

绝密★启用前

名校联盟 · 2023届高三5月冲刺压轴大联考

数 学

一 、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中， 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合A={x |log2(x-2023)<1},B=N, 则集合A∩B 中元素个数为 A.1 B.2 C.2023 D.2024

2.已知复数 ~~是~~纯虚数，则实数a 的值为

 B.  C.  D. 

3.阅读下列材料：有理数都能表示 ,且 q≠0,p 与 q 互质)的形式，从而 有理数集 且 q≠0,p 与 q 互 质 ,任何有理数都可以化为有限小 数或无限循环小数；反之，任一有限小数或者无限循环小数也可以化的形式，

从而是有理数.

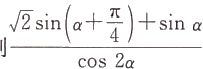
例如：0. .循环小数1.27化成分数为

A.  B.  C.  D. 

4.在△ABC中，已知 AC=3,向量AB在向量AC上的投影向量为 ,点 D 是 BC

边上靠近C 的三等分点，则AD ·AC=

A.3 B.6 C.7 D.9

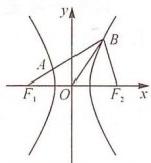
5.已知α是直线x 2y+3=0 的倾斜角，则的值为

A.  B.  C.  D. 

6.学校校园从教室到寝室的一排路灯共12盏，按照规定，如果两端有坏了的路灯或 者中间同时坏了相邻的两盏或两盏以上的路灯，就必须马上维修，已知这排路灯 坏了3盏，则这排路灯必须马上维修的概率为

A.  B.  C.  D. 

【高三数学 第1页(共6页)】



7.定义：与圆锥的底面和各母线均相切的球，称为圆锥的内切球，此圆锥称为球的外 切圆锥. 已知某圆锥的内切球半径等于1,则该圆锥体积的最小值为

A.  B.3π C.  D. 

8.如图，Fi、F₂ 是双曲线 E: 的左、右焦点，过 F₁ 的直线交双

曲线的左、右两支于 A 、B 两点，且 |BF₁|=4|AF₁ |,|OB|=√a²+b², 则双曲线 C

的离心率为

.

A

.

C





B

.

D

.

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多

项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9.如图是某质点作简谐运动的部分图象，位移y (单位：mm) 与时间t(单位：s)之间

的函数关系式是

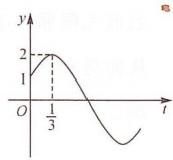
A. 该简谐运动的初相为 

B. 该简谐运动的频率为

C. 前6秒该质点的位移为12 mm

D. 当 时，位移y 随着时间t 的增大而增大

,则下列命题正确的是



10.下列说法中正确的是

A.已知离散型随机变量 

B. 一组数据148,149,154,155,155,156,157,158,159,161的第75百分位数 为158

C. 若 ,则事件A 与 B 相互独立

D. 根据分类变量x 与 y 的观测数据，计算得到 x²=3.154, 依据α=0.05的独 立性检验可得：变量x 与 y 独立，这个结论错误的概率不超过0.05

附：x² 独立性检验中几个常用的概率值与相应的临界值

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| Xa | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

【高三数学 第2页(共6页)】



11. 已知圆C:(x- 1)²+(y-2)²=16, 直线 l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0, 则

A. 直线l 恒过定点

B. 直线l能表示平面直角坐标系内每一条直线

C. 对任意实数m, 直线l 都与圆C 相交

D. 直线l 被圆C 截得的弦长的最小值为2 √ 11

12.在棱长为1的正方体ABCD-A₁B₁C₁D₁ 中 ，M 为正方体表面上的动点，N 为线

段AC₁ 上的动点，若直线 AM 与 AB 的夹角光,则下列说法正确的是

A. 点 M 的轨迹确定的图形是平面图形

B. 点 M 的轨迹长度为

C.C₁M 的最小值为 √ 2-1

D. 当点M 在侧面BB₁C;C 上时，

的最小值为1

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.2023年5月湖南省部分高三学生参加高三第一次模拟大联考，假如联考的数学

成绩服从正态分布，其总体密度函数为： ,且 P(70≤X≤

100)=0.7.若参加此次联考的学生共有80000人，则数学成绩超过100分的人

数大约为

14.若函数f(x)=λx³+(λ-2)x²(x ∈R) 是奇函数，则曲线y=f(x) 在点(λ,f(λ))

处的切线方程为 ·

15. 已知抛物线 C:y²=8x 的焦点为F, 过点M(-1,0) 且斜率为正的直线l 与抛物

线C 相交于A,B 两点，且 |FA|+|FB|=10,E(5,0). 若过点E,F 的圆与直线l

相切于第一象限的点N, 则 /ENF 的值为

16. 已知函数f(x)=e…inr-asinx, 对于任意x1,x2∈R, 都有 |f(x₁)-f(x₂) | ≤e-

2,则实数a 的取值范围为

【高三数学 第3页(共6页)】

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算 步骤.

