

# 洛阳强基联盟大联考·高二数学

## 参考答案、提示及评分细则

1. A  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC_1}$ , 故选 A.

2. D 若  $l_1 \perp l_2$ , 则  $a \perp b$ , 所以  $a \cdot b = 0$ , 所以  $1 \times (-2) + m \times 1 + (-1) \times 1 = 0$ , 解得  $m = 3$ . 故选 D.

3. C  $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{OB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c$ , 故选 C.

4. D  $b - c = (-4, 4 - x, 2 - y)$ , 因为  $a \parallel (b - c)$ , 所以  $\exists \lambda \in \mathbf{R}$ , 使  $\begin{cases} 2 = -4\lambda, \\ 1 = (4 - x)\lambda, \\ 3 = (2 - y)\lambda, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2}, \\ x = 6, \\ y = 8, \end{cases}$  所以  $x + y = 14$ . 故选 D.

5. D 因为  $m \cdot n = (1, 1, 1) \cdot (1, 2, -3) = 1 + 2 - 3 = 0$ , 所以  $l \parallel \alpha$  或  $l \subset \alpha$ . 故选 D.

6. A 对于 A, 根据题意知  $a, b, c$  不共面, 而  $a + c$  和  $a - c$  显然位于向量  $a$  和向量  $c$  所成平面内, 与向量  $b$  不共面, A 满足要求; 对于 B,  $(b + c) - (b - c) - 2c = 0$ , B 不满足要求; 对于 C,  $a + b + c = a + (b + c)$ , C 不满足要求; 对于 D,  $2a = (a + b) + (a - b)$ , D 不满足要求. 故选 A.

7. D 若  $l \perp \alpha$ , 则  $m \parallel n$ , 在选项 D 中,  $n = -2m$ , 所以  $m \parallel n$ . 故选 D.

8. C 因为  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2}]$ , 所以  $\cos \theta = |\cos \langle m, n \rangle| = \frac{|m \cdot n|}{|m| \cdot |n|} = \frac{6}{3 \times \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$ ,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{35}}{7}$ , 故选 C.

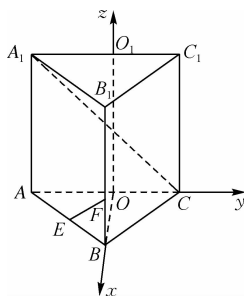
9. B 由题意得  $p = a - 2b - c$ , 设向量  $p$  在基底  $\{a + b, a + c, b + c\}$  下的坐标是  $(x, y, z)$ , 则  $p = x(a + b) + y(a + c) + z(b + c)$

$= (x + y)a + (x + z)b + (y + z)c$ , 所以  $\begin{cases} x + y = 1, \\ x + z = -2, \\ y + z = -1, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1, \\ z = -2. \end{cases}$  故选 B.

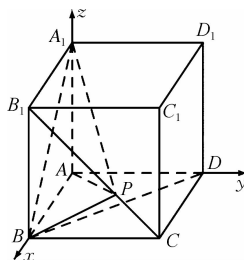
10. C 由题意, 得  $|a| = |b| = |c| = 1$ ,  $a \cdot b = a \cdot c = b \cdot c = \frac{1}{2}$ , 所以  $|a - b - c| = \sqrt{(a - b - c)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 2a \cdot b - 2a \cdot c + 2b \cdot c} = \sqrt{2}$ ,  $(a - b - c) \cdot b = a \cdot b - b^2 - b \cdot c = -1$ , 设向量  $a - b - c$  和  $b$  的夹角为  $\theta$ ,

则  $\cos \theta = \frac{(a - b - c) \cdot b}{|a - b - c| \cdot |b|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \times 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 又  $\theta \in [0, \pi]$ , 所以  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ . 故选 C.

