**安庆示范高中2023届高三联考**

**数学试题**

2023.4

**注意事项：**

**1．本试卷满分150分，考试时间120分钟．**

**2．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．**

**3．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．**

**4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知集合，，则（ ）．

A． B． C． D．

2．复数*z*满足，则*z*的虚部为（ ）．

A．1 B． C． D．3

3．立德中学高一（2）班物理课外兴趣小组在最近一次课外探究学习活动中，测量某种物体的质量*X*服从正态分布，则下列判断错误的是（ ）．

A． B．

C． D．

4．已知，则（ ）．

A．1 B．1或 C． D．或

5．已知函数恒过定点，则的最小值为（ ）．

A． B． C．3 D．

6．对于数据组，如果由经验回归方程得到的对应自变量的估计值是，那么将称为对应点的残差．某商场为了给一种新商品进行合理定价，将该商品按事先拟定的价格进行试销，得到如下所示数据：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 单价*x*/元 | 8.2 | 8.4 | 8.6 | 8.8 |
| 销量*y*/件 | 84 | 83 | 78 | *m* |

根据表中的数据，得到销量*y*（单位：件）与单价*x*（单位：元）之间的经验回归方程为，据计算，样本点处的残差为1，则（ ）．

A．76 B．75 C．74 D．73

7．已知点在直线上的射影为点*B*，则点*B*到点距离的最大值为（ ）．

A． B．5 C． D．

8．已知，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系是（ ）．

A． B． C． D．

**二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9．已知，其中，且，则下列判断正确的是（ ）．

A． B．

C． D．

10．已知满足中的*a*，*b*分别是等比数列的第2项与第4项，则下列判断正确的是（ ）．

A． B．

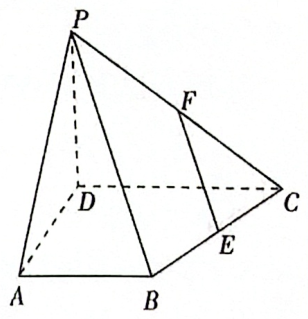
C． D．A．b=2a

11．在平面直角坐标系中，点*P*是双曲线上位于第一象限内的动点，过点*P*分别作两渐近线的平行线与另一支渐近线交于*A*，*B*两点，则下列判断正确的是（ ）．

A．双曲线的离心率大小为 B．

C． D．四边形的面积是1

12．如图，在四棱锥中，平面，，，，，点*E*为边的中点，点*F*为棱上一动点（异于*P*、*C*两点），则下列判断中正确的是（ ）．



A．直线与直线互为异面直线

B．存在点*F*，使平面

C．存在点*F*，使得与平面所成角的大小为

D．直线与直线所成角的余弦值的最大值为

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．已知平面向量，满足，，且，的夹角大小为，则在方向上的投影向量的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知焦点坐标为的抛物线上有两点*A*，*B*满足，以线段为直径的圆与*y*轴切于点，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．三棱锥中，，，，则该三棱锥外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知函数的图象经过点，若函数在区间上既有最大值，又有最小值，而且取得最大值、最小值时的自变量*x*值分别只有一个，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本大题共6小题，满分70分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．**

17．（本题满分10分）

已知数列满足，．

（1）请判断数列是否为等比数列并求出数列通项公式；

（2）已知6，记数列的前*n*项和为，求证：．

18．（本题满分J2分）

在中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且．

（1）求角*A*的大小；

（2）若，，点*D*为边上一点，且，求的面积大小．

19．（本题满分l2分）

体育课上，体育老师安排了篮球测试，规定：每位同学有3次投篮机会，若投中2次或3次，则测试通过，若没有通过测试，则必须进行投篮训练，每人投篮20次．已知甲同学每次投中的概率为且每次是否投中相互独立．

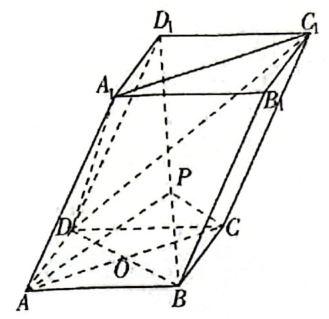
（1）求甲同学通过测试的概率；

（2）若乙同学每次投中的概率为且每次是否投中相互独立．设经过测试后，甲、乙两位同学需要进行投篮训练的投篮次数之和为*X*，求*X*的分布列与均值；

（3）为提高甲同学通过测试的概率，体育老师要求甲同学可以找一个“最佳搭档”，该搭档有2次投篮机会，规定甲同学与其搭档投中次数不少于3次，则甲同学通过测试．若甲同学所找的搭档每次投中的概率为且每次是否投中相互独立，问：当*p*满足什么条件时可以提高甲同学通过测试的概率？