17. (本小题满分10分)

已知数列{a,} 的首项α₁=1,且满足3am+1-am=2×3-".

(1)求证：数列{3" ·a,} 是等差数列；

(2)若数列{b,} 满足b,=9" ·a,an+1, 求数列  的前n 项和Sn.

18. (本小题满分12分)

在△ABC 中 ，a、b、c 分别是角A、B、C 所对的边，向量μ=(c-2b,a),v=(cosA, cos C),且μ⊥v.

(1)求角A 的大小；

(2)若AC ·AB=2, 求△ABC 外接圆半径的最小值.

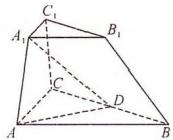
19. (本小题满分12分)

如图，在三棱台A₁B₁G₁-ABC 中 ，A;B₁=2,AB=AC=4,AA₁=CCi=√5,BB₁=3,

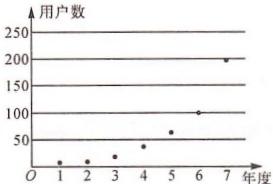


(1)证明：平面A;ACCi 工平面ABC;

(2)设D 是 BC 的中点，求平面A₁ACC₁ 与平面A₁AD 夹角的余弦值.



【高三数学 第4页(共6页)】



|  |
| --- |
| y |

|  |
| --- |
| Z |

|  |
| --- |
| 62.43 |

|  |
| --- |
| 1.54 |

|  |
| --- |
| 50.12 |

|  |
| --- |
| 3.47 |

|  |
| --- |
| 2548 |

20. (本小题满分12分)

华为云服务是华为公司在ICT 领域通过30多年的技术攻坚和经验积累，将产品 解决方案开放给用户，为用户提供集个人数据同步、云相册、手机找回等多种基 础云功能，旨在为消费者提供一站式易用、快捷、智能、安全的个人数据管理服 务.华为云服务采用按需使用、按需付费的一站式 IT 计算资源租用服务.据调 查，在某一地区自2016年至2022年以来，7年的使用用户数如下表所示：(x 表 示年度，2016年度记为1,2017年度记为2,…,依次类推，2022年度记为7;y 表

示该年度使用的用户数，单位：千户).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| y | 7 | 9 | 21 | 36 | 66 | 100 | 198 |

根据以上数据，绘制了如图所示的散点图.

(1)根据散点图判断，在这7年内，y=a+bx 与 y=c ·d²(c,d 均为大于零的常 数)哪一个适宜作为该地区华为云用户数y(千户)关于年度x 的回归方程类 型?(给出判断即可，不必说明理由);并根据表中数据，求y 关于x 的经验回 归方程，估计2023年度用户数(保留到千户位);

(2)该地区按用户使用华为云服务的时间，从高到低评为三个等第的星级，其中 连续使用华为云5年以上的用户评为“五星用户”,三年以上五年以下的用户 评为“三星用户”,其它用户评为“星级用户”,每位用户年服务费按星级从高 到低依次为50元、70元、90元.为了拓展用户数量，该地区今年推出一项用 户星级升级的抽奖活动，每位用户可抽奖两次，每次抽奖有 的概率升两级， 有 的概率升一级，还有 的概率不升级，最高升为“五星用户”.现某家庭有 2位华为云用户，其中甲是“三星用户”,乙是“星级用户”,求今年该家庭支付 华为云服务费的分布列与数学期望.

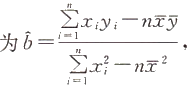
参考数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 10°.54 |

【高三数学 第5页(共6页)】

其中x;=lg yi 

参考公式：经验回归直线方程y=bx+a 中斜率与截距的最小二乘法估计公式分

别 a=y-bπ .

21. (本小题满分12分)

已知双曲线 C:

心率.



的一个焦点到其一条渐近线的距离等于其离

(1)求双曲线 C 的方程；

(2)若直线l 与椭圆 相切，且与双曲线 C 的左、右支分别交于A,B 两 点，与双曲线C 的渐近线分别交于E,F 两点 .D(0,2),O 为坐标原点，记 △DAB,△OEF 的面积分别为S₁,S₂, 时，求直线l 的 方程 .

22. (本小题满分12分)

已知函数f(x)=ln(1+x), ,f(x) 与 g'(x) 分别是f(x) 与 g(x) 的 导

函数.

(1)证明：当α=1时，方程f(x)=g'(x) 在(-1,0)上有且仅有一个实数根；

(2)若对任意的 x ∈(0,+ ), 不 等 式f(x)>g(x) 恒成立，求实数 a 的取值 范围.