11. B 取  $AC$  的中点  $O$ ,  $A_1C_1$  的中点  $O_1$ , 易证  $OB, OC, OO_1$  两两垂直, 以点  $O$  为坐标原点,  $OB, OC, OO_1$  所在直线分别为  $x$  轴,  $y$  轴,  $z$  轴建立空间直角坐标系, 不妨设  $AB = 4$ , 则  $AA_1 = 3$ , 所以  $E(\sqrt{3}, -1, 0), F(2\sqrt{3}, 0, 1), A_1(0, -2, 3), C(0, 2, 0), \overrightarrow{EF} = (\sqrt{3}, 1, 1), \overrightarrow{A_1C} = (0, 4, -3)$ , 因为  $\cos \langle \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{A_1C} \rangle = \frac{\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{A_1C}}{|\overrightarrow{EF}| |\overrightarrow{A_1C}|} = \frac{\sqrt{5}}{25}$ , 所以异面直线  $EF$  与  $A_1C$  所成角的余弦值是  $\frac{\sqrt{5}}{25}$ . 故选 B.



12. C 建立空间直角坐标系如图所示, 则  $A(0, 0, 0), B(3, 0, 0), D(0, 3, 0), A_1(0, 0, 3), C(3, 3, 0), B_1(3, 0, 3), D_1(0, 3, 3)$ , 因为  $B_1P = 2PC$ , 所以  $\overrightarrow{B_1P} = \frac{2}{3}\overrightarrow{B_1C} = \frac{2}{3}(0, 3, -3) = (0, 2, -2)$ , 所以  $P(3, 2, 1), \overrightarrow{AP} = (3, 2, 1), |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{14}$ , A 正确;  $\overrightarrow{A_1D_1} = (0, 3, 0), \overrightarrow{A_1B} = (3, 0, -3)$ , 因为  $B_1P = 2PC$ , 所以  $P(3, 2, 1)$ , 所以  $\overrightarrow{A_1P} = (3, 2, -2)$ , 设平面  $A_1BP$  的一个



法向量为  $m = (x, y, z)$ , 则  $\begin{cases} m \cdot \overrightarrow{A_1B} = 0, \\ m \cdot \overrightarrow{A_1P} = 0, \end{cases}$  即  $\begin{cases} 3x - 3z = 0, \\ 3x + 2y - 2z = 0, \end{cases}$  设  $x = 1$ , 则  $m = (1, -\frac{1}{2}, 1)$ , 所以点  $D_1$  到平面  $A_1BP$

的距离为  $\frac{|\overrightarrow{A_1D_1} \cdot m|}{|m|} = 1$ , B 正确; 设  $\overrightarrow{B_1P} = \lambda \overrightarrow{B_1C}$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ), 则  $P(3, 3\lambda, 3-3\lambda)$ , 所以  $\overrightarrow{A_1P} = (3, 3\lambda, -3\lambda)$ , 又  $\overrightarrow{BD} = (-3, 3, 0)$ , 所以  $|\cos \langle \overrightarrow{A_1P}, \overrightarrow{BD} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{A_1P} \cdot \overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{A_1P}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{|-9+9\lambda|}{3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{1+2\lambda^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 解得  $\lambda = -\frac{1}{2} \notin [0, 1]$ , 所以直线  $A_1P$

与  $BD$  所成的角不可能是  $\frac{\pi}{6}$ , C 错误;  $\overrightarrow{A_1B_1} = (3, 0, 0)$ ,  $\overrightarrow{A_1B} = (3, 0, -3)$ , 由 C 知  $\overrightarrow{A_1P} = (3, 3\lambda, -3\lambda)$ , 设平面  $BA_1P$ ,

平面  $B_1A_1P$  的一个法向量分别为  $a = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $b = (x_2, y_2, z_2)$ , 所以  $\begin{cases} a \cdot \overrightarrow{A_1B} = 0, \\ a \cdot \overrightarrow{A_1P} = 0, \end{cases} \begin{cases} b \cdot \overrightarrow{A_1B_1} = 0, \\ b \cdot \overrightarrow{A_1P} = 0, \end{cases}$  即

$\begin{cases} 3x_1 - 3z_1 = 0, \\ 3x_1 + 3\lambda y_1 - 3\lambda z_1 = 0, \end{cases} \begin{cases} 3x_2 = 0, \\ 3x_2 + 3\lambda y_2 - 3\lambda z_2 = 0, \end{cases}$  分别令  $z_1 = 1, z_2 = 1$ , 则  $a = (1, 1 - \frac{1}{\lambda}, 1)$ ,  $b = (0, 1, 1)$ , 设二面角  $B -$

$A_1P - B_1$  的平面角为  $\theta$ ,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{33}}{6}$ , 则  $|\cos \theta| = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|} = \frac{|2 - \frac{1}{\lambda}|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + (1 - \frac{1}{\lambda})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ , 解得  $\lambda = \frac{1}{3}$  或  $\lambda = \frac{5}{7}$ , D 正

确. 故选 C.