20．（本题满分12分）

如图，平行六面体中，点*P*在对角线上，，平面平面．



（1）求证：*O*，*P*，三点共线；

（2）若四边形是边长为2的菱形，，，求二面角大小的余弦值．

21．（本题满分12分）

已知函数，．

（1）讨论函数的单调性；

（2）当时，函数有两个不同的零点，，求证：．

22．（本题满分12分）

已知离心率为的椭圆的左焦点为*F*，左、右顶点分别为、，上顶点为*B*，且的外接圆半径大小为．

（1）求椭圆*C*方程；

（2）设斜率存在的直线*l*交椭圆*C*于*P*、*Q*两点（*P*、*Q*位于*x*轴的两侧），记直线、、、的斜率分别为、、、，若，求面积的取值范围．

**安庆示范高中2023届高三联考**

**数学试题参考答案**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．**

1．D 2．B 3．C 4．B 5．A 6．B 7．C 8．D

1．D

【解析】由条件知，，所以，故选D．

2．B

【解析】由题意知，于是，其虚部为，故选B．

3．C

【解析】根据正态分布的特点不难得出，C错误．

4．B

【解析】由条件，两边同时平方整理得，

解得或，故选B．

5．A

【解析】由题意可知，于是，

当且仅当，时，的最小值为，故选A．

6．B

【解析】由条件知当时，，

代入，解得，于是，

又，所以，即，解得，故选B．

7．C

【解析】将直线*l*整理得到，

于是，解得，所以直线*l*恒过点，

根据题意知点*B*在以线段为直径的圆上，该圆的圆心坐标为，

半径大小为，

又，所以点*B*到点距离的最大值为，故选C．

8．D

【解析】由条件知，，构造函数，，

求导得，

所以函数在上单调递增，于是，

所以；

构造函数，求导得，

所以函数在上单调递减，在上单调递增，

所以，于是，得到，故选D．

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．全部选对得5分，部分选对得2分，有选错得0分．**

9．ACD 10．BD 11．ACD 12．ABD

9．ACD

【解析】令，则，

于是可得，

令，则，①

令，则，②

①－②，得，解得，A正确；

①＋②，得，

所以，B错误；

又，C正确；

经计算，D正确．故选ACD．

10．BD

【解析】设，

则，，，

于是，解得，，，于是A错误，B正确；

因，所以，C错误；

由条件知等比数列的偶数项是首项为4，公比为4的等比数列，

于是，故D正确．故选BD．

11．ACD

【解析】由条件知，，，双曲线离心率大小为，A正确；

设渐近线的倾斜角为，则，

于是，B错误；

设，则，不妨设，

联立，得，

同理可得，

于是

，C正确；

由得，

所以，

又，

所以四边形的面积是，D正确．故选ACD．

12．ABD

【解析】假设直线与直线共面，于是*E*、*F*、*A*、*P*四点共面，

则直线与直线共面，与直线、直线互为片面直线矛盾，

所以直线与直线互为片面直线，A正确；

当时，平面，

事实上，过点*F*作交于点*G*，连，则，

又，则平面平面，

于是存在点*F*，使平面，B正确；

以点*D*为原点，以，，所在直线分别为*x*轴，*y*轴，*z*轴建立空间直角坐标系，

则，设，

于是，平面的一个法向量为，

设直线与平面所成角为，

所以，

令，则，

于是，

所以，因此不存在点*F*，使得与平面所成角的大小为，C错误；

，设直线与直线所成角为，

则

，

所以直线与直线所成角的余弦值的最大值为，D正确．故选ABD．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13． 14．4 15． 16．