【高三数学 第6页(共6页)】

天壹名校联盟 ● 2023届高三 5 月冲刺压轴大联考 ● 数学 参考答案、提示及评分细则

【命题意图】本题考查直线的倾斜角与斜率 ,同角三角函数的基本关系 ,三角恒等变换 ,考查数学运算的核心 素养 .

【难度】容易 .

6.【答案】A

【解析】设必须马上维修记为事件 *A*,则不需要马上维修为,

而 表示 9盏灯正常 ,且在 9盏的中间有任意 2盏都不相邻的 3盏已坏的灯 ,

.*P*()= = = ,.*P*(*A*)=1-*P*()=1- = .故选 A.

【命题意图】本题考查古典概型概率的计算 ,对立事件概率之间的关系 ,考查逻辑推理与数学运算的核心素养. 【难度】容易

1.【答案】A

【解析】集合 *A*=〈*x*l0<*x*- 2023<2〉=〈*x*l2023<*x*<2025〉,*B*=N,.*A*n*B*=〈*x*l*x*=2024〉,元素个数为 1. 故选 A.

【命题意图】本题考查简单的对数不等式的解法及集合的交集运算 ,考查数学运算的核心素养 . 【难度】容易 .

2.【答案】B

2+3i (2+3i)(*a*+i) (2*a*-3)+(3*a*+2)i (2*a*-3)+(3*a*+2)i

【解析】 = = =

*a*- i (*a*- i)(*a*+i) *a*2 +1 *a*2 +1 ,

所以要使i为纯虚数 ,则〈解得．*a*= .故选 B.

【命题意图】本题考查复数的概念及复数的运算 ,考查数学运算与数学抽象的核心素养 . 【难度】容易 .

3.【答案】D

【解析】1.=1+0.27+0.0027+0.000027+… =1+ 0.27 =1+27= 126= 14 故选 D.

1 99 99 11.

100

1-

【命题意图】本题是选用教材《选择性必修第二册》第 57页第 14题改编 ,考查等比数列的求和 ,渗透数列的极 限 ,等比数列各项和 ,考查数学运算与数学抽象的核心素养 ,提醒学生回归教材 ,重视基础 ,适度延展 .

【难度】容易 .

4.【答案】C

【解析】:向量一*B*在向量一*C*上的投影向量为  ~~l~~l,.一*B*●一*C*=  ~~l~~l ●一*C*=3

又一*D*=一*B*+一*D*=一*B*+ 一*C*=一*B*+ ( 一*C*-一*B*)= 一*B*+ 一*C*,

.一*D*●一*C*= ( 一*B*+ 一*C*)●一*C*= 一*B*●一*C*+ 一*C*●一*C*=1+ ×9=7.故选 C.

【命题意图】本题考查平面向量的基本运算 ,线性运算 ,数量积运算 ,投影向量的概念 ,考查逻辑推理与数学运 算的核心素养 .

【难度】容易 .

5.【答案】B

【解析】法一．由题意可知 tan*9*= 2 ,(*9*为锐角),.sin*9*=^ ,cos*9*=^ ,

1 1 2

(*9*+  )+sin*9*

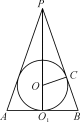
cos2*9*=cos2*9*-sin2*9*= , cos2*9* = sin*9*+s+sin*9*=^× = ~~4^3~~~~5~~.故选 B.

1 1

cos2*9* cos2*9*-sin2*9* 3sin2*9* 3sin*9* 3 .

法二．由题意可知 tan*9*= 2 ,(*9*为锐角). cos*9*=2sin*9*,sin*9*=  ,

(*9*+  )+sin 故选 B.

7.【答案】C

【解析】如图 ,作出该几何体的轴截面得到如图所示的平面图形 ,

设该圆锥的内切球球心为 *O*,底面圆的圆心为点 *O*1 ,

底面半径为 *R*,高为 *h*,

法 一 :由等面积法可得: ×2*R*.*h*= × (2*R*+2^) ×1,

化简得:*h*=1,*V*= .*h*=× 1,

又 :1 = = (*R*2 - 1) + 1+2≥2^(*R*2 - 1) . 1 + 2

=4,

.*V*≥×4=,当且仅当 *R*2 - 1= 1,即 *R*=^时取等号 .故选 C.

法二:如图:△*POC*c△*PBO*1 ,. = = ,

.*R*2 = *r*2*h* :*r*=1,.*R*2 = *h*

*h*- 2*r*, *h*- 2,

.*V*= .*h*= × 2=  × [(*h*- 2) +2+4]≥ ,当且仅当 *h*- 2= 2,即 *h*=4时取等号 .

【命题意图】本题考查球与几何体的切接 ,基本不等式 ,考查直观想象与逻辑推理以及数学运算的核心素养 .

【难度】中等偏难

8.【答案】B

【解析】由平面几何知识可知:Z*F*1*BF*2 =  ,连接 *AF*2 .

