**杭州二中2022学年第二学期高三年级3月考试**

**数学试卷**

**第I卷（选择题）**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 已知复数的实部为，则的值为（ ）

A. 2 B. 4 C.  D. 

3. 已知圆锥的侧面展开图是一个半径为4，弧长为的扇形，则该圆锥的表面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 2022年10月22日，中国共产党第二十次全国代表大会胜利闭幕．某班举行了以“礼赞二十大、奋进新征程”为主题的联欢晚会，原定的5个学生节目已排成节目单，开演前又临时增加了两个教师节目，如果将这两个教师节目插入到原节目单中，则这两个教师节目相邻的概率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 已知，，，，过点作垂直于点，点满足，则的值为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

6. 已知，则的大小关系为（ ）

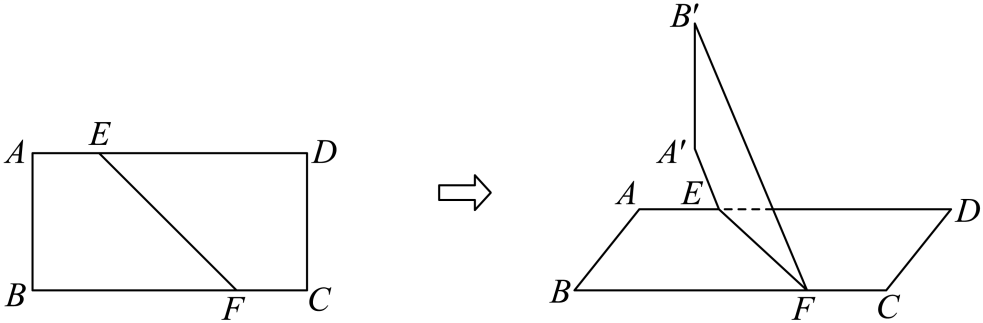
A  B. 

C.  D. 

7. 已知，是椭圆和双曲线的公共焦点，*P*是它们的一个公共点，且，则椭圆和双曲线的离心率乘积的最小值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知在矩形中，，，，分别在边，上，且，，如图所示，沿将四边形翻折成，设二面角的大小为，在翻折过程中，当二面角取得最大角，此时的值为（ ）



A.  B.  C.  D. 

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列说法正确的是（ ）

A. 用简单随机抽样从含有50个个体的总体中抽取一个容量为10的样本，个体被抽到的概率是0.2

B. 已知一组数据1，2，*m*，6，7的平均数为4，则这组数据的方差是5

C. 数据27，12，14，30，15，17，19，23的50%分位数是17

D. 若样本数据，，…，的标准差为8，则数据，，…，的标准差为16

10. 已知函数，下列关于该函数结论正确的是（ ）

A. 的图象关于直线对称 B. 的一个周期是

C. 的最大值为 D. 是区间上的减函数

11. 已知正四棱锥的所有棱长均为，，分别是，的中点，为棱上异于，的一动点，则以下结论正确的是（ ）

A. 异面直线、所成角的大小为

B. 直线与平面所成角的正弦值为

C. 周长的最小值为

D. 存在点使得平面

12. 已知定义域为的函数在上单调递增，，且图像关于对称，则（ ）

A.  B. 周期

C. 在单调递减 D. 满足

**第II卷（非选择题）**

**三、填空题：本题共4小题，每题5分，共20分.**

13. 已知抛物线*E*：的焦点为，过点的直线与抛物线交于两点，与准线交于点，为的中点，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 在的展开式中的系数为，则\_\_\_\_\_\_\_．

15. 已知正实数满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16. 函数，其中为实数，且.已知对任意，函数有两个不同零点，取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知分别为内角的对边，若同时满足下列四个条件中的三个：①；②；③；④．

（1）满足有解三角形的序号组合有哪些？

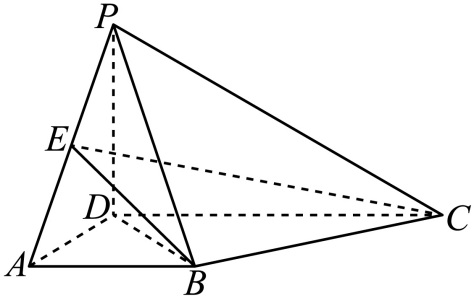
（2）请在（1）所有组合中任选一组，求对应的面积．

18. 已知数列满足．

（1）求证：是等差数列；

（2）令（表示不超过最大整数．提示：当时，），求使得成立的最大正整数的值．

19. 如图，四棱锥*P*-*ABCD*的底面为梯形，底面*ABCD*，，，，*E*为*PA*的中点．



（1）证明：平面平面*BCE*；

（2）若二面角*P*-*BC*-*E*的余弦值为，求三棱锥*P*-*BCE*的体积．

20. 法国数学家庞加莱是个喜欢吃面包的人，他每天都会到同一家面包店购买一个面包.该面包店的面包师声称自己所出售的面包的平均质量是1000，上下浮动不超过50.这句话用数学语言来表达就是：每个面包的质量服从期望为1000，标准差为50的正态分布.

（1）已知如下结论：若，从的取值中随机抽取个数据，记这个数据的平均值为，则随机变量.利用该结论解决下面问题.

（i）假设面包师说法是真实的，随机购买25个面包，记随机购买25个面包的平均值为，求；

（ii）庞加莱每天都会将买来的面包称重并记录，25天后，得到的数据都落在上，并经计算25个面包质量的平均值为.庞加莱通过分析举报了该面包师，从概率角度说明庞加莱举报该面包师的理由；

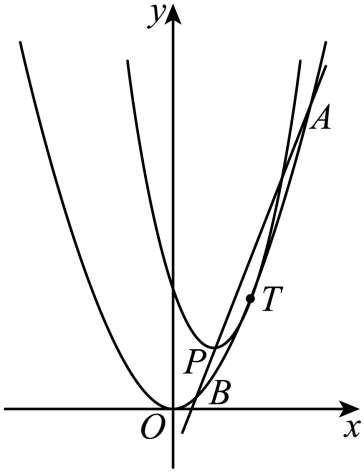
（2）假设有两箱面包（面包除颜色外，其他都一样），已知第一箱中共装有6个面包，其中黑色面包有2个；第二箱中共装有8个面包，其中黑色面包有3个.现随机挑选一箱，然后从该箱中随机取出2个面包.求取出黑色面包个数的分布列及数学期望.

附：

①随机变量服从正态分布，则，；

②通常把发生概率小于的事件称为小概率事件，小概率事件基本不会发生.

21. 已知抛物线，开口向上的抛物线与有一个公共点，且在该点处有相同的切线，



（1）求所有抛物线的方程；

（2）设点*P*是抛物线上的动点，且与点*T*不重合，过点*P*且斜率为的直线交抛物线于两点，其中，问是否存在实常数，使得为定值？若存在，求出实常数；若不存在，说明理由.

22. 已知.

（1）当时，求最大值；

（2）若存在使，得关于的方程有三个不相同的实数根，求实数的取值范围.