**2023年湖北省八市高三（3月）联考**

**数学试卷**

**2023.3**

**命题人：熊晓敏 童云霞 胡鑫**

**本试卷共4页，22题，全卷满分150分.考试用时120分钟.**

**★祝考试顺利★**

**注意事项：**

**1.答题前，先将自己的姓名､准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.**

**2.选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.写在试卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**3.非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**4.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，若，则（ ）

A. B. C. D.

2.若（为虚数单位），则（ ）

A. B. C. D.

3.已知两个非零向量的夹角为，且，则（ ）

A. B. C. D.3

4.羽毛球运动是一项全民喜爱的体育运动，标准的羽毛球由16根羽毛固定在球托上，测得每根羽毛在球托之外的长为7cm，球托之外由羽毛围成的部分可看成一个圆台的侧面，测得顶端所围成圆的直径是6cm，底部所围成圆的直径是2cm，据此可估算得球托之外羽毛所在的曲面的展开图的圆心角为（ ）



A. B. C. D.

5.将顶点在原点，始边为轴非负半轴的锐角的终边绕原点逆时针转过后，交单位圆于点，那么的值为（ ）

A. B. C. D.

6.甲､乙､丙､丁､戊5名志愿者参加新冠疫情防控志愿者活动，现有三个小区可供选择，每个志愿者只能选其中一个小区.则每个小区至少有一名志愿者，且甲不在小区的概率为（ ）

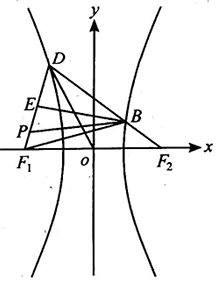
A. B. C. D.

7.设，则（ ）

A. B.

C. D.

8.如图，为双曲线的左右焦点，过的直线交双曲线于两点，为线段的中点，若对于线段上的任意点，都有成立，且内切圆的圆心在直线上.则双曲线的离心率是（ ）



A. B. C.2 D.

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9.连续抛掷一枚质地均匀的骰子两次，记录每次的点数，设事件*A*=“第一次出现2点”，*B*=“第二次的点数小于5点”，*C*=“两次点数之和为奇数”，*D*=“两次点数之和为9”，则下列说法正确的有（ ）

A.*A*与*B*不互斥且相互独立 B.*A*与*D*互斥且不相互独立

C.*B*与*D*互斥且不相互独立 D.*A*与*C*不互斥且相互独立

10.已知函数，将图象上所有的点的横坐标缩短到原来的（纵坐标不变）得到函数的图象，若在上恰有一个极值点，则的取值可能是（ ）

A.1 B.3 C.5 D.7

11.在棱长为2的正方体中，为中点，为四边形内一点（含边界），若平面，则下列结论正确的是（ ）

A. B.三棱锥的体积为

C.线段最小值为 D.的取值范围为

12.设定义在上的函数与的导函数分别为和，若，且与均为偶函数，则下列说法中一定正确的是（ ）

A. B.

C. D.

**三､填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知二项式的展开式中只有第4项的二项式系数最大，且展开式中项的系数为20，则实数的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知函数，若存在四个不相等的实根，且，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.已知抛物线的焦点为，过点的直线与该抛物线交于两点，的中点纵坐标为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.高斯函数是以德国数学家卡尔-高斯命名的初等函数，其中表示不超过的最大整数，如.已知满足，设的前项和为的前项和为.则（1）\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；（2）满足的最小正整数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步啝.**

17.（10分）

在中，记角的对边分别为，已知，且，点在线段上.

（1）若，求的长；

（2）若的面积为，求的值.

18.（12分）

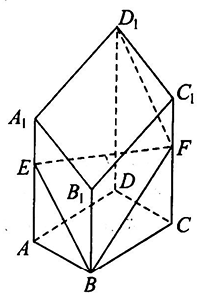
已知各项均为正数的数列的前项和为，且为等差数列.

（1）求数列的通项公式；

（2）若为正整数，记集合的元素个数为，求数列的前50项和.

19.（12分）

如图所示，六面体的底面是菱形，，且平面，平面与平面的交线为.



（1）证明：直线平面.

（2）已知，三棱锥的体积，若与平面所成角为，求的取值范围.