设l*AF*1 l=*m*,则l*AF*2 l=2*a*+*m*,l*BA*l=3*m*,l*BF*2 l=4*m*- 2*a*,

在 △*ABF*2 中 ,由勾股定理有(2*a*+*m*) 2 =(3*m*) 2 +(4*m*- 2*a*) 2 ,解得 *m*=5*a*

6 ,

. l*BF*2 l=4*m*- 2*a*=,l*BF*1 l=4*m*=*a*,

在 △*BF*1*F*2 中 ,由l*BF*1 l2 +l*BF*2 l2 =l*F*1*F*2 l2 ,得 ( ) 2 + ( ) 2 =(2*c*) 2 ,

解得*c*2 = 29 *e*= ^ 故选 B.

*a*2 9 , 3 .

【命题意图】本题考查双曲线的定义 ,几何性质 ,考查逻辑推理与数学运算的核心素养 .

【难度】较难

9.【答案】AD

【解析】由图可知 *A*=2,2sin*o*=1,*o*∈ (0,) ,.*o*= ,2sin( *Z*+ ) =2,

且在*t*∈(0,) 内 ,*s*随着*t*的增大而增大 ,. *Z*+ =  ,*Z*= r,

.*s*=2sin(r*t*+ )

对于 A**:***o*= ,.A正确;

对于 B::*Z*= r,.*T*==2,.*f*==  ,.B错误;

对于 C:当*t*=6时 ,*s*=2sin( 6r+) =1,.C错误;

对于 D:≤*t*≤时 ,≤r*t*+≤ (4r+1) <,

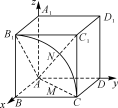
.当*t*∈[ ,]时 ,位移 *s*随着时间*t*的增大而增大 ,.D正确 .故选 AD.

【命题意图】本题考查三角函数的图象 、性质以及实际应用 ,考查直观想象与数学建模以及数学运算的核心 素养 .

【难度】容易

10.【答案】BC

【解析】对于 A:根据二项分布的方差公式可得:*D*(*X*) =4× × ( 1- ) =  ,.*D*(3*X*+2) =32*D*(*X*) =

8,.A错误;

对于 B.10×75%=7.5,.这组数据的第 75百分位数为第 8个数 158,.B正确;

对于 C.:*P*() =  ,.*P*(*B*) =1- =  ,.*P*(*A*) ×*P*(*B*) =  ×  = =*P*(*AB*) ,根据事件独立性的

定义可知.事件 *A*与*B*相互独立 ,.C正确;

对于 D.根据 *X*2 的值以及常用的概率值与相应临界值可知.依据*a*=0.05 的独立性检验可得.变量*x*与*s*相 互独立 ,这个结论错误的概率不超过 0.1..D错误 .故选 BC

【命题意图】本题考查概率与统计的一些基本概念与基础知识 ,考查数学抽象与数据分析以及数学运算的核 心素养 .

【难度】容易

11.【答案】ACD

【解析】对于 A.直线 *1*的方程可化为(2*x*+*s*-7)*m*+(*x*+*s*-4) =0,

联立 解得 

所以直线恒过定点 *P*(3,1) ,.A正确;

对于 B.直线 *1*不能表示直线 2*x*+*s*-7=0,也不能表示不过点 *P* 的直线 ,.B错误;

对于 C,直线 *1*恒过圆*C*内 一 点 *P*(3,1) ,所以直线 *1*与圆相交 ,.C正确;

对于 D,当直线 *1*」*CP*时 ,直线被圆截得的弦长最短 ,所以最短弦长为 2 ^*r*2 -*d*2 =2^16-5=2^11 ,.D 正确 .故选 ACD.

【命题意图】本题考查直线与圆的位置关系 ,考查数学直观与逻辑推理以及数学运算的核心素养 .

【难度】容易

12.【答案】BCD

【解析】如图建立空间直角坐标系 ,则 *D*(0,1,0) ,*C*1 (1,1,1)

:直线 *AM* 与 *AB*的夹角为 r

4 ,

当点 *M* 在侧面 *AA*1*D*1*D*上时 ,*AB*」*AM*,不合题意;

当点 *M* 在底面 *A*1*B*1*C*1*D*1 和侧面 *CC*1*D*1*D* 上时 ,点 *M* 到直线 *AB* 的距离大于 *AB*

的长度 ,此时 ,*AM* 与 *AB*的夹角大于 45";

当点 *M* 在侧面 *AA*1*B*1*B*和底面 *ABCD*上时 ,可知线段 *AC*,*AB*1 满足题意;

当点 *M* 在侧面*CC*1*D*1*D*上时 ,由 *AB*」*BM*,可知 *BM*=*AB*,此时弧 *B*1*C*为所求 .