13. 10 因为点  $A(4, -6, -3)$  关于  $y$  轴的对称点为  $B(-4, -6, 3)$ , 所以  $|AB| = \sqrt{8^2 + 0^2 + (-6)^2} = 10$ .

14.  $\frac{\sqrt{66}}{3}$  因为  $a \perp b, b \parallel c$ , 所以  $x = 4, y = -1$ , 所以  $a + c = (2, 2, 6)$ ,  $b + c = (-1, 1, 2)$ , 所以  $\frac{|a+c|}{|b+c|} = \frac{\sqrt{66}}{3}$ .

15. 6  $\overrightarrow{AB} = (0, 1, -2)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-2, 4, -3)$ ,  $\overrightarrow{AM} = (-2, m, -7)$ , 又  $A, B, C, M$  四点共面, 则存在  $x, y \in \mathbf{R}$ , 使得  $\overrightarrow{AM} =$

$$x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \text{ 即 } (-2, m, -7) = x(0, 1, -2) + y(-2, 4, -3), \text{ 即 } \begin{cases} -2 = -2y, \\ m = x + 4y, \\ -7 = -2x - 3y, \end{cases} \text{ 解得 } m = 6.$$

16.  $\frac{9}{2}$  由题意可知,  $\overrightarrow{OM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{OG} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG}) = \frac{2}{3} [\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})] = \frac{2}{3} [\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) + \frac{1}{3} (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})] = \frac{2}{9} \overrightarrow{OA} + \frac{2}{9} \overrightarrow{OB} + \frac{2}{9} \overrightarrow{OC}$ , 因为  $D, E, F, M$  四点共面, 所以存在实数  $\lambda, \mu$ , 使  $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DE} + \mu \overrightarrow{DF}$ , 所以  $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OD} = \lambda (\overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OD}) + \mu (\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD})$ , 所以  $\overrightarrow{OM} = (1 - \lambda - \mu) \overrightarrow{OD} + \lambda \overrightarrow{OE} + \mu \overrightarrow{OF} = (1 - \lambda - \mu) k \overrightarrow{OA} + \lambda m \overrightarrow{OB} +$

$$\mu n \overrightarrow{OC}, \text{ 所以 } \begin{cases} (1 - \lambda - \mu)k = \frac{2}{9}, \\ \lambda m = \frac{2}{9}, \\ \mu n = \frac{2}{9}, \end{cases} \text{ 所以 } \frac{1}{k} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{9}{2} (1 - \lambda - \mu) + \frac{9}{2} \lambda + \frac{9}{2} \mu = \frac{9}{2}.$$

17. 解: (1)  $a - b = (2, -1, -4) - (-1, k, 2) = (3, -1 - k, -6)$ ,  $a + b = (2, -1, -4) + (-1, k, 2) = (1, k - 1, -2)$ ,  
..... 2 分

若  $(a - b) \parallel (a + b)$ , 则  $a - b = \lambda(a + b)$ , 即  $3 = \lambda, -1 - k = \lambda(k - 1), -6 = -2\lambda$ , 解得  $\lambda = 3, k = \frac{1}{2}$ . ..... 5 分

(2)  $a + 3b = (2, -1, -4) + 3(-1, k, 2) = (-1, 3k - 1, 2)$ ,  $a + b = (1, k - 1, -2)$ , ..... 7 分

若  $(a + 3b) \perp (a + b)$ , 则  $(a + 3b) \cdot (a + b) = 0$ , 即  $(-1) \times 1 + (3k - 1) \times (k - 1) + 2 \times (-2) = 0$ , 化简可得  $3k^2 - 4k - 4 = 0$ , 解得  $k = 2$  或  $k = -\frac{2}{3}$ . ..... 10 分

18. 解: (1) 因为点  $M$  是线段  $AG$  的中点,

所以  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} \right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$ . ..... 2分