20.（12分）

3月14日为国际数学日，也称为节，为庆祝该节日，某中学举办了数学文化节活动，其中一项活动是“数学知识竞赛”，初赛采用“两轮制”方式进行，要求每个班级派出两个小组，且每个小组都要参加两轮比赛，两轮比赛都通过的小组才具备参与决赛的资格.高三（7）班派出甲､乙两个小组参赛，在初赛中，若甲､乙两组通过第一轮比赛的概率分别是，通过第二轮比赛的概率分别是，且各个小组所有轮次比赛的结果互不影响

（1）若三（7）获得决赛资格的小组个数为*X*，求*X*的数学期望；

（2）已知甲､乙两个小组在决赛中相遇.决赛以三道抢答题形式进行，抢到并答对一题得10分，答错一题扣10分，得分高的获胜：假设这两组在决赛中对每个问题回答正确的概率恰好是各自获得决赛资格的概率，且甲､乙两个小组抢到该题的可能性分别是，假设每道题抢与答的结果均互不影响，求乙已在第一道题中得10分的情况下甲获胜的概率.

21.（12分）

已知函数-，其中.

（1）讨论函数的单调性；

（2）数列满足，证明：当时，

22.（12分）.

已知椭圆的离心率为.且经过点是椭圆上的两点.

（1）求椭圆的方程.

（2）若直线与的斜率之积为（为坐标原点），点为射线上一点，且，若线段与椭圆交于点，设.

（i）求值；

（ii）求四边形的面积.

**2023年高三年级三月调研考试数学试题**

**参考答案与评分标准**

**一､选择题与多选题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | D | B | C | C | A | B | B | D | ABD | BCD | BCD | ABD |

**三､填空题**

13. 14. 15.或 16.（2分 91（3分）

**四､解答题**

17.解：（1）依题意有.

.

则，又.

，则，在中，

由正弦定理得，解得.

（2）设，则，又，

即，可得，故，

又，

在中，由正弦定理可得，故，

在中，由正弦定理可得，故，

因为，



18.【详解】（1）由题设且，

当时，，可得；

当时，，则；

由，故，

所以是首项､公差均为1的等差数列，故.

（2），

因为，当且仅当时成立，所以，

当，因为，

所以能使成立的的最大值为，

所以，

所以的前50项和为.

19.（1）证明：连结

即.

四边形为平行四边形，则.

平面平面

平面平面平面平面.

菱形，则，

又平面平面，则

平面，又

平面

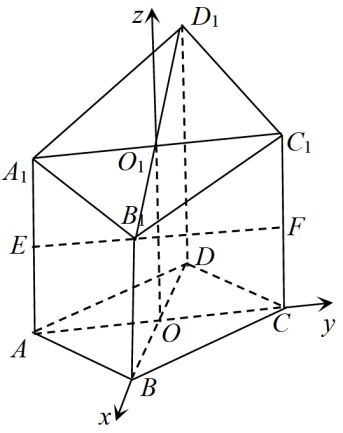
（2）连结交于点，，则.

平面

平面，则.

菱形，则.

以为轴，轴，轴建立如图的空间直角坐标系，



设，则.

.

，即

，则

又是平面的一个法向量



设，则



20.解：（1）设甲乙通过两轮制的初赛分别为事件，则



由题意可得，的取值有，



.

所以

（2）依题意甲，乙抢到并答对一题的概率为，

乙已得10分，甲若想获胜情况有：

①甲得20分：其概率为

②甲得10分，乙再得-10分，其概率为；

③甲得0分，乙再得-20分，其概率为.

故乙先得10分后甲获胜的概率为.

21.解：（1）函数的定义域为，且，

当时，在上单调递减，在上单调递增；

当时，，

（i）当，即时，在上单调递减；

（ii）当，即时，令，得



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | - | + | - |
|  | 减函数 | 增函数 | 减函数 |

综上：当时，在上单调递减，在单调递增；

当时，在上单调递减；

当时，在上单调递减；

在上单调递增.

（2）由题意知时，，

由（1）知，在上单调递减，且当时，.

又，令，得.

所以在上递减，在递增，

因为，所以，

.

.所以，即.

又因为函数在时单调递减，

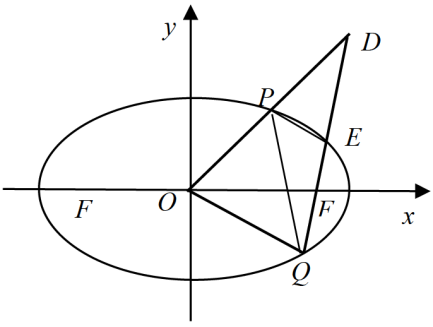
所以.，

即.，即.

.

22.解；（1）依题意有，解得，

椭圆方程为.



（2）设，则.

又

设

.

又在粚圆上，.

即.

.

当轴时，，

根据对称性不妨取

由得或，



当斜率存在时，设的方程为，由

，得，

，

.

.

即.



点到直线距离为，

.

