三年专题17 数系的扩充与复数的引入

1．【2022年全国甲卷】若$z=1+i$．则$|iz+3\overbar{z}|=$（       ）

A．$4\sqrt{5}$ B．$4\sqrt{2}$ C．$2\sqrt{5}$ D．$2\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据复数代数形式的运算法则，共轭复数的概念以及复数模的计算公式即可求出．

【详解】

因为$z=1+i$，所以$iz+3\overbar{z}=i\left(1+i\right)+3\left(1−i\right)=2−2i$，所以$\left|iz+3\overbar{z}\right|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$．

故选：D.

2．【2022年全国甲卷】若$z=−1+\sqrt{3}i$，则$\frac{z}{z\overbar{z}−1}=$（       ）

A．$−1+\sqrt{3}i$ B．$−1−\sqrt{3}i$ C．$−\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}i$ D．$−\frac{1}{3}−\frac{\sqrt{3}}{3}i$

【答案】C

【解析】

【分析】

由共轭复数的概念及复数的运算即可得解.

【详解】

$$\overbar{z}=−1−\sqrt{3}i,z\overbar{z}=(−1+\sqrt{3}i)(−1−\sqrt{3}i)=1+3=4.$$

$$\frac{z}{z\overbar{z}−1}=\frac{−1+\sqrt{3}i}{3}=−\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}i$$

故选 ：C

3．【2022年全国乙卷】设$(1+2i)a+b=2i$，其中$a,b$为实数，则（       ）

A．$a=1,b=−1$ B．$a=1,b=1$ C．$a=−1,b=1$ D．$a=−1,b=−1$

【答案】A

【解析】

【分析】

根据复数代数形式的运算法则以及复数相等的概念即可解出．

【详解】

因为$a,b\in $R，$\left(a+b\right)+2ai=2i$，所以$a+b=0,2a=2$，解得：$a=1,b=−1$．

故选：A.

4．【2022年全国乙卷】已知$z=1−2i$，且$z+a\overbar{z}+b=0$，其中*a*，*b*为实数，则（       ）

A．$a=1,b=−2$ B．$a=−1,b=2$ C．$a=1,b=2$ D．$a=−1,b=−2$

【答案】A

【解析】

【分析】

先算出$\overbar{z}$,再代入计算,实部与虚部都为零解方程组即可

【详解】

$$\overbar{z}=1+2i$$

$$z+a\overbar{z}+b=1−2i+a(1+2i)+b=(1+a+b)+(2a−2)i$$

由$z+a\overbar{z}+b=0$,得$\left\{\begin{array}{c}1+a+b=0\\2a−2=0\end{array}\right $,即$\left\{\begin{array}{c}a=1\\b=−2\end{array}\right $

故选:$A$

5．【2022年新高考1卷】若$i(1−z)=1$，则$z+\overbar{z}=$（       ）

A．$−2$ B．$−1$ C．1 D．2

【答案】D

【解析】

【分析】

利用复数的除法可求$z$，从而可求$z+\overbar{z}$.

【详解】

由题设有$1−z=\frac{1}{i}=\frac{i}{i^{2}}=−i$，故$z=1+i$，故$z+\overbar{z}=(1+i)+(1−i)=2$，

故选：D

6．【2022年新高考2卷】$(2+2i)(1−2i)=$（       ）

A．$−2+4i$ B．$−2−4i$ C．$6+2i$ D．$6−2i$

【答案】D

【解析】

【分析】

利用复数的乘法可求$(2+2i)(1−2i)$.

【详解】

$(2+2i)(1−2i)=2+4−4i+2i=6−2i$，

故选：D.

7．【2021年甲卷文科】已知，则（       ）

A． B． C． D．

【答案】B

【解析】

【分析】

由已知得，根据复数除法运算法则，即可求解.

【详解】

，

.

故选：B.

8．【2021年乙卷文科】设，则（       ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

【分析】

由题意结合复数的运算法则即可求得z的值.

【详解】

由题意可得：.

故选：C.

9．【2021年乙卷理科】设，则（       ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

【分析】

设，利用共轭复数的定义以及复数的加减法可得出关于、的等式，解出这两个未知数的值，即可得出复数.

【详解】

设，则，则，

所以，，解得，因此，.

故选：C.

10．【2021年新高考1卷】已知，则（       ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

【分析】

利用复数的乘法和共轭复数的定义可求得结果.

【详解】

因为，故，故

故选：C.

11．【2021年新高考1卷】复数在复平面内对应的点所在的象限为（       ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】

利用复数的除法可化简，从而可求对应的点的位置.

【详解】

，所以该复数对应的点为，

该点在第一象限，

故选：A.

12．【2020年新课标1卷理科】若z=1+*i*，则|z2–2*z*|=（       ）

A．0 B．1 C． D．2

【答案】D

【解析】

【分析】

由题意首先求得的值，然后计算其模即可.

【详解】

由题意可得：，则.

故.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查复数的运算法则和复数的模的求解等知识，属于基础题.

13．【2020年新课标1卷文科】若，则（       ）

A．0 B．1

C． D．2

【答案】C

【解析】

【分析】

先根据将化简，再根据复数的模的计算公式即可求出．

【详解】

因为，所以 ．

故选：C．

【点睛】

本题主要考查复数的模的计算公式的应用，属于容易题．

14．【2020年新课标2卷文科】（1–i）4=（       ）

A．–4 B．4

C．–4*i* D．4*i*

【答案】A

【解析】

【分析】

根据指数幂的运算性质，结合复数的乘方运算性质进行求解即可.

【详解】

.

故选：A.

【点睛】

本题考查了复数的乘方运算性质，考查了数学运算能力，属于基础题.

15．【2020年新课标3卷理科】复数的虚部是（       ）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】

【分析】

利用复数的除法运算求出*z*即可.

【详解】

因为，

所以复数的虚部为.

故选：D.

【点晴】

本题主要考查复数的除法运算，涉及到复数的虚部的定义，是一道基础题.

16．【2020年新课标3卷文科】若，则*z*=（       ）

A．1–*i* B．1+*i* C．–*i* D．*i*

【答案】D

【解析】

【分析】

先利用除法运算求得，再利用共轭复数的概念得到即可.

【详解】

因为，所以.

故选：D

【点晴】

本题主要考查复数的除法运算，涉及到共轭复数的概念，是一道基础题.

17．【2020年新高考1卷（山东卷）】（       ）

A．1 B．−1

C．i D．−i

【答案】D

【解析】

【分析】

根据复数除法法则进行计算.

【详解】



故选：D

【点睛】

本题考查复数除法，考查基本分析求解能力，属基础题.

18．【2020年新高考2卷（海南卷）】=（       ）

A． B． C． D．

【答案】B

【解析】

【分析】

直接计算出答案即可.

【详解】



故选：B

【点睛】本题考查的是复数的计算，较简单.

19．【2020年新课标2卷理科】设复数，满足，，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】

方法一：令，，根据复数的相等可求得，代入复数模长的公式中即可得到结果.

方法二：设复数所对应的点为,, 根据复数的几何意义及复数的模，判定平行四边形为菱形，，进而根据复数的减法的几何意义用几何方法计算.

【详解】

方法一：设，，

，

，又，所以，，







.

故答案为：.

方法二：如图所示，设复数所对应的点为,,

由已知,

∴平行四边形为菱形，且都是正三角形，∴，



∴.



【点睛】方法一：本题考查复数模长的求解，涉及到复数相等的应用；考查学生的数学运算求解能力，是一道中档题.

方法二：关键是利用复数及其运算的几何意义，转化为几何问题求解