.*M* 点的轨迹为线段 *AC*,*AB*1 ,弧 *B*1*C*,

显然线段 *AC*,*AB*1 ,弧 *B*1*C*不共面 ,.A错误;

对于 B.点 *M* 的轨迹长度为+2^ ,.B正确;

对于 C.若 *M* 在线段 *AC* 上 ,则 *C*1*M* 的最小值为 1;

同理.若 *M* 在线段 *AB*1 上 ,则 *C*1*M* 的最小值也为 1;

若 *M* 在弧*B*1*C*上 ,则 *C*1*M* 的最小值为*C*1*B*- 1=^- 1;.C正确;

对于 D.*M*(1,*s*,*z*)(0<*s*,*z*<1) ,且  *N*(*λ*,*λ*,*λ*) ,*λ*∈[0,1],

则^*AN*+*MN*=*λ*+ ^≥*λ*+ ^=*λ*+(1-*λ*) =1,

等号当且仅当 *s*=*z*=*λ*,且 *s*2 +*z*2 =1,即 *s*=*z*=*λ*=^2 时成立 ..D正确 .故选 BCD.

2

【命题意图】本题考查空间两点间距离公式 ,空间几何体与平面解析几何结合问题 ,考查数学直观与逻辑推 理以及数学运算的核心素养 .

【难度】较难

13.【答案】12000

【解析】:总体密度函数为.*f*(*x*) = e-  ,.*以*=85,

1-0.7

由 *P*(70≤*X*≤100) =0.7,得 *P*(*X*≥100) = =0.15,

2

.超过 100分的人数大约为 80000×0.15=12000.

【命题意图】本题考查正态分布的概念以及概率计算 ,考查数学建模 、逻辑推理以及数学运算的核心素养 . 【难度】容易

14.【答案】24*x*-*s*-32=0

【解析】:*f*(*x*) =*λx*3 +(*λ*- 2)*x*2 (*x*∈R) 是奇函数 ,.*f*( -*x*) +*f*(*x*) =0对 V*x*∈R恒成立 , 2 =0对 V*x*∈R恒成立 ,.*λ*=2. =24,

. 曲线 *s*=*f*(*x*) 在点(2,16) 处的切线方程为 *s*- 16=24(*x*- 2) ,化简得 24*x*-*s*-32=0.

【命题意图】本题考查函数奇偶性的定义 、基本求导公式以及导数的几何意义 ,考查逻辑推理以及数学运算 的核心素养 .

【难度】容易

15.【答案】

【解析】:过点 *M*( - 1,0) 且斜率为正的直线 *1*与抛物线相交于 *A*,*B*两点 ,

设 *1*:*x*=*ms*- 1(*m*>0) ,*A*(*x*1 ,*s*1 ) ,*B*(*x*2 ,*s*2 )

联立 可得 *s*2 =8*ms*- 8,.*s*1 +*s*2 =8*m*,*s*1*s*2 =8,.*x*1 +*x*2 =*m*(*s*1 +*s*2 ) - 2=8*m*2 - 2,

由 l*FA*l+ l*FB*l=10,可得 *x*1 +2+*x*2 +2=10,.8*m*2 =8,*m*=1,

.*1*的方程为*x*-*s*+1=0,

7

. 由 *F*(2,0) ,*E*(5,0) 在圆上 ,可知圆心的横坐标为

2 ,

设圆心为 (  ,*b*) (*b*>0) ,则半径*r*2 =*b*2 +  ,

.圆的方程为 (*x*-  ) 2 +(*s*-*b*) 2 = +*b*2 ,

=*b*2 + 9 解得 *b*= 3 或 *b*= - 21(舍去) ,

12

|  |
| --- |
| -*b* |

+1

( :该圆与 *1*相切 ,

(

4 , 2 2

^ 2

)

此时圆的方程为 (*x*-  ) 2 + (*s*-  ) 2 =  ,联立方程 <1 (*s*-  ) 2 = 可求得 *N*(2,3) ,又

由 ,*E*,*F*,*N* 三点的坐标易知Z*ENF*= r

4 .

【命题意图】本题考查直线与抛物线的位置关系 ,直线与圆的位置关系 ,考查逻辑推理以及数学运算的核心 素养 .

【难度】中档

16.【答案】[- 1,1]

【解析】当 *a*=0时 ,*f*(*x*) =1,符合题意:

当 *a*≠0时 ,令 *t*=*a*sin*x*(*x*∈R) ,则 *t*∈[- l*a*l,l*a*l](*a*≠0) ,

*x*可化为*s*= e*t*-*t*,

令 *g*(*t*) =e*t*-*t*,则 *g'*(*t*) =e*t*- 1,

*t*∈[- l*a*l,0]时 ,*g*(*t*) 单调递减 ,*t*∈[0,l*a*l]时 ,*g*(*t*) 单调递增 ,

所以 *g*(*t*) 的最小值为 *g*(0) =1,

对于任意 *x*1 ,*x*2 ∈R,都有l*f*(*x*1 ) -*f*(*x*2 )l≤e- 2等价于 即 

对于 ①:由 *g*(*t*) 在[0,l*a*l]上单调递增 ,且 *g*(1) =e- 1,

可知 l*a*l≤1,即 - 1≤*a*≤1且 *a*≠0.