13．

【解析】根据条件知在方向上的投影向量的坐标为．

14．4

【解析】由条件知，抛物线*C*的方程为，

根据以线段为直径的圆与*y*轴切于点得，

于是，根据知，

所以．

15．

【解析】由已知得到是以为斜边的直角三角形，

因为，所以点*P*在平面内的射影是的外心，

即斜边的中点，且平面平面，

于是的外心即为三棱锥的外接球的球心，

因此的外接圆半径等于三棱锥的外接球半径．

因为，，

所以，

于是，

根据正弦定理知的外接圆半径*R*满足，

所以三棱锥的外接球半径大小为，

因此三棱锥的外接球的表面积为．

16．

【解析】由条件知，于是，

又，所以，，

当时，因，所以，要满足条件，

则，解得；

当时，因为，所以，要满足条件，

则，解得，

综上，实数的取值范围是．

**四、解答题：本题共6小题，共70分．**

17．（本题满分10分）

解：（1）由条件，

可得，（2分）

因，所以数列不是等比数列，（3分）

于是，所以数列通项公式．（4分）

（2）由（1）知，（5分）

于是，（6分）

则，（7分）

两式相减得

，（9分）

所以，于是，原不等式得证．（10分）

18．（本题满分12分）

解：（1）由正弦定理可得，（2分）

根据余弦定理得，（4分）

又，所以．（5分）

（2）因为，，

又，解得，（6分）

由余弦定理得，

于是，（7分）

因为，所以，（8分）

在中，由正弦定理得，

所以，（10分）

于是，

所以的面积大小为．（12分）

19．（本题满分12分）

解：（1）由条件知甲同学通过测试的概率为．（2分）

（2）由（1）可知甲同学没有通过测试的概率为，（3分）

根据题意乙同学通过测试的概率为，

所以乙同学没有通过测试的概率为，（4分）

由出知得，20，40，

因，

，

，

于是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 20 | 40 |
| *P* |  |  |  |

（6分）

所以．（6分）

（3）由题意知甲投中1次，其搭档投中2次的概率为；（8分）

甲投中2次，其搭档至少投中1次的概率为；（9分）

甲投中3次，其搭档投中与否的概率为，（10分）

所以甲同学通过测试的概率为，

根据题意可知，则，（11分）

又，所以当时，可以提高甲同学通过测试的概率．（12分）

20．（本题满分12分）

解：（1）证明：连交于，连．

在平行六面体中，且，

所以四边形是平行四边形，且，

又*O*，分别为*BD*，的中点，所以，，

所以四边形是平行四边形，于是，（2分）

因为平面平面，平面平面，

平面平面，

所以，（4分）

因为，都经过点*O*，所以*O*，*P*，三点共线．（5分）

（2）解：由（1）可知，所以．

作平面于*Q*，于*E*，于*F*，连，，，

则，，由，得，

又，所以平面，于是，

同理，

所以≌，，

所以点*Q*在上，且，所以点*Q*与*O*重合，于是．（7分）

以点*O*为原点，分别以，，所在直线为*x*轴，*y*轴，*z*轴建立空间直角坐标系，

则，，，，

所以，于是，

又，所以，，

设平面的法向量为，

则，于是可得，

不妨令，则，（9分）

平面的一个法向量为，（10分）

，（11分）

所以二面角大小的余弦值为．（12分）

21．（本题满分12分）

（1）解：函数的定义域为，

求导得，（1分）

当时，，所以函数在上单调递增；（2分）

当时，令，，

于是当时，，函数在上单调递减，

当时，，函数在上单调递增．（3分）

综上，当时，函数在上单调递增；

当时，函数在上单调递减，在单调递增．（4分）

（2）证明：令，则，

令，求导得，

则函数在上单调递减，在上单调递增，，

当时，函数的图象与直线有两个不同的交点，且．（6分）

要证，

只需证明，，（7分）

要证，即证，

两边同时平方，只需证明，

因为是函数的一个零点，所以，即，

所以只需证明，即证，①

构造函数，，求导得，

于是所数在上单调递增，所以，因此①式成立；（9分）

同理可证成立．

要证，又，只需证明，即证，②

构造函数，，求导得，

于是函数在上单调递减，所以，因此②式成立．

因此原不等式成立．（12分）

22．（本题满分12分）

解：（1）根据椭圆*C*的离心率为知，，

在中，，，

由正弦定理得，（2分）

解得，，，（3分）

所以椭圆*C*的方程为．（4分）

（2）由条件知直线*l*的斜率不为0，

设直线，，，

联立，得，

于是，，（\*）（6分）

因为，，，

所以，

同理，于是，，

因为，所以，

即．

又直线*l*的斜率存在，所以，于是，

所以，即，（8分）

又，，

所以，

整理得，

将（\*）式代入上式，得，

化简整理得，

又*P*、*Q*位于*x*轴的两侧，所以，解得，

所以，此时直线*l*与椭圆*C*有两个不同的交点，

于是直线*l*恒过定点．（10分）

当时，，，

的面积

，（11分）

令，因为直线*l*的斜率存在，则，，

于是，

又函数在上单调递减，

所以面积的取值范围为．（12分）