**2023届4月高三联合测评（福建）**

**数 学**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知全集，，，则（ ）

A． B． C． D．

2．若复数，，在复平面上对应的点在第四象限，则（ ）

A．6 B．4 C． D．

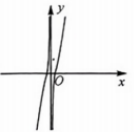
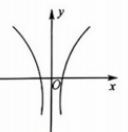
3．已知等差数列的前项和为，，则（ ）

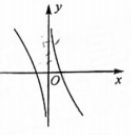
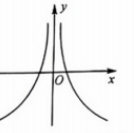
A．11 B．12 C．13 D．14

4．已知，恒成立，则的一个充分不必要条件是（ ）

A． B． C． D．

5．函数的图象大致是（ ）

A． B．

C． D．

6．在中，，，，为所在平面上的一点，，则的最大值为（ ）

A． B．25 C． D．

7．已知双曲线（，）的渐近线与交于第一象限内的两点，，若为等边三角形，则双曲线的离心率（ ）

A． B． C．2 D．

8．已知数列满足，，恒成立，则的最小值为（ ）

A．3 B．2 C．1 D．

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9．已知，则下列结论正确的是（ ）

A． B． C． D．的最小值为6

10．已知，，则下列说法正确的是（ ）

A．若，两圆的公切线过点

B．若，两圆的相交弦长为

C．若两圆的一个交点为，分别过点的两圆的切线相互垂直，则

D．若时，两圆的位置关系为内含

11．已知一组个数据：，，…，，满足：，平均值为，中位数为，方差为，则（ ）

A． B．

C．函数的最小值为

D．若，，…，成等差数列，则

12．已知函数，则下列结论正确的是（ ）

A．为增函数

B．的最小值为

C．函数有且仅有两个零点

D．若，且，则

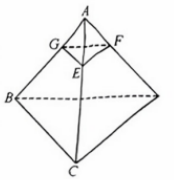
**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．5个人站成一排，小王不站两端的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知，角的终边上有点，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．函数的单调增区间是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．如图，正四面体的棱长为3，，，分别是，，上的点，，，，截去三棱锥，同理，分别以，，为顶点，各截去一个棱长为1的小三棱锥，截后所得的多面体的外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤．**

17．（本小题满分10分）

已知等差数列，等比数列，满足，，．

（1）求数列，的通项公式；

（2）令，求满足的最小的正整数的值．

18．（本小题满分12分）

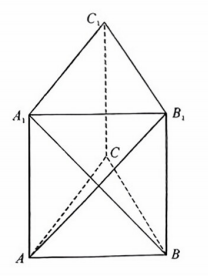
在中，内角，，的对边分别为，，，．

（1）证明：；

（2）若，当取最大值时，求的面积．

19．（本小题满分12分）

如图，在三棱柱中，为等边三角形，，．



（1）证明：平面；

（2）求与平面所成的角的正弦值．

20．（本小题满分12分）

疫情过后，某工厂快速恢复生产，该工厂生产所需要的材料价钱较贵，所以工厂一直设有节约奖，鼓励节约材料，在完成生产任务的情况下，根据每人节约材料的多少到月底发放，如果1个月节约奖不少于1000元，为“高节约奖”，否则为“低节约奖”，在该厂工作满15年的为“工龄长工人”，不满15年的为“工龄短工人”，在该厂的“工龄长工人”中随机抽取60人，当月得“高节约奖”的有20人，在“工龄短工人”中随机抽取80人，当月得“高节约奖”的有10人．