在 - 1≤*a*≤1且 *a*≠0的条件下 ,对 ②:由 *t*∈[- l*a*l,0]时 ,*g*(*t*) 单调递减 ,

可得 e- l*a*l+ l*a*l≤e- 1 +1=1+<e- 1,②成立 .

综上可知:实数 *a*的取值范围为[- 1,1].

【命题意图】本题考查导数与单调性 ,不等式恒成立问题 ,考查逻辑推理以及数学运算的核心素养 . 【难度】较难

17.【答案】(1)略 (2)*Sn* =

*n*

2*n*+3

【解析】(1)证明.由 3*an*+1 -*an* =2×3-*n* ,可得 3*n*+1*an*+1-3*nan* =2,3*a*1 =3, … … … … … … … … … … … … 2分

. (3*n* -*an* }是以 3 为首项 ,2 为公差的等差数列; … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 4分

(2)由(1)知 -*an* =2*n*+1,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

1 1

.*bn* =9*n* -*an* -*an*+1 = (3*n* -*an*)- (3*n*+1 -*an*+1)= (2*n*+1)- (2*n*+3)… … … … … … … … … … … … 7分

3 3

. = =  ( 1- 3)… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 8分

.*Sn* =  [( - )+ (  - )+… + ( 1- 3)]

=  (  - 3)= 3. … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 10分

【命题意图】本题考查等差数列的定义 ,通项公式 ,裂项求和法求简单数列的和 ,考查数学运算的核心素养 . 【难度】容易

18.【答案】(1) (2~~)2^3~~

【解析】(1):*P*=(*c*- 2*b*,*a*),*v*=(cos*A*,cos*C*),且 *P*」*v*,

. (*c*- 2*b*)- cos*A*+*a*- cos*C*=0, … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 2分

由正弦定理知.*a*=2*R*sin*A*,*b*=2*R*sin*B*,*c*=2*R*sin*C*(*R*是 △*ABC*外接圆半径),

. (2*R*sin*C*- 2 - (2*R*sin*B*)- cos*A*+2*R*sin*A* - cos*C*=0,

.sin*C* - cos*A*- 2sin*B* - cos*A*+sin*A* - cos*C*=0,

即 sin(*A*+*C*)=2sin*B* - cos*A*,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 4分

而 *A*,*B*,*C*是 △*ABC*的三内角 ,.sin(*A*+*C*)=sin*B*>0,

. cos*A*= 1 *A*= r ; … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

2 , 3

(2):一*C*-一*B*=2,.*b***c**os*A*=2,*bc*=4,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 8分

2 - 2*b***c**os*A*≥2*bc*-4=4,.*a*≥2,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 10分

2*R*=≥^= ~~4^3~~~~3~~ ,*R*≥~~2^3~~~~3~~ ,即 △*ABC*外接圆半径的最小值为~~2^3~~~~3~~.… … … … … … … … … … … … 12分

【命题意图】本题考查正 、余弦定理 ,简单的三角恒等变换 ,考查逻辑推理及数学运算的核心素养 . 【难度】容易

2

19.【答案】(1)略 (2)

3

【解析】(1)证明.由三棱台 *A*1*B*1*C*1*ABC*知.*A*1*B*1 /*AB*,

在梯形 *A*1*ABB*1 中 ,取 *AB*的中点*E*,连接 *B*1*E*,

则四边形 *A*1*AEB*1 是平行四边形 ,

.*B*1*E*=*AA*1 =^ ,

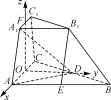
*EB*=*AB*-*A*1*B*1 =4-2=2,*BB*1 =3,

*B*1*E*2 +*EB*2 =*BB* ,

.Z*BEB*1 =  ,.*BA*」*AA*1 , … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 3分

又 :Z*BAC*= ,.*BA*」*AC*, … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 4分

:*AA*1 n*AC*=*A*,.*BA*」平面 *A*1*ACC*1 ,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 5分

.平面 *A*1*ACC*1 」平面 *ABC*: … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

*X*

256

(2) 解:由(1) 知:平面 *A*1*ACC*1 」平面 *ABC*:

