别为，且，则下列说法正确的有（　）

A.  B. 

C.  D. 的取值范围为

**三、填空题：共4小题，每小题5分，共20分。**

13. 已知（为锐角），则 .

14. 已知公差不为零的等差数列的前项和为，则

15. 在一次投篮比赛中，甲、乙、丙三人投篮命中的概率分别为，，，若每次投球三人互不影响，则在一次投球中，三人中至少有两人投篮命中的概率为 .

16. 已知对任意，都有，则实数的取值范围是 .

**四、解答题：共70分。**

17. （10分）已知集合，不等式的解集为.

(1)当时，求；公众号：全元高考

(2)若，求实数的取值范围.

公众号：全元高考

18. （12分）设数列的前项和为，且.

(1)求的通项公式；

(2)设数列满足，求数列的前项利.

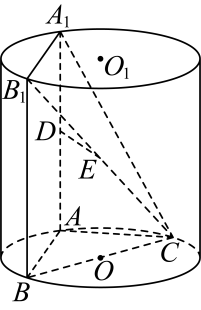
19. （12分）已知函数（，，）的图象相邻两条对称轴间的距离为. 函数的最大值为2，且\_\_\_\_\_\_.

请从以下3个条件中任选一个，补充在上面横线上，①为奇函数；②当时；③是函数的一条对称轴. 并解答下列问题：

(1)求函数的解析式；

(2)在中，、，分别是角，，的对边，若，，的面积，求的值.

20. （12分）如图，，为圆柱的母线，*BC*是底面圆*O*的直径，*D*，*E*分别是，的中点，面.

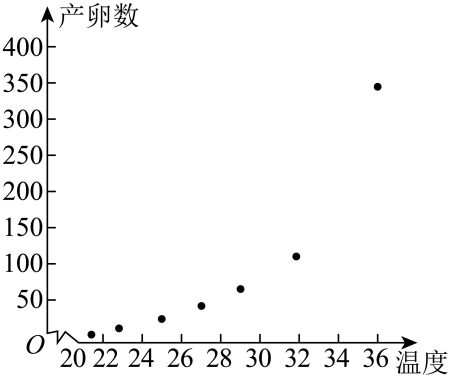


(1)证明：平面*ABC*；

(2)若，求平面与平面*BDC*的夹角余弦值.

21. （12分）红蜘蛛是柚子的主要害虫之一，能对柚子树造成严重伤害，每只红蜘蛛的平均产卵数*y*（个）和平均温度*x*（℃）有关，现收集了以往某地的7组数据，得到下面的散点图及一些统计量的值.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 参考数据（） | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
| 5215 | 17713 | 714 | 27 | 81.3 | 3.6 |



(1)根据散点图判断，与（其中…为自然对数的底数）哪一个更适合作为平均产卵数*y*（个）关于平均温度*x*（℃）的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

(2)由（1）的判断结果及表中数据，求出*y*关于*x*的回归方程.（计算结果精确到0.1）

附：回归方程中，，

(3)根据以往每年平均气温以及对果园年产值的统计，得到以下数据：平均气温在22℃以下的年数占60%，对柚子产量影响不大，不需要采取防虫措施；平均气温在22℃至28℃的年数占30%，柚子产量会下降20%；平均气温在28℃以上的年数占10%，柚子产量会下降50%.为了更好的防治红蜘蛛虫害，农科所研发出各种防害措施供果农选择.

在每年价格不变，无虫害的情况下，某果园年产值为200万元，根据以上数据，以得到最高收益（收益＝产值－防害费用）为目标，请为果农从以下几个方案中推荐最佳防害方案，并说明理由.

方案1：选择防害措施*A*，可以防止各种气温的红蜘蛛虫害不减产，费用是18万；

方案2：选择防害措施*B*，可以防治22℃至28℃的蜘蛛虫害，但无法防治28℃以上的红蜘蛛虫害，费用是10万；

方案3：不采取防虫害措施.

22. （12分）已知函数.

(1)当时，比较与的大小；

(2)若函数，且，证明：.

**高2024届期中考试数学试卷参考答案**

单选：1—4：ADAB 5—8：BCCB

多选：9. ACD 10. AB 11. ACD 12. BD

详解：

1. 由得，，

所以，

2. 设，依题意，

，，

所以，解得，

则.

3. 由，得，即，

所以.

4. 设等比数列的公比为，

由于成等差数列，

所以，由于，

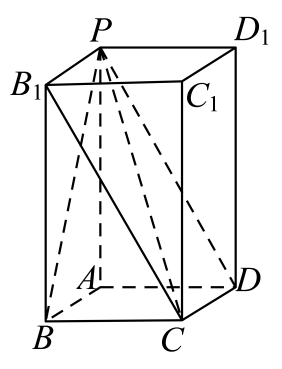
所以，

所以，

所以，，

所以.