（1）若以“工龄长工人”得“高节约奖”的频率估计概率，在该厂的“工龄长工人”中任选取5人，估计下个月得“高节约奖”的人数不少于3人的概率；

（2）根据小概率值的独立性检验，分析得“高节约奖”是否与工人工作满15年有关．

参考数据：附表及公式：，

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

21．（本小题满分12分）

已知椭圆的上顶点为，右顶点为，直线的斜率为，，，，是椭圆上4个点（异于点），，直线与的斜率之积为，直线与的斜之和为1．

（1）证明：，关于原点对称；

（2）求直线与之间的距离的取值范围．

22．（本小题满分12分）

已知函数．

（1）求的单调区间和极值；

（2）若有零点，求的最小值．

**2023届4月高三联合测评（福建）·数学**

**参考答案、提示及评分细则**

1．C ，，故．故选C．

2．A ，，

由在复平面上对应的点在第四象限，故舍去，．故选A．

3．C 设的公差为，则，．故选C．

4．D ，，得，A是的必要不充分条件，

B是的必要不充分条件，C：是的充要条件，

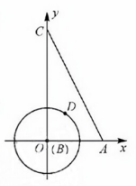
D：是的充分不必要条件．故选D．

5．A 因为，所以为奇函数，的图象关于原点对称，排除B，D，

又，故在，上都为增函数，故选A．

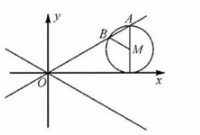
6．B 以为原点，，方向分别为轴，轴的正方向建立如图所示的平面直角坐标系，

则，，设，则，，，，与的距离为，的最大值为，的最大值为．故选B．



7．B 满足，又满足，故，轴，，

可得，．故选B．



8．C ，是等差数列，

，故对，，也符合上式，

，故可取1，

，且，故的最小值为1．故选C．

9．AC A：，故A正确；

B：，显然满足条件，故B错误；

C：，故C正确；

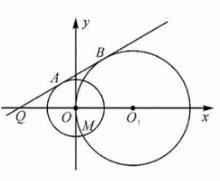
D：，由于在上为增函数，故最小值为5，D错误．故选AC．

10．AD 当时，两圆公切线分别与，切于点，，交轴于点，，故，故A正确；

当时，两圆相交弦直线方程为，交弦长为，故B错误；

若，则，故C错误；

当时，，故两圆关系是内含，D正确，故选AD．



11．BCD A：当时．一组数据1，2，4，17，，不在2，4之间，故A错误；

B：由中位数定义知：B正确；

C：，当时，取最小值为，C正确；

D：若，，…，成等差数列，则，故D正确．故选BCD．

12．BCD A：，，

故在上，，为淢函数，A错误；

在上，，故的最小值为，B正确；

C：由B选项可知，过原点且与曲线的图象相切为临界点，设切点为，

点处的切线方程为，

代入原点坐标化简可得，令，

有，可得函数单调递增，记方程的根为，

又由，可知，

令，有，可得函数单调递增，

有，

由图像得函数有且仅有两个零点，故C正确；

D：对函数，有，，，故为淢函数，由，

故为增函数，

故为淢函数，即，，

故，又，为的增区间，

，故D正确．故选BCD．

13． 所求概率为．

14．

，

故，，，

故在第四象限，．

15．或 ，由复合函数单调性知：的增区间即为所求，．

16． 中心为，底面正六边形中心为，球心在上，

正三角形外接圆半径为，底面正六边形外接圆半径为1，原正四面体高为，

故，，解得，故．

17．解：（1）设公差为，由．

当时，不符合题意，舍去，故，，；

（2），

，

由，

当时，，

当时，，故的最小值为8．

18．（1）证明：，

则，而，

故，故，故；

（2）解：，

当且仅当时，取最大值，此时，且，

则，，故．

19．（1）证明：不妨设，取的中点为，

则，，，同理，

则平面四边形为正方形，，

且，，易求得，

在中，由勾股定理可得，故与，

可得平面；

（2）解：取的中点，连接，过作的平行线，

由（1）知：，，两两垂直，以为原点，、、方向分别为，，轴的正方向，

建立空间直角坐标系，由，，

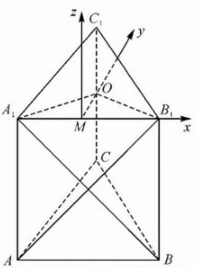
得，，，，

设平面的法向量为，

由，，有

取，，，有，又，

故所求线面角的正弦值为．



20．解：（1）以“工龄长工人”得“高节约奖”的频率估计概率，

每个“工龄长工人”得“高节约奖”的概率为，

5人中，恰有3人得“高节约奖”概率为，

恰有4人得“高节约奖”概率为，

5人都得“高节约奖”概率为，所求概率为；

（2）列出列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | “高节约奖” | “低节约奖” | 合计 |
| “工龄长工人” | 20 | 40 | 60 |
| “工龄短工人” | 10 | 70 | 80 |
| 合计 | 30 | 110 | 140 |

零假设：得“高节约奖”是否与工人工作满15年有关．

，

根据小概率值的独立性检验，得“高节约奖”与工人工作满15年有关．

21．（1）证明：由题意得，，故椭圆方程为，

取椭圆下顶点为，设，则，

而，故，

，由椭圆关于原点中心对称可知：，关于原点对称；

（2）解：设直线方程为，设，两点的坐标分别为，，

联立方程消去后整理为，

有，，

又由，有．有，可得，

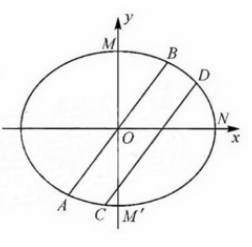
有，有，可得，

又由，可得，

由点不在直线上，可得，故的取值范围为．

，之间的距离，即原点到的距离：，

，且，，即所求范围为．



22．解：（1），

故在上，，为减函数；在上，，为减函数；

在上，，为增函数．当时，有极小值为；

（2）对，，，，，

则，故取，，

则，

设为零点，则，

则，，

令，由定义域，

设，由（1）知：仅当时，取最小值为，

的最小值为，仅当，时成立．