**复旦附中2023届高三年级3月份教学质量检测数学试卷**

**一、填空题（本大题共有12题，满分54分.第1-6题每题4分，第12题每题5分）**

1. 已知集合，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

2. 已知i为虚数单位，则复数的虚部为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

3. 已知幂函数图像过点，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

4. 已知，，则\_\_\_\_\_\_\_．

5. 已知直线，为使这条直线不经过第二象限，则实数的范围是\_\_\_\_\_\_\_.

6. 已知为实数，函数在处的切线方程为，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

7. 若关于的方程在上有实数根，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

8. 在平行六面体中，，，，则异面直线与所成角的余弦值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

9. 下列说法中正确的是\_\_\_\_\_\_．

①设随机变量*X*服从二项分布，则

②已知随机变量*X*服从正态分布且，则

③小赵、小钱、小孙、小李到4个景点旅游，每人只去一个景点，设事件“4个人去的景点互不相同”，事件“小赵独自去一个景点”，则；

④，．

10. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，过点*F*的直线与抛物线*C*交于*A*（点*A*在第一象限），*B*两点，且，则（*O*为坐标原点）的面积是\_\_\_\_\_\_．

11. 已知数列满足，且对于任意的正整数*n*，都有．若正整数*k*使得对任意的正整数成立，则整数*k*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 已知对任意的，均有，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**二、选择题（本大题共有4题，满分18分.第13-14题每题4分，第15-16题每题5分）**

13. 设为直线，是两个不同的平面，下列命题中正确的是

A 若，，则 B. 若，，则

C. 若，，则 D. 若，，则

14. 已知函数的图象关于点对称，将函数的图象向左平移个单位长度后得到函数的图象，则的一个单调递增区间是（ ）

A.  B.  C.  D. 

15. 已知正实数*a*，*b*满足，则最小值为（ ）

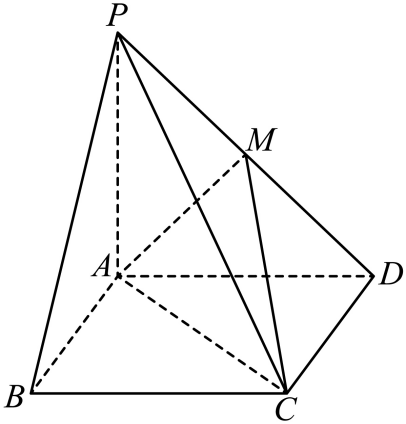
A.  B. 3 C.  D. 

16. 已知，函数的定义域为的值域为的子集，则这样的函数的个数为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 无数个

**三、解答题（本大题共有5题，满分78分）解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.**

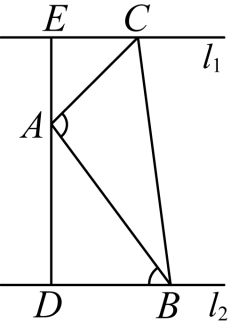
17. 已知在四棱锥中，底面为正方形，侧棱平面，点为中点，.



（1）求证：直线平面；

（2）求点到平面的距离.

18. 某学校为丰富学生课外活动，计划在校园内增加宣外活动区域（如所示）已知教学楼用直线表示，且，*ED*是过道，*A*是之间的一定点路口，并且点*A*到的距离分别为2，6，*B*是直线上的动点，连接*AB*，过点*A*作．且使得*AC*交直线于*C*，点*B*，*C*均在*DE*的右侧，设



（1）写出活动区域的面积*S*关于角的函数表达式，并写出定义域；

（2）求的最小值．

19. 携号转网，也称作号码携带、移机不改号，即无需改变自己的手机号码，就能转换运营商，并享受其携号的各种服务．2019年11月27日，工信部宣布携号转网在全国范围正式启动．某运营商为提质量保客户，从运营系统中选出300名客户，对业务水平和服务水平的评价进行统计，其中业务水平的满意率为，服务水平的满意率为，对业务水平和服务水平都满意的客户有180人．

（1）完成列联表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对服务水平满意人数 | 对服务水平不满意人数 | 合计 |
| 对业务水平满意人数 |  |  |  |
| 对业务水平不满意人数 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

（2）并分析是否有的把握认为业务水平与服务水平有关；

（3）为进一步提高服务质量，在选出的对服务水平不满意的客户中，抽取2名征求改进意见，用*X*表示对业务水平不满意的人数，求*X*的分布列与期望；

附：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.01 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
| *k* | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6635 | 7.789 | 10.828 |

20. 椭圆的焦点是一个等轴双曲线的顶点,其顶点是双曲线的焦点，椭圆与双曲线有一个交点*P*，的周长为．

（1）求椭圆与双曲线的标准方程；

（2）点*M*是双曲线上的任意不同于其顶点的动点，设直线，的斜率分别为，求的值；

（3）过点任作一动直线*l*交椭圆于*A*、*B*两点，记．若在线段*AB*上取一点*R*，使得，试判断当直线*l*运动时，点*R*是否在某一定曲线上运动？若是，求出该定曲线的方程；若不是，请说明理由．

21. 若函数图像上存在相异的两点*P*、*Q*，使得函数在点*P*和点*Q*处的切线重合，则称是“双切函数”，点*P*、*Q*为“双切点”，直线*PQ*为的“双切线”．

（1）若，判断函数是否为“双切函数”，并说明理由；

（2）若，证明：函数是“双切函数”，并求出其“双切线”；

（3），求证：“”是“双切函数”的充要条件是“”