5. 四棱锥的底面是正方形，平面，则此四棱锥可补形成长方体，如图，



显然直线是平面与平面的交线，由平面，得，

因此是平面与平面所成二面角的平面角，

在中，，则，，

所以平面与平面夹角的余弦值为.

6. 所有对局中，恰有一组对局是不公平对局的情况为：2名外挂玩家都分到了同一组对局，

记该事件为事件，则.

7. 设点，则，

令，，

可知的最小值即为上的点与上的点之间的距离平方的最小值，

若直线与函数的图象相切，设切点的横坐标为，

因为，可得，解得：，

则切点为，且切点在上，故，

点到直线的距离为，所以，

又因为有解，则，

此时点*P*在上，也在直线在点*P*处的垂线即直线上，

其中直线在点*P*处的垂线的斜率为，

所以直线在点*P*处的垂线方程为：

即点坐标满足，解得，即.

8. 令，

设且，则，

令，则，所以单调递增，

则，故单调递增，所以，

故在上恒成立，则，即，

由三角函数线，时有，则，即.

综上，.

9. 对于A，设 ()，则，所以，

而，所以成立，故A正确；

对于B，设 ()，

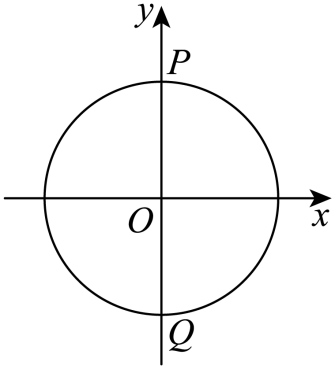
当均不为时，为虚数，

而为实数，所以不成立，故B错误；

对于C，，则复数对应的点的轨迹是以为圆心，为半径的圆，

的几何意义为复数对应的点与两点间的距离，

所以，如图可知，当点*P*为时，最大，取最大值，最大值为2，故C正确；



对于D，设 ()，（），

由，则，

则

；



；

所以，故D正确.

10. 对于A：因为，所以，所以，A正确；

对于B：因为是锐角三角形，所以，即，

因为且，在区间单调递增，

所以，B正确；

对于C：，

即，即，

所以，而*A*,*B*为三角形内角，

所以或者，

所以是等腰三角形或者直角三角形，C错误；

对于D：易求出 ，而，所以，

化简可得，解得或者，

当时此时是最大角且，所以满足钝角三角形，

此时，

当时此时为最大角且，所以满足钝角三角形，

此时，所以D错误，

11. 设，

对于A选项，，由余弦定理可得，

所以，，所以，，

因为底面，平面，则，

因为，、平面，所以，平面，

因为平面，所以，，A对；

对于B选项，因为底面，所以，与平面所成的角为，

且，又因为为锐角，故，

即与平面所成角为，B错；

对于C选项，因为四边形为平行四边形，则，且，

所以，异面直线与所成角为或其补角，

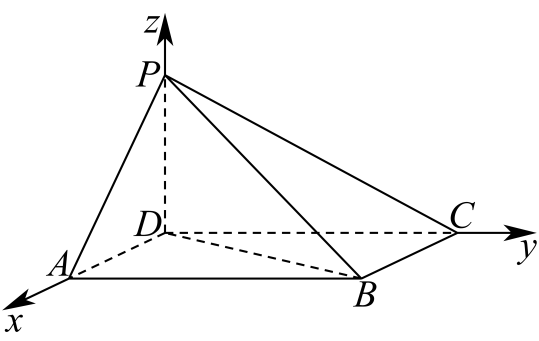
因为底面，平面，则，

所以，，则，

故异面直线与所成角的余弦值为，C对；

对于D选项，因为底面，，

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，



则、、、，

设平面的法向量为，，，

则，取，则，

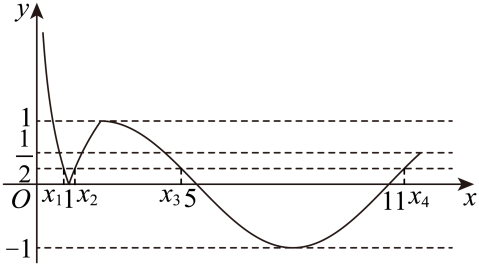
设平面的法向量为，，，

则，取，可得，

所以，，

所以，平面与平面夹角的余弦值为，D对.