因为  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 2$ , ..... 3分

$$\begin{aligned} \text{所以 } |\overrightarrow{OM}|^2 &= \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA}^2 + \frac{1}{36}\overrightarrow{OB}^2 + \frac{1}{36}\overrightarrow{OC}^2 + \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + \frac{1}{18}\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} \\ &= \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{36} \times 4 + \frac{1}{36} \times 4 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{18} \times 2 = 2, \end{aligned}$$

所以  $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{2}$ . ..... 6分

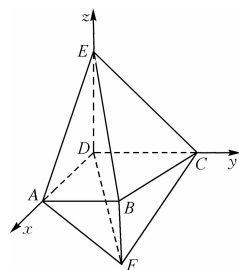
$$\begin{aligned} (2) \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \left( \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC} \right) \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{OB}^2 + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC}^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 4 = 0, \text{ 所以 } OM \perp BC. \end{aligned} \text{ ..... 12分}$$

19. (1) 证明: 已知  $DE \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AD \perp CD$ , 以  $D$  为原点, 以  $DA, DC, DE$  所在直线分别为  $x$  轴,  $y$  轴,  $z$  轴建立如图所示的空间直角坐标系, 则  $A(4, 0, 0), C(0, 4, 0), E(0, 0, 4), B(4, 3, 0), F(4, 3, -3)$ , ..... 3分

所以  $\overrightarrow{AF} = (0, 3, -3), \overrightarrow{CE} = (0, -4, 4)$ , 所以  $\overrightarrow{AF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CE}$ , 即  $\overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{CE}$ , 由图可知  $AF$  与  $CE$  不重合, 所以  $AF \parallel CE$ . ..... 6分

(2) 解:  $\overrightarrow{AE} = (-4, 0, 4), \overrightarrow{CF} = (4, -1, -3)$ , ..... 8分

设直线  $AE$  与  $CF$  的夹角为  $\theta$ , 则  $\cos \theta = \frac{|\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CF}|}{|\overrightarrow{AE}| \cdot |\overrightarrow{CF}|} = \frac{28}{4\sqrt{2} \times \sqrt{26}} = \frac{7\sqrt{13}}{26}$ , 即直线  $AE$  与  $CF$  夹角的余弦值为  $\frac{7\sqrt{13}}{26}$ . ..... 12分



20. (1) 证明: 取  $MD$  的中点为  $Q$ , 连接  $PQ, AQ$ , 因为  $P, Q$  分别是  $MC, MD$  的中点, 所以  $PQ \parallel DC, PQ = \frac{1}{2}DC$ , 又  $AB \parallel$

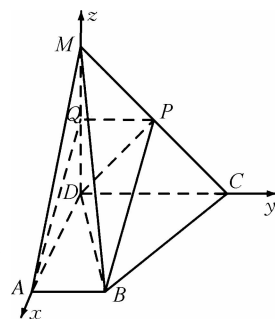
$DC, AB = \frac{1}{2}DC$ , 所以  $PQ \parallel AB, PQ = AB$ , 所以四边形  $ABPQ$  是平行四边形, 所以  $BP \parallel AQ$ , ..... 3分

又  $BP \not\subset$  平面  $MAD, AQ \subset$  平面  $MAD$ , 所以  $BP \parallel$  平面  $MAD$ . ..... 5分

(2) 解: 因为  $\angle ADC = 90^\circ, MD \perp$  底面  $ABCD$ , 所以  $DA, DC, DM$  两两互相垂直, 以  $D$  为坐标原点, 以  $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DM}$  分别为  $x$  轴,  $y$  轴,  $z$  轴的正方向, 建立空间直角坐标系如图所示, 则  $D(0, 0, 0), A(2, 0, 0), C(0, 2, 0), B(2, 1, 0), M(0, 0, 2), P(0, 1, 1)$ , 则  $\overrightarrow{MB} = (2, 1, -2), \overrightarrow{DB} = (2, 1, 0), \overrightarrow{DP} = (0, 1, 1)$ , ..... 7分

设平面  $DBP$  的一个法向量为  $\mathbf{m} = (x, y, z)$ , 所以  $\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DB} = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DP} = 0, \end{cases}$  即  $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ y + z = 0, \end{cases}$  令  $x = 1$ , 则  $\mathbf{m} = (1, -2, 2)$ . ..... 9分