取 *AC*的中点*O*,*A*1*C*1 的中点 *F*,连接 *OF*,*OD*,

由条件知:四边形 *A*1*ACC*1 是等腰梯形 ,.*OF*」*AC*,.*OF*」平面 *ABC*,

分别以 *OA*,*OD*,*OF*所在直线为*x* 轴 ,*s*轴 ,*z*轴建立空间直角坐标系 ,如图 ,

则在等腰梯形 *A*1*ACC*1 中 ,由平面几何知识可得:*OF*= ^ 5-(2- 1) 2 =2,

.*A*(2,0,0) ,*D*(0,2,0) ,*A*1 (1,0,2) ,一*D*=( - 2,2,0) ,=( - 1,0,2) , … … … … … … … … … … … … 8分

设平面 *A*1*AD*的法向量 *P*=(*x*,*s*,*z*) ,则由 (,得 (

令 *x*=2,得 *s*=2,*z*=1,.*P*=(2,2,1) ,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 10分

又平面 *A*1*ACC*1 的法向量 *v*=(0,1,0) ,

设平面 *A*1*ACC*1 与平面 *A*1*AD*的夹角为*8*,

则 cos*8*= l*P* .*v*l = 2×1 = 2 … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 12分

l*P*l. l*v*l ^ 22 +22 +12 ×1 3 .

【命题意图】本题考查直线与平面 、平面与平面的位置关系 ,平面与平面的夹角 ,空间向量的坐标运算 ,考查 直观想象 、数学抽象 、逻辑推理 、数学运算的核心素养 .

【难度】容易

20.【答案】(1)*s*=*c*.*dx* ,=3.47×100.25*x* ,*x*=8时 ,=3.47×102 =347千户

(2) 甲服务费为 70元的概率是 (  ) 2 = ,50元的概率是 1- (  ) 2 = :

乙服务费为 90元的概率是 ( ) 2 = ,70元的概率是 2× × =  ,50元的概率是 1- - = .

服务费 *X* 的分布列为 :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 160 | 140 | 120 | 100 |
| *P* | 1  256 | 19  256 | 71  256 | 165 |

*E*(*X*) = 5元

【解析】(1) 由散点图可知:*s*=*c*.*dx* 比较适宜 , … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 1分

由 *s*=*c*.*dx* 得:1g*s*=1g*c*+1g*d*.*x*,即 *z*=1g*c*+1g*d*.*x*,*z*是*x* 的 一 次函数关系 ,

= =140, … … … … … … … … … … … … … … 2分

1g*d*=*i*= = =0.25,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 3分

1g*c*=- 1g*d*.=0.54,.=3.47×100.25*x* ,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 5分

当 *x*=8时 ,*s*=3.47×100.25×8 =3.47×100=347千户: … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

(2) 由题意可知:抽奖后 ,

甲服务费为 70元的概率是 ( ) 2 = ,50元的概率是 1- ( ) 2 = : … … … … … … … … … … … … 7分

乙服务费为 90元的概率是 ( ) 2 = ,70元的概率是 2× × =  ,

1 1 11

50元的概率是 1- 16- 4 = 16. … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 8分

.今年该家庭支付的服务费 *X* 的分布列为 :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 160 | 140 | 120 | 100 |
| *P* | 1  256 | 19  256 | 71  256 | 165  256 |

… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 10分

*E*(*X*) = 5元 .… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 12分

【命题意图】本题考查最小二乘法求非线性经验回归方程 ,离散型随机变量的分布列与数学期望 ,考查数学 抽象 、数学建模 、数据分析 、逻辑推理 、数学运算的核心素养 .

【难度】中档

21.【答案】(1)*x*2 -*s*2 =2 (2) ±*x*- 2*s*+3=0

【解析】(1) 由题意 ,设双曲线 *C*: - =1(*b*>0) 的半焦距为 *c*,左焦点为 *F*1 ,

斜率为正的渐近线方程为 *bx*-^*s*=0, … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 1分

则 l*bc*l = *c* ,解得*b*2 =2,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 3 分

^*b*2 +2 ^2

.双曲线 *C*的方程为 - =1; … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 4分

(2) 由题意可得 *1*的斜率*k*一定存在且*k*≠±1,设 *1*:*s*=*kx*+*m*,

(*s*=*kx*+*m*,

由<*s*2 2 - 2) =0.

( 2 +*x*2 =1,

:直线 *1*与椭圆+*x*2 =12 - 2) =0,

化简得 *m*2 -*k*2 =2,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 5分

由 可得  =0.

设 *A*(*x*1 ,*s*1 ) ,*B*(*x*2 ,*s*2 )(*x*1 <0,*x*2 >0) ,

.*x*1 +*x*2 = ,*x*1*x*2 = <0,.*k*2 <1,*m*2 =2+*k*2 <3, … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

l*AB*l= ^= 2 ^1+*k*21^

*D*到 *AB*的距离*d*1 =  ,*S*1 =  l*AB*l.*d*1 =  ~~(2-~~*~~m~~*~~)~~ ~~2- 2~~*~~k~~*~~2~~ ; … … … … … … … … … … … 7分

由 可得 *x*=*k*,由 可得 *x*=*k*.