12. 作出在上的图象，如图所示：



对于A，因为，

又因为方程有四个互不相等的实数根，所以，故A错误；

对于B，由题意可得，，且有，，所以，

故，当，即时，等号成立，故B正确；

对于C，由题意可得，由A可知，

所以，故C错误；

对于D，由题意可知与关于直线对称，且，，所以，故.

因为，所以.

又因为，

所以，在上单调递减，

故,

所以，，所以.

因为，，所以，

在单调递增，所以，故，

所以的取值范围为，故D正确.

13.  14. 7 15.  16. 

13. 因为为锐角，，

所以为第二象限角，又，

所以

.

14. 若公差为且，则，

由.

15. 由已知可得，一次投球中，三人中恰有两人投篮命中的概率；

一次投球中，三人投篮均命中的概率.

所以，在一次投球中，三人中至少有两人投篮命中的概率.

16. 根据题意可知，，

由，可得恒成立，

令，则，

现证明恒成立，设，

，当时，解得，

当时，，单调递减，

当时，，单调递增，

故时，函数取得极小值即最小值，，

所以，即恒成立，

，

，

当且仅当（该方程显然有解）时取等号，所以，即.

所以实数的取值范围是.

17. （1）当时，；或，

解得，故，

故；

（2）由得，

当时，；

当时，，

故，解得，

即实数的取值范围为或.

18. （1）因为，所以不为常数，

由，得，

即，解得或（舍去），

当时，，

当时，，

所以，.

（2）当时，，

当时，







，①

则，②

①-②：





.

所以，

所以.

经检验，当时，满足上式，

所以.

19. （1）由题意得，

∴最小正周期，则，

∴.

若选①，为奇函数，则，

∴，即

∵，即，

∴即，

∴.

若选②，当时，

∴即，

∵，

∴，

∴.

若选③，是函数的一条对称轴，

∴即

∵，

∴，

∴.

（2）∵，

∴,即，

∵即，

∴，即，

又∵，的面积，

∴得，

在中，由余弦定理得：，

解得.

20. （1）证明：如图所示，取中点*F*，连接*DF*，*EF*，

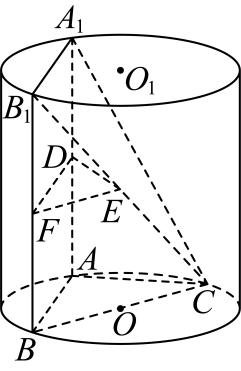
因为*D*，*E*，*F*分别为，，的中点，所以，，

又因为平面，平面，平面，平面，

所以平面，平面，

又因为，平面，

所以平面平面，又因为平面*DEF*，所以平面.



（2）解：如图所示，连接，

因为分别为的中点，所以，且，

又因为*D*为的中点，所以，且，

所以，且，即四边形*AOED*为平行四边形，即，

因为面，所以面.

又因为面，所以，可得，

以为原点，以分别为轴建立空间直角坐标系，如图所示，

设，则，

可得，，，，，

则，，，,

设平面的法向量为，则，

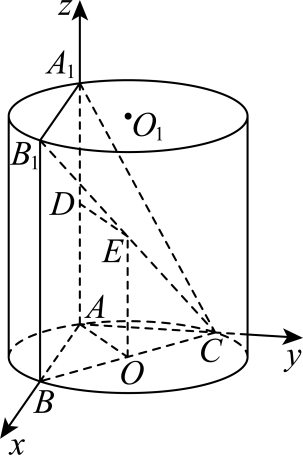
取，可得，所以.

设平面的法向量为，则，

取，可得，所以，

则，

所以平面与平面的夹角的余弦值为.



21. （1）由散点图可以判断，更适宜作为平均产卵数*y*关于平均温度*x*的回归方程类型.

（2）将两边同时取自然对数，可得，

由题中的数据可得，，，

所以，

则，

所以*z*关于*x*的线性回归方程为，

故*y*关于*x*的回归方程为；

（3）用，和分别表示选择三种方案的收益.

采用第1种方案，无论气温如何，产值不受影响，收益为万，即

采用第2种方案，不发生28℃以上的红蜘蛛虫害，收益为万，

如果发生，则收益为万，即，

同样，采用第3种方案，有

所以，，

，



.

显然，最大，所以选择方案1最佳.

22. （1）设函数，

则，

当时，，

则在上单调递增，

所以，从而，即；

（2）设函数，

当时，，，则恒成立，

则由，得，

又，所以,

因为，所以，

令，则恒成立，

所以在上单调递增，则，

所以在上单调递增，

又，，所以,

要证，只需证，

即证.

因为，所以.

设函数，则，

所以在上单调递增，

因为，所以，所以，

所以，

所以，从而得证.