设直线  $MB$  与平面  $DBP$  所成角为  $\theta$ , 则  $\sin \theta = \frac{|\overrightarrow{MB} \cdot \mathbf{m}|}{|\overrightarrow{MB}| \cdot |\mathbf{m}|} = \frac{|-4|}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$ , 即直线  $MB$  与平面  $DBP$  所成角的正弦值为  $\frac{4}{9}$ . ..... 12分



21. (1) 证明: 因为底面  $ABCD$  是矩形, 所以  $AB \perp AD$ , 又平面  $AA_1D_1D \perp$  平面  $ABCD$ , 平面  $AA_1D_1D \cap$  平面  $ABCD = AD$ ,  $AB \subset$  平面  $ABCD$ , 所以  $AB \perp$  平面  $AA_1D_1D$ , 又  $A_1D \subset$  平面  $AA_1D_1D$ , 所以  $AB \perp A_1D$ , ..... 2分

因为  $AA_1 = A_1D = \frac{\sqrt{2}}{2}AD$ , 所以  $AA_1^2 + A_1D^2 = AD^2$ , 所以  $AA_1 \perp A_1D$ , ..... 3分

又  $AA_1 \cap AB = A, AA_1, AB \subset$  平面  $ABB_1A_1$ , 所以  $A_1D \perp$  平面  $ABB_1A_1$ . ..... 5分

(2) 取  $AD$  的中点  $O$ , 连接  $A_1O$ , 因为  $A_1A = A_1D$ , 所以  $A_1O \perp AD$ , 又平面  $AA_1D_1D \perp$  平面  $ABCD$ , 平面  $AA_1D_1D \cap$  平面

设平面  $A_1AM$  的一个法向量为  $\mathbf{n} = (x, y, z)$ , 则  $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AA_1} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0, \end{cases}$  即  $\begin{cases} y + z = 0, \\ x + y = 0, \end{cases}$  令  $x = 1$ , 则  $\mathbf{n} = (1, -1, 1)$ . ..... 9 分

所以平面  $A_1AB$  与平面  $A_1AM$  的夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ . ..... 12 分

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 因为  $PC=3, PO=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 所以  $PC^2=PO^2+OC^2$ , 所以  $PO\perp AC$ .

又  $AC \subset \text{平面 } ABCD, BD \subset \text{平面 } ABCD, AC \cap BD = O$ , 所以  $PO \perp \text{平面 } ABCD$ . ..... 2 分

故  $O(0,0,0), B\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right), C\left(0, \frac{3\sqrt{2}}{2}, 0\right), D\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right), P\left(0, 0, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right), \dots\dots\dots 3$  分

(2) 假设在直线  $PB$  上存在一点  $E$  满足题意, 设  $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BP}$ .

所以  $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BE} = \left( \frac{3\sqrt{2}}{2}(\lambda - 1), \frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\lambda \right)$ ,  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \left( \frac{3\sqrt{2}}{2}(1 - \lambda), \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\lambda \right)$ ,

设平面  $CDE$  的法向量为  $\boldsymbol{m} = (x, y, z)$ , 则  $\begin{cases} \overrightarrow{DC} \cdot \boldsymbol{m} = 0 \\ \overrightarrow{EC} \cdot \boldsymbol{m} = 0 \end{cases}$ , 即  $\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{2}y = 0, \\ \frac{3\sqrt{2}}{2}(\lambda - 1)x + \frac{3\sqrt{2}}{2}y - \frac{3\sqrt{2}}{2}\lambda z = 0, \end{cases}$  令  $y = 1$ , 解得

$$\begin{cases} x=-3, \\ z=\frac{4-3\lambda}{\lambda}, \end{cases} \text{故 } m=(-3, 1, \frac{4-3\lambda}{\lambda}) \text{ 是平面 } CDE \text{ 的一个法向量.} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

当  $AE \perp$  平面  $CDE$  时,  $\vec{AE} \parallel m$ , 即  $\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}(1-\lambda)}{-3} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}\lambda}{\frac{4-3\lambda}{\lambda}}$ , ..... 10 分

由  $\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}(1-\lambda)}{-3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 得  $\lambda=2$ , 由  $\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}\lambda}{\frac{4-3\lambda}{\lambda}}$ , 得  $\lambda = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{6} \neq 2$ , 所以不存在点  $E$ , 使得  $AE \perp$  平面  $CDE$ . ..... 12 分