三年专题18 计数原理（理科专用）

1．【2022年新高考2卷】有甲、乙、丙、丁、戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻，则不同排列方式共有（       ）

A．12种 B．24种 C．36种 D．48种

【答案】B

【解析】

【分析】

利用捆绑法处理丙丁，用插空法安排甲，利用排列组合与计数原理即可得解

【详解】

因为丙丁要在一起，先把丙丁捆绑，看做一个元素，连同乙，戊看成三个元素排列,有$3!$种排列方式；为使甲不在两端，必须且只需甲在此三个元素的中间两个位置任选一个位置插入，有2种插空方式；注意到丙丁两人的顺序可交换，有2种排列方式，故安排这5名同学共有：$3!×2×2=24$种不同的排列方式，

故选：B

2．【2021年乙卷理科】将5名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶4个项目进行培训，每名志愿者只分配到1个项目，每个项目至少分配1名志愿者，则不同的分配方案共有（       ）

A．60种 B．120种 C．240种 D．480种

【答案】C

【解析】

【分析】

先确定有一个项目中分配2名志愿者，其余各项目中分配1名志愿者，然后利用组合，排列，乘法原理求得.

【详解】

根据题意，有一个项目中分配2名志愿者，其余各项目中分配1名志愿者，可以先从5名志愿者中任选2人，组成一个小组，有种选法；然后连同其余三人，看成四个元素，四个项目看成四个不同的位置，四个不同的元素在四个不同的位置的排列方法数有4！种，根据乘法原理，完成这件事，共有种不同的分配方案，

故选：C.

【点睛】

本题考查排列组合的应用问题，属基础题，关键是首先确定人数的分配情况，然后利用先选后排思想求解.

3．【2020年新课标1卷理科】的展开式中*x3y3*的系数为（       ）

A．5 B．10

C．15 D．20

【答案】C

【解析】

【分析】

求得展开式的通项公式为（且），即可求得与展开式的乘积为或形式，对分别赋值为3，1即可求得的系数，问题得解.

【详解】

展开式的通项公式为（且）

所以的各项与展开式的通项的乘积可表示为：

和

在中，令，可得：，该项中的系数为，

在中，令，可得：，该项中的系数为

所以的系数为

故选：C

【点睛】

本题主要考查了二项式定理及其展开式的通项公式，还考查了赋值法、转化能力及分析能力，属于中档题.

4．【2020年新课标2卷文科】如图，将钢琴上的12个键依次记为*a1*，*a2*，…，*a12*.设1≤*i*<*j*<*k*≤12．若*k*–*j*=3且*j*–*i*=4，则称*ai*，*aj*，*ak*为原位大三和弦；若*k*–*j*=4且*j*–*i*=3，则称*ai*，*aj*，*ak*为原位小三和弦．用这12个键可以构成的原位大三和弦与原位小三和弦的个数之和为（       ）



A．5 B．8 C．10 D．15

【答案】C

【解析】

【分析】

根据原位大三和弦满足，原位小三和弦满足

从开始，利用列举法即可解出．

【详解】

根据题意可知，原位大三和弦满足：．

∴；；；；．

原位小三和弦满足：．

∴；；；；．

故个数之和为10．

故选：C．

【点睛】

本题主要考查列举法的应用，以及对新定义的理解和应用，属于基础题．

5．【2020年新高考1卷（山东卷）】6名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者，每名同学只去1个场馆，甲场馆安排1名，乙场馆安排2名，丙场馆安排3名，则不同的安排方法共有（       ）

A．120种 B．90种

C．60种 D．30种

【答案】C

【解析】

【分析】

分别安排各场馆的志愿者，利用组合计数和乘法计数原理求解.

【详解】

首先从名同学中选名去甲场馆，方法数有；

然后从其余名同学中选名去乙场馆，方法数有；

最后剩下的名同学去丙场馆.

故不同的安排方法共有种.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查分步计数原理和组合数的计算，属于基础题.

6．【2020年新高考2卷（海南卷）】要安排3名学生到2个乡村做志愿者，每名学生只能选择去一个村，每个村里至少有一名志愿者，则不同的安排方法共有（       ）

A．2种 B．3种 C．6种 D．8种

【答案】C

【解析】

【分析】

首先将3名学生分成两个组，然后将2组学生安排到2个村即可.

【详解】

第一步，将3名学生分成两个组，有种分法

第二步，将2组学生安排到2个村，有种安排方法

所以，不同的安排方法共有种

故选：C

【点睛】

解答本类问题时一般采取先组后排的策略.

7．【2022年新高考1卷】$\left(1−\frac{y}{x}\right)(x+y)^{8}$的展开式中$x^{2}y^{6}$的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用数字作答）．

【答案】-28

【解析】

【分析】

$\left(1−\frac{y}{x}\right)\left(x+y\right)^{8}$可化为$\left(x+y\right)^{8}−\frac{y}{x}\left(x+y\right)^{8}$，结合二项式展开式的通项公式求解.

【详解】

因为$\left(1−\frac{y}{x}\right)\left(x+y\right)^{8}=\left(x+y\right)^{8}−\frac{y}{x}\left(x+y\right)^{8}$，

所以$\left(1−\frac{y}{x}\right)\left(x+y\right)^{8}$的展开式中含$x^{2}y^{6}$的项为$C\_{8}^{6}x^{2}y^{6}−\frac{y}{x}C\_{8}^{5}x^{3}y^{5}=−28x^{2}y^{6}$，

$\left(1−\frac{y}{x}\right)\left(x+y\right)^{8}$的展开式中$x^{2}y^{6}$的系数为-28

故答案为：-28

8．【2020年新课标2卷理科】4名同学到3个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去1个小区，每个小区至少安排1名同学，则不同的安排方法共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_种.

【答案】

【解析】

【分析】

根据题意，有且只有2名同学在同一个小区，利用先选后排的思想，结合排列组合和乘法计数原理得解.

【详解】

4名同学到3个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去1个小区，每个小区至少安排1名同学

先取2名同学看作一组，选法有：

现在可看成是3组同学分配到3个小区，分法有：

根据分步乘法原理，可得不同的安排方法种

故答案为：.

【点睛】

本题主要考查了计数原理的综合应用，解题关键是掌握分步乘法原理和捆绑法的使用，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

9．【2020年新课标3卷理科】的展开式中常数项是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用数字作答）．

【答案】

【解析】

【分析】

写出二项式展开通项，即可求得常数项.

【详解】



其二项式展开通项：







当，解得

的展开式中常数项是：.

故答案为：.

【点睛】

本题考查二项式定理，利用通项公式求二项展开式中的指定项，解题关键是掌握的展开通项公式，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.