*S*2 =  l*OE*l. l*OF*l= ×^ *k* ×^ *k* =  ;… … … … … … … … … … … … … … … … 8分

由 ~~7 ^~~~~515~~ .*S*1 -*S*2 =4可得~~7 ^~~~~515~~ .  ~~(2-~~*~~m~~*~~)~~ ~~2- 2~~*~~k~~*~~2~~  - =4,

. ~~7 ^~~~~515~~(2-*m*) ^=3(2-*m*)(2+*m*) ,. ~~7 ^~~~~515~~^=3(2+*m*) ,

化简得(2*m*-3)(16*m*+39) =0,解得 *m*=或 *m*= - (舍去) , … … … … … … … … … … … … … … … 10分

此时 *k*=± ..*1*的方程为*s*=±*x*+ ,即 ±*x*- 2*s*+3=0. … … … … … … … … … … … … … … … 12分

【命题意图】本题考查直线与圆锥曲线的位置关系 ,考查逻辑推理 、数学运算的核心素养 . 【难度】较难

22.【答案】(1) 略 (2)*a*≤1

【解析】(1) 证明:*f*(*x*) =1n(1+*x*) ,*f'*(*x*) = .

当 *a*=1时 ,*g*(*x*) =  ,*g'*(*x*) = .

令*h*(*x*) =*f'*(*x*) -*g'*(*x*) = - = 2 - 1) , … … … … … … … … … … … … … … … 2分

,

显然 *以'*(*x*) 在( - 1,0) 上是单调递增函数 ,且 *以'*( - ) =^- 1<0,*以'*(0) =1V0,

.*以'*(*x*) 在( -  ,0) 上有唯一零点 *x*0 , … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 3分

且 *x*∈( - 1,*x*0 ) 时 ,*以'*(*x*) <0,*以*(*x*) 单调递减 ,

*x*∈(*x*0 ,0) 时 ,*以'*(*x*) V0,*以*(*x*) 单调递增 .

又 *以*(0) =0,*以*( -  ) =^- <  - <0,

*以*( -^) = e-^ +  - 1Ve- 1 - V0,

.*以*(*x*) =0在 ( -^ ,- )上有唯一 的根 ,

.*h*(*x*) =*f'*(*x*) -*g'*(*x*) 在( - 1,0) 上有唯一零点 ,

即 *f'*(*x*) =*g'*(*x*) 在( - 1,0) 上有且仅有一个实数根;… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 5分

(2) :*f*(*x*) -*g*(*x*) =1n(1+*x*) - = ,  ,则 *G*(0) =0,

*f*(*x*) V*g*(*x*) 等价于:*G*(*x*) V0,*x*∈(0,+o) ,… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 6分

*G'*(*x*) =e*x* [1n(1+*x*) +]-*a*,*G'*(0) =1-*a*,

令 *H*(*x*) =e*x* [1n(1+*x*) +]-*a*,

则 *H'*(*x*) =e*x* [1n(1+*x*) +- ],

令 *T*(*x*) =1n(1+*x*) +-  ,*x*∈[0,+o) ,

则 *T'*(*x*) = - + = V0, … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 8分

故 *T*(*x*) 在[0,+o) 上单调递增 ,*T*(*x*) W*T*(0) =1,*H'*(*x*) W1V0,

故 *H*(*x*) 即 *G'*(*x*) 在(0,+o) 上单调递增 ,*G'*(*x*) V1-*a*.

①当 *a*≤1时 ,*G'*(*x*) V0,.*G*(*x*) 在(0,+o) 上单调递增 ,

.*G*(*x*) V*G*(0) =0;… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 9分

②当 *a*V1时 ,*G'*(0) =1-*a*<0,取 *x*1 =e- 1+1n*a*V0, 则 1n(1+*x*1 ) =1n(e+1n*a*) V1ne=1,V0,

e*x*1 =ee- 1+1n*a*Ve1n*a* =*a*,

.*G'*(*x*1 ) =e*x*1 [1n(1+*x*1 ) +]-*a*V*a*. (1+0) -*a*=0,

. 山*x*2 ∈(0,*x*1 ) ,使得 *G'*(*x*2 ) =0,

*x*∈(0,*x*2 ) 时 ,*G'*(*x*) <0,*G*(*x*) 单调递减 ,

此时 *G*(*x*) <*G*(0) =0,不符合题意 . … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 11分

综上可知:*a*的取值范围为( - o ,1].… … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … 12分

【命题意图】本题考查导数在研究函数性质 、不等式中的应用 ,考查数学运算与逻辑推理的核心素养 . 【